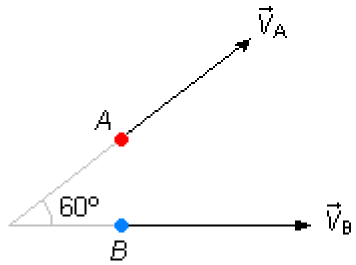
Duas partículas *A* e *B* têm massas respectivamente iguais a 4 kg e 6 kg. Ambas movem-se com velocidades constantes V_A=5 m/s e V_B=3 m/s, tais que suas direções formam um ângulo de 60º. Pede-se:
a) A velocidade do centro de massa;
b) A quantidade de movimento do sistema.



Dados do problema

- massa da partícula *A*: m_A=4 kg;
- massa da partícula *B*: m_B=6 kg;
- velocidade da partícula *A*: V_A=5 m/s;
- velocidade da partícula *B*: V_B=3 m/s.

Solução

a) A velocidade do centro de massa será dada pela seguinte equação na forma vetorial

$$\vec{V}=\frac{m_A\,\vec{V}_A+m_B\,\vec{V}_B}{m_A+m_B}$$

na forma escalar está equação pode ser decomposta nas direções *x* e *y* em

$$V_x=\frac{m_A\,V_{Ax}+m_B\,V_{Bx}}{m_A+m_B}\qquad \text{e}\qquad V_y=\frac{m_A\,V_{Ay}+m_B\,V_{By}}{m_A+m_B}\qquad \text{(I)}$$

Vamos colocar os vetores velocidades $\vec{V}_A$ e $\vec{V}_B$ num sistema de eixos coordenados para encontrar suas componentes, sendo que o vetor velocidade $\vec{V}_B$ coincide com o eixo *x*, então o ângulo entre eles será 0º, pela figura 1 temos

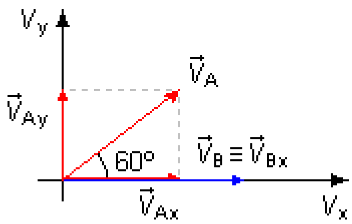


figura 1

direção *x*

$$V_{Ax}=V_A\,\cos 60^\circ$$
$$V_{Ax}=5.\frac{1}{2}$$
$$V_{Ax}=2{,}5\ \text{m/s}\qquad \text{(II)}$$

$$V_{Bx}=V_B\,\cos 0^\circ$$
$$V_{Bx}=3.1$$
$$V_{Bx}=3\ \text{m/s}\qquad \text{(III)}$$

direção *y*

$$V_{Ay}=V_A\,\text{sen}\,60^\circ$$
$$V_{Ax}=5.\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$V_{Ay}=4{,}3\ \text{m/s}\qquad \text{(IV)}$$

$$V_{By}=V_B\,\text{sen}\,0^\circ$$
$$V_{By}=3.0$$
$$V_{By}=0\qquad \text{(V)}$$

substituindo os valores das massas e as expressões (II) e (III) para as velocidades na direção *x* na primeira das equações de (I), obtemos

$$V_x=\frac{4\,.\,2{,}5+6\,.\,3}{4+6}=\frac{10+18}{10}=\frac{28}{10}=2{,}8\ \text{m/s} \qquad \text{(VI)}$$

agora substituindo as expressões (IV) e (V) na segunda equação de (I), temos para a velocidade na direção *y*

$$V_y=\frac{4\,.\,4{,}3+0}{4+6}=\frac{17{,}2}{10}=1{,}7\ \text{m/s} \qquad \text{(VII)}$$

Os vetores $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$ estão representados na figura 2-A e sua soma vetorial nos dará o vetor velocidade do centro de massa do sistema. O módulo deste vetor pode ser encontrado aplicando-se o *Teorema de Pitágoras* ao triângulo retângulo da figura 2-B, onde os catetos representam as velocidades nas direções *x* e *y* e a hipotenusa a velocidade do centro de massa.

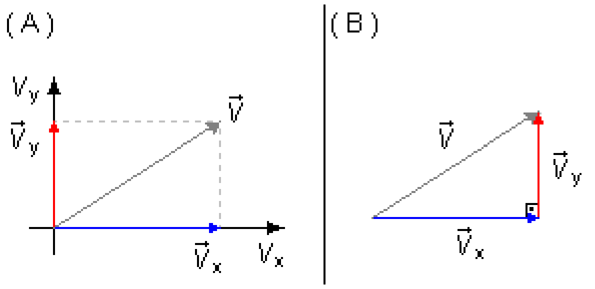


figura 2

$$V^2=V_X{}^2+V_y{}^2$$

usando os resultados (VI) e (VII) para o módulo das velocidades V_x e V_y encontradas anteriormente temos

$$V^2=(2{,}8)^2+(1{,}7)^2$$
$$V^2=7{,}84+2{,}89$$
$$V^2=10{,}73$$
$$V=\sqrt{10{,}73}$$

$$\boxed{V=3{,}3\ \text{m/s}}$$

b) A quantidade de movimento do sistema será

$$Q=M\,.\,V$$

onde *M* é a massa total do sistema.

$$Q=\left(m_A+m_B\right)V$$
$$Q=\left(4+6\right).3{,}33$$

$$\boxed{Q=33{,}3\ \text{kg.m/s}}$$