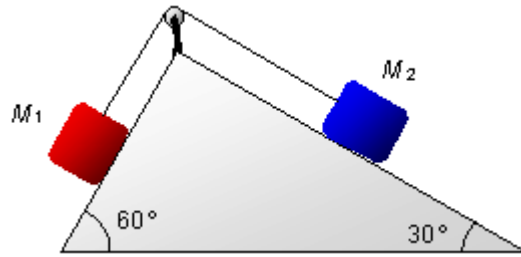


Uma máquina de Atwood é disposta de tal maneira que as massas móveis M_1 e M_2 ao invés de se moverem verticalmente, são obrigadas a deslizar sem atrito sobre dois planos inclinados de 30° e 60° em relação a horizontal. Supõe-se que os fios que sustentam as massas M_1 e M_2 são paralelos as retas de maior declive desses planos. Determinar:

- A relação entre M_1 e M_2 para que o sistema permaneça em equilíbrio;
 - Calcular a aceleração do movimento e a tensão no fio quando as massas são iguais, cada uma, a 5 kg.
- Dada a aceleração da gravidade igual a $9,81 \text{ m/s}^2$.



Dados do problema

- massa dos blocos: $M_1 = M_2 = 5 \text{ kg}$;
- aceleração da gravidade: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Esquema do problema

Adota-se um sentido aleatório para a aceleração, figura 1

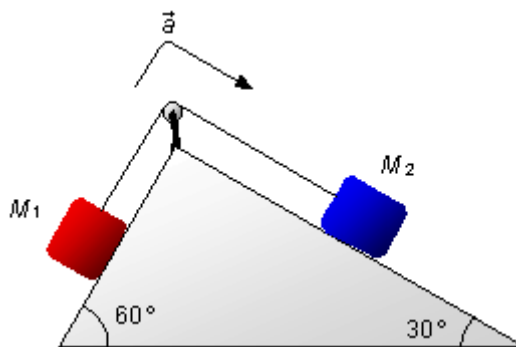


figura 1

Isolando os corpos e pesquisando as forças que agem neles, temos

- Corpo de massa M_1

Adotamos um sistema de referência xy com o eixo- x paralelo ao plano inclinado e sentido da aceleração. Neste corpo agem a força peso ($\vec{P}_1$), a força de tensão no fio ($\vec{T}$) e a reação normal da superfície ($\vec{N}_1$), conforme a figura 2-A.

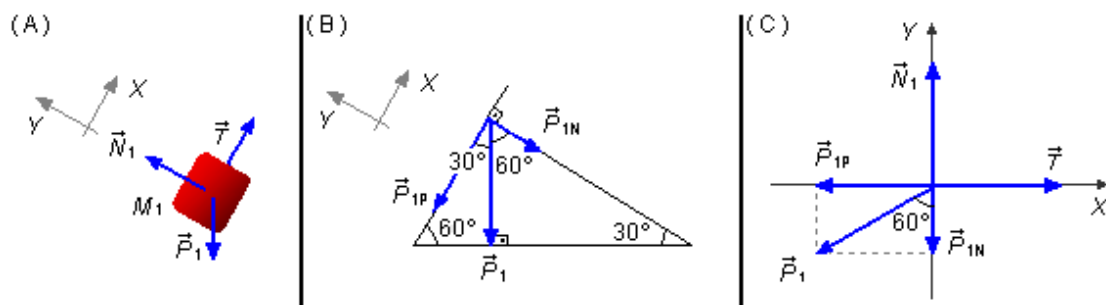


figura 2

A força peso pode ser decomposta em duas, uma componente paralela ($\vec{P}_{1P}$) ao eixo-x e a outra normal ou perpendicular ($\vec{P}_{1N}$). Da figura 2-B vemos que a força peso é perpendicular ao plano horizontal, forma um ângulo de 90° , o ângulo entre o plano inclinado, que contém a componente paralela, e o plano horizontal é dado como 60° , como os ângulos internos de um triângulo devem somar 180° o ângulo entre a força peso e a componente paralela deve ser 30° . No triângulo à direita temos que a componente normal faz com o plano inclinado um ângulo de 90° então o ângulo entre a força peso e a componente normal deve medir 60° , é um ângulo complementar.

Colocando as forças num sistema de eixos coordenados, figura 2-C, podemos usar a 2.ª Lei de Newton

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Na direção y não há movimento, a reação normal e a componente normal do peso se anulam, na direção x escrevemos em módulo

$$\begin{aligned} T - P_{1P} \cdot \sin 60^\circ &= M_1 \cdot a \\ T - M_1 \cdot g \cdot \sin 60^\circ &= M_1 \cdot a \end{aligned} \quad (I)$$

- Corpo de massa M_2

Da mesma forma adotamos um sistema de referência xy com o eixo-x paralelo ao plano inclinado e sentido da aceleração. Neste corpo agem a força peso ($\vec{P}_2$), a força de tensão no fio ($\vec{T}$) e a reação normal da superfície ($\vec{N}_2$), conforme a figura 3-A.

