

Um carro percorre uma pista curva de raio R e inclinação θ , qual será a velocidade máxima que o carro pode ter para fazer a curva independente do atrito.

Dados do problema

- raio da curva: R ;
- inclinação da curva: θ .

Esquema do problema



figura 1 - Curva inclinada no antigo autódromo de AVUS em Berlin, Alemanha

As forças que agem no carro são a força peso ($\vec{P}$), verticalmente para baixo e a força normal ($\vec{F}_N$), perpendicularmente à pista. Estas duas forças têm como resultante a força centrípeta ($\vec{F}_{CP}$) que aponta para o centro da curva.

Solução

O ângulo de inclinação da pista é θ , a força peso é perpendicular à horizontal (90°), a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , então, $\alpha + \theta + 90^\circ = 180^\circ$, portanto o ângulo entre a força peso e a pista inclinada vale $\alpha = 90^\circ - \theta$ (figura 2-A).

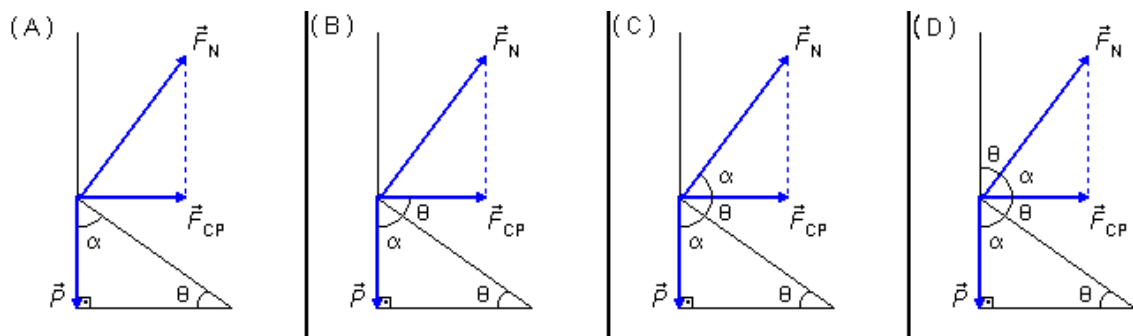


figura 2

O ângulo entre a pista inclinada e plano horizontal é θ e o ângulo entre a força centrípeta é a horizontal também é θ , pois estes ângulos são alternos internos (figura 2-B). O ângulo entre a força normal e a força centrípeta é α (figura 2-C) e o ângulo entre a força normal e o eixo vertical é θ , pois $\alpha + \theta = 90^\circ$ (figura 2-D). Este ângulo será usado para decompor a força normal em suas componentes (figura 3).

Desenhando as forças num sistema de eixos coordenados podemos aplicar a 2.^a Lei de Newton

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Decompondo as forças na direção x temos

$$\begin{aligned} F_{Nx} &= F_{CP} \\ F_N \cdot \sin \theta &= m \cdot a_{CP} \end{aligned} \quad (I)$$

Decompondo as forças na direção y temos que nesta direção não há movimento, portanto a resultante das forças é nula

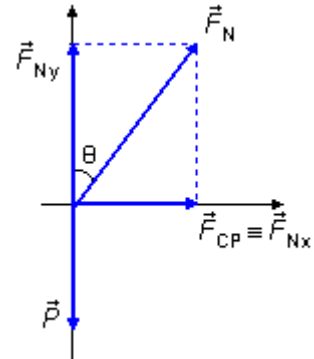


figura 3

$$\begin{aligned} F_{Ny} - P &= m \cdot 0 \\ F_N \cdot \cos \theta - m \cdot g &= 0 \\ F_N \cdot \cos \theta &= m \cdot g \end{aligned} \quad (II)$$

Com as equações (I) e (II) temos um sistema de duas equações a duas incógnitas (F_N e a_{CP})

$$\begin{cases} F_N \cdot \sin \theta = m \cdot a_{CP} \\ F_N \cdot \cos \theta = m \cdot g \end{cases}$$

a aceleração centrípeta é dada por $a_{CP} = \frac{v^2}{R}$, substituindo este valor no sistema ficamos com

$$\begin{cases} F_N \cdot \sin \theta = m \cdot \frac{v^2}{R} \\ F_N \cdot \cos \theta = m \cdot g \end{cases}$$

dividindo uma equação pela outra temos

$$\begin{aligned} \frac{F_N \cdot \sin \theta}{F_N \cdot \cos \theta} &= \frac{m \cdot \frac{v^2}{R}}{m \cdot g} \\ \frac{\sin \theta}{\cos \theta} &= \frac{v^2}{R \cdot g} \\ v^2 &= R \cdot g \cdot \tan \theta \end{aligned}$$

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{R \cdot g \cdot \tan \theta}$$