

Do alto de um prédio de 60 m é lançada uma pedra verticalmente para cima com velocidade inicial de 20 m/s. Determinar:

- O tempo de subida da pedra;
- A altura máxima em relação ao solo;
- Depois de quanto tempo após o lançamento a pedra atinge o solo;
- A velocidade da pedra ao atingir o solo;
- Construir os gráficos do espaço em função do tempo e da velocidade em função do tempo. Dada aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 .

Esquema do problema

Adotando-se um sistema de referência orientado para cima, $h_{\text{máx}}$ será a altura máxima atingida pela pedra, a velocidade inicial terá sinal positivo pois está no mesmo sentido do eixo de referência, a aceleração da gravidade terá sinal negativo porque está no sentido contrário à orientação do eixo de referência.

Dados do problema

- altura de lançamento da pedra: $S_0 = 60 \text{ m}$;
- velocidade inicial da pedra: $v_0 = 20 \text{ m/s}$;
- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$

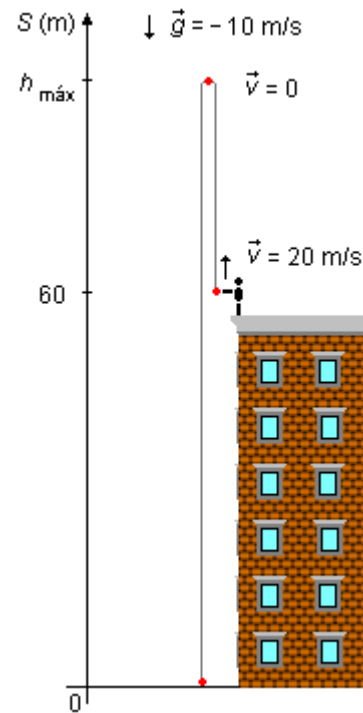


figura 1

Solução

a) A expressão para a velocidade é

$$v = v_0 - g \cdot t$$

substituindo os dados do problema a equação para a velocidade fica

$$v = 20 - 10 t \quad (I)$$

a pedra vai subir até a velocidade se anular ($v = 0$), então temos

$$0 = 20 - 10 \cdot t$$

$$10 \cdot t = 20$$

$$t = \frac{20}{10}$$

$$t = 2 \text{ s}$$

b) A expressão para o cálculo do espaço percorrido é

$$S = S_0 + v_0 \cdot t - \frac{g}{2} t^2$$

substituindo os dados temos a expressão horária do movimento

$$S = 60 + 20t - \frac{10}{2} t^2$$
$$S = 60 + 20t - 5t^2 \quad (\text{II})$$

substituindo o tempo encontrado no item anterior e fazendo $S = h_{\text{máx}}$, obtemos

$$h_{\text{máx}} = 60 + 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2$$
$$h_{\text{máx}} = 60 + 40 - 5 \cdot 4$$

$$h_{\text{máx}} = 80 \text{ m}$$

c) Quando a pedra atinge o solo temos $S = 0$, substituindo este valor na expressão (II), temos

$$-5t^2 + 20t + 60 = 0$$

dividindo toda a equação por -5 fica

$$t^2 - 4t - 12 = 0$$

Esta é uma *Equação do 2.º Grau* onde a incógnita é o valor desejado t , resolvendo

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 16 + 48 = 64$$
$$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 8}{2}$$

as duas raízes da equação serão

$$t_1 = 6 \quad \text{e} \quad t_2 = -2$$

descartando a segunda raiz, não existe tempo negativo, o tempo que leva para a pedra atingir o solo é de **6 s**.

d) Substituindo o valor para o tempo encontrado no item anterior na expressão (I) da velocidade

$$v = 20 - 10 \cdot 6$$

$$v = -40 \text{ m/s}$$

o sinal de negativo indica que a velocidade final está apontada para baixo contra o sentido do eixo de referência.

e) Gráfico do espaço percorrido em função do tempo, $S = f(t)$.

Usando a equação (II) atribuímos valores a t e obtemos S , construindo a tabela 1 e com os valores da tabela fazemos o gráfico 1

$$S(t) = 60 + 20t - 5t^2$$

t (s)	$S(t)$ (m)
0	60
2	80
4	60
6	0

tabela 1

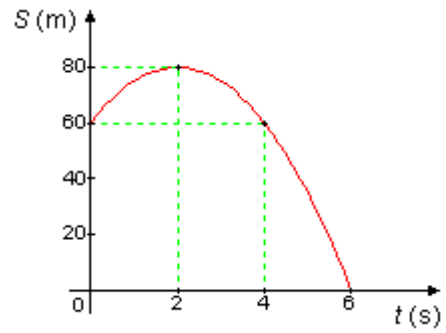


gráfico 1

Gráfico da velocidade em função do tempo, $v = f(t)$.

Usando a equação (I) atribuímos valores a t e obtemos v , construindo a tabela 2 e com os valores da tabela fazemos o gráfico 2

$$v = 20 - 10t$$

t (s)	$v(t)$ (m/s)
0	20
2	0
4	-20
6	-40

tabela 2

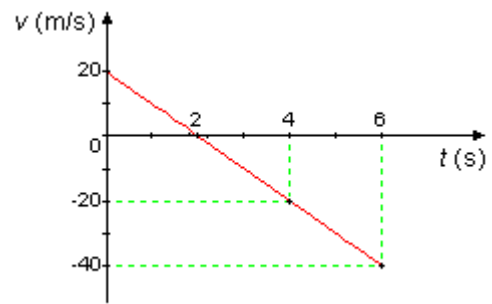


gráfico 2