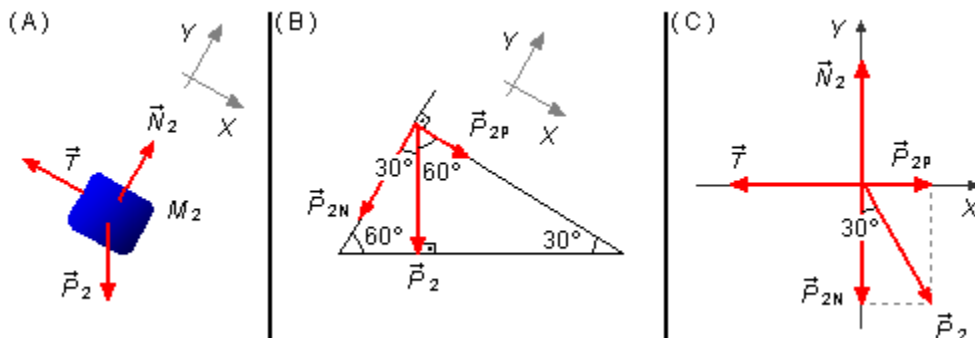


figura 3

Analogamente a força peso pode ser decomposta em duas, uma componente paralela ($\vec{P}_{2P}$) ao eixo-x e a outra normal ou perpendicular ($\vec{P}_{2N}$), figura 3-B, neste caso o ângulo entre a força peso e a componente normal será 30° .

E colocando as forças num sistema de eixos coordenados, figura 3-C, podemos usar a 2.ª Lei de Newton. Na direção y não há movimento, a reação normal e a componente normal do peso se anulam, na direção x escrevemos em módulo

$$\begin{aligned} P_{2P} \cdot \sin 30^\circ - T &= M_2 \cdot a \\ M_2 \cdot g \cdot \sin 30^\circ - T &= M_2 \cdot a \end{aligned} \quad (II)$$

Solução

a) Para que o sistema permaneça em equilíbrio devemos ter a aceleração igual a zero ($a = 0$), substituindo este valor e os valores do seno e co-seno nas equações (I) e (II) temos o seguinte sistema de equações

$$\left| \begin{array}{l} T - M_1 \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \\ M_2 \cdot g \cdot \frac{1}{2} - T = 0 \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{l} M_1 \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = T \quad \text{(III)} \\ M_2 \cdot g \cdot \frac{1}{2} = T \quad \text{(IV)} \end{array} \right|$$

dividindo a equação (IV) por (III)

$$\frac{M_2 \cdot g \cdot \frac{1}{2}}{M_1 \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{T}{T}$$

$$\frac{M_2 \cdot \frac{1}{2}}{M_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{1}$$

$$\boxed{\frac{M_2}{M_1} = \sqrt{3}}$$

b) Para encontrarmos a aceleração e a tensão usamos as equações (I) e (II) e fazemos $M_1 = M_2 = M = 5 \text{ kg}$

$$\left| \begin{array}{l} T - M \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = M \cdot a \quad \text{(V)} \\ M \cdot g \cdot \frac{1}{2} - T = M \cdot a \quad \text{(VI)} \end{array} \right|$$

Este é um sistema de duas equações a duas incógnitas, a aceleração a e a tensão T , somando estas duas equações temos

$$T - M \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = M \cdot a$$

$$(+)$$

$$M \cdot g \cdot \frac{1}{2} - T = M \cdot a$$

$$-M \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + M \cdot g \cdot \frac{1}{2} = M \cdot a + M \cdot a$$

$$-M \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + M \cdot g \cdot \frac{1}{2} = 2M \cdot a$$

$$a = \frac{1}{2M} \cdot \left[-M \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + M \cdot g \cdot \frac{1}{2} \right]$$

substituindo os valores dados para a massa e para a aceleração da gravidade

$$a = \frac{1}{2.5} \cdot \left[-5.9,81 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 5.9,81 \cdot \frac{1}{2} \right]$$

$$a = \frac{1}{10} \cdot [-42,48 + 24,53]$$

$$a = -1,79 \text{ m/s}^2$$

o sinal de negativo na aceleração indica que o sentido do movimento será contrário àquele adotado na figura 1.

Subtraindo as equações (V) e (VI), obtemos

$$T - M \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = M \cdot a$$

$$(-) \quad M \cdot g \cdot \frac{1}{2} - T = M \cdot a$$

$$-M \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - M \cdot g \cdot \frac{1}{2} + 2T = 0$$

$$2T = M \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + M \cdot g \cdot \frac{1}{2}$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot \left[M \cdot g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + M \cdot g \cdot \frac{1}{2} \right]$$

substituindo os valores do problema

$$T = \frac{1}{2} \cdot \left[5.9,81 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 5.9,81 \cdot \frac{1}{2} \right]$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot [42,48 + 24,53]$$

$$T = 33,51 \text{ N}$$