Um carro está em movimento uniformemente acelerado com velocidade inicial v_0 e aceleração α.
a) Calcular a distância percorrida pelo carro no enésimo segundo (ou seja entre os instantes *n* e *n*-1);
b) Para $v_0=15\ \text{m/s}$ e $\alpha=1{,}2\ \text{m/s}^2$, calcular a distância percorrida no primeiro segundo e no décimo quinto segundo.

Esquema do problema

Adotando-se um sistema de referência orientado para direita, vamos chamar de S_{n} o espaço percorrido pelo carro da origem até o enésimo segundo e $S_{\text{n}-1}$ o espaço percorrido pelo carro da origem até o segundo anterior (figura 1).

figura 1

Dados do problema

- velocidade inicial: v_0;
- aceleração: α.

Solução

a) O carro esta em *Movimento Retilíneo Uniformemente Variado* (*M.R.U.V.*), a expressão para esse movimento é

$$S=S_0+v_0\,t+\frac{a}{2}t^2 \qquad \text{(I)}$$

Aplicando esta fórmula para o deslocamento do carro até o instante $t=n-1$, temos

$$S_{\text{n}-1}=S_0+v_0\left(n-1\right)+\frac{\alpha}{2}\left(n-1\right)^2$$

desenvolvendo esta expressão o termo $\left(n-1\right)^2$ é um *Produto Notável* da forma $\left(a-b\right)^2=a^2-2.a.b+b^2$ e podemos escrever

$$S_{\text{n-1}}=S_0+v_0.n-v_0+\frac{\alpha}{2}\left(n^2-2.n+1\right)$$

$$S_{\text{n-1}}=S_0+v_0.n-v_0+\frac{\alpha}{2}.n^2-\frac{\alpha}{2}.2.n+\frac{\alpha}{2}$$

$$S_{\text{n-1}}=S_0+v_0.n-v_0+\frac{\alpha}{2}.n^2-\alpha.n+\frac{\alpha}{2} \qquad \text{(II)}$$

Escrevendo a expressão (I) para o instante $t=n$, obtemos

$$S_{\text{n}}=S_0+v_0.n+\frac{\alpha}{2}.n^2 \qquad \text{(III)}$$

Como queremos o espaço percorrido apenas no enésimo segundo, temos a condição

$$\Delta S = S_n - S_{n-1}$$

subtraindo (II) de (III), temos

$$\Delta S = S_0 + v_0.n + \frac{\alpha}{2}.n^2 - \left(S_0 + v_0.n - v_0 + \frac{\alpha}{2}.n^2 - \alpha.n + \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\Delta S = S_0 + v_0.n + \frac{\alpha}{2}.n^2 - S_0 - v_0.n + v_0 - \frac{\alpha}{2}.n^2 + \alpha.n - \frac{\alpha}{2}$$

$$\Delta S = v_0 + \alpha.n - \frac{\alpha}{2}$$

$$\boxed{\Delta S = v_0 + \alpha.\left(n - \frac{1}{2} \right)}$$

b) Usando a expressão obtida no item anterior e os valores dados temos

- para $n = 1$

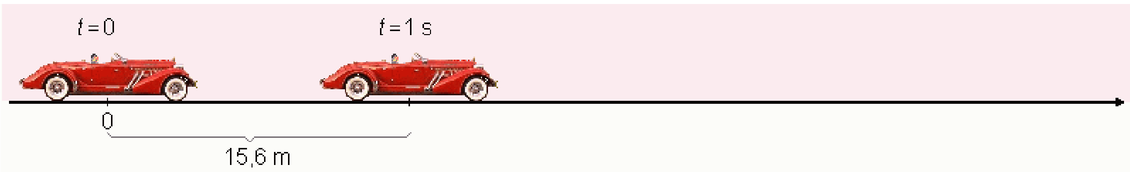
$$\Delta S = 15 + 1{,}2.\left(1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$\Delta S = 15 + 1{,}2.\left(\frac{2-1}{2} \right)$$

$$\Delta S = 15 + 1{,}2.\frac{1}{2}$$

$$\Delta S = 15 + 0{,}6$$

$$\boxed{\Delta S = 15{,}6 \text{ m}}$$



- para $n = 15$

$$\Delta S = 15 + 1{,}2.\left(15 - \frac{1}{2} \right)$$

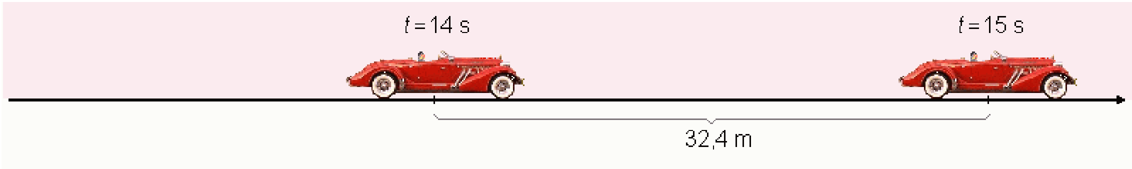
$$\Delta S = 15 + 1{,}2.\left(\frac{30-1}{2} \right)$$

$$\Delta S = 15 + 1{,}2.\frac{29}{2}$$

$$\Delta S = 15 + 0{,}6.29$$

$$\Delta S = 15 + 17{,}4$$

$$\boxed{\Delta S = 32{,}4 \text{ m}}$$



observação: *no primeiro caso o carro percorre 15,6 m e este é também o espaço percorrido desde de instante inicial até* $t=1\,\text{s}$ *, no segundo caso o carro percorre 32,4 m entre* $t=14\,\text{s}$ *e* $t=15\,\text{s}$ *, mas este não e o ponto da trajetória em que ele se encontra desde que partiu da origem.*