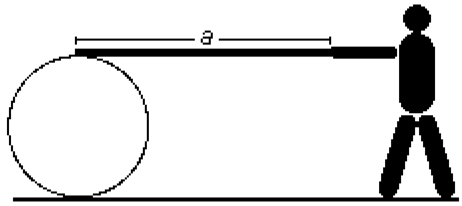
Um operário segura uma das extremidades de uma tábua reta, de comprimento *a*, enquanto a outra extremidade se apóia sobre um tambor cilíndrico de maneira que a tábua fique na posição horizontal. Ao mover a tábua para frente, o operário faz o tambor rolar, sem escorregar ao longo do plano horizontal e que durante o deslocamento a tábua permaneça na horizontal. Determine a distância *d* que irá percorrer o operário até que a extremidade segura por ele toque o tambor.



Dado do problema

- comprimento da tábua: *a*.

Solução

Seja $\vec{v}_C$ a velocidade do centro do tambor em relação ao solo, $\vec{v}_{B/C}$ a velocidade do ponto de contato entre o tambor e a tábua em relação ao centro do tambor e $\vec{v}_B$ a velocidade do ponto de contato entre o tambor e a tábua em relação ao solo (figura 1). Adotando-se *v* para a velocidade do centro do tambor a velocidade do ponto de contato em relação ao centro também será v (se esta velocidade fosse maior ou menor o tambor se deformaria), então podemos calcular a velocidade do ponto de contato em relação ao solo

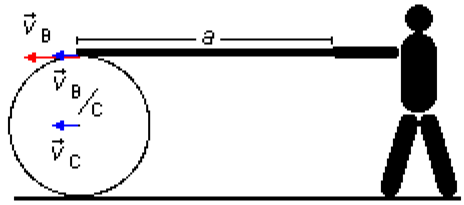


figura 1

$$\vec{v}_B=\vec{v}_C+\vec{v}_{B/C}$$

como todos os vetores têm a mesma direção em módulo temos

$$v_B=v+v$$

$$v_B=2\,v$$

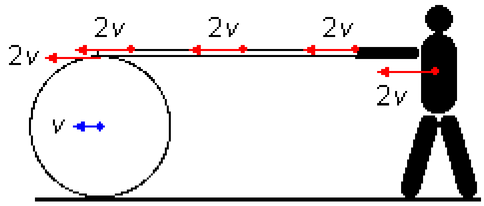


figura 2

Como a tábua passa pelo tambor sem escorregar todos os pontos da tábua têm a mesma velocidade 2 *v* que o ponto de contato, então o ponto de contato do operário com a tábua também tem a velocidade de 2 *v* o próprio operário se move com velocidade de 2 *v* (figura 2).

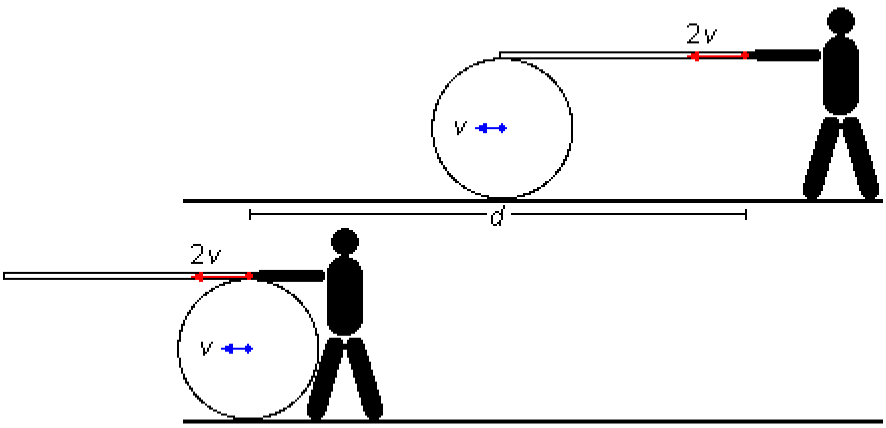


figura 3

O problema começa com uma ponta da tábua sendo segura pelo operário e a outra ponta apoiada no tambor, este ponto de apoio está exatamente sobre o centro do tambor (figura 3). O problema termina quando a mão do operário está em contato com o tambor, neste momento ela estará sobre o centro do tambor.

Então podemos "esquecer" o operário, o tambor e a tábua (figura 4) e reduzir o problema ao encontro de dois pontos materiais. Adotando-se um sistema de referência orientado para a esquerda (ao contrário do que se faz usualmente), um ponto representa a mão do operário partindo da origem $s_{0\text{H}}=0$ com velocidade inicial $v_{0\text{H}}=v_{\text{H}}=2\,v$ e outro ponto representando o centro do tambor que parte de um ponto $s_{0\text{C}}=a$ com velocidade $v_{0\text{C}}=v_{\text{C}}=v$. Como as velocidades dos pontos são constantes eles estão em *Movimento Retilíneo Uniforme* (*M.R.U.*), escrevendo a equação desse movimento para os dois pontos temos

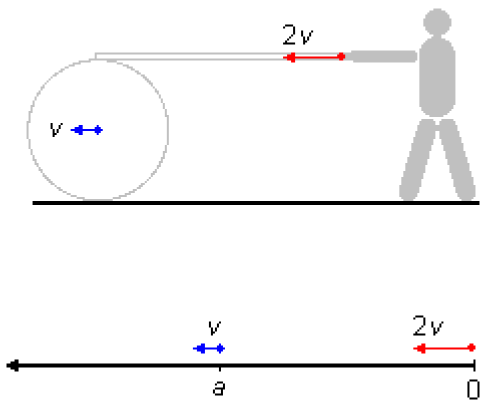


figura 4

$$s_{\text{H}}=s_{0\text{H}}+v_{\text{H}}\,.\,t$$
$$s_{\text{H}}=0+2v\,.\,t$$
$$s_{\text{H}}=2v\,.\,t \qquad \text{(I)}$$

$$s_{\text{C}}=s_{0\text{C}}+v_{\text{C}}\,.\,t$$
$$s_{\text{C}}=a+v\,.\,t \qquad \text{(II)}$$

para que eles se encontrem devem ocupar a mesma posição, então devemos impor a condição

$$s_{\text{H}}=s_{\text{C}}$$

igualando as expressões (I) e (II) obtemos o tempo que leva para os pontos se encontrarem

$$2v.t=a+v.t$$
$$2v.t-v.t=a$$
$$v.t=a$$
$$t=\frac{a}{v} \qquad \text{(III)}$$

substituindo (III) em (I) temos a distância percorrida pelo homem

$$s_{\text{H}}=2v.\frac{a}{v}$$

$$\boxed{s_{\text{H}}=2\,a}$$