Dois móveis percorrem uma circunferência de raio R no mesmo sentido e com movimentos uniformes. Sabendo-se que partem simultaneamente de um mesmo ponto com velocidades escalares V_1 e V_2, determine depois de quanto tempo se encontram pela primeira vez.

Esquema do problema

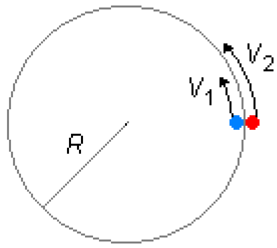

figura 1

Dados do problema

- raio da circunferência (trajetória): R;
- velocidade do móvel 1: V_1;
- velocidade do móvel 2: V_2.

Solução

Os móveis estão em *Movimento Circular Uniforme* (*M.C.U.*), suas velocidades escalares (V) são constantes então suas velocidades angulares (ω) também são constantes (como $v=\omega.r$, se a velocidade e o raio são constantes, então a velocidade angular também é constante).

As equações que regem os movimentos dos móveis são

$$\varphi_1=\varphi_{01}+\omega_1.t \qquad \text{e} \qquad \varphi_2=\varphi_{02}+\omega_2.t$$

Adotando-se o ponto de partida dos móveis como sendo a origem dos espaços, temos que os espaços angulares iniciais são iguais a zero ($\varphi_{01}=\varphi_{02}=0$) assim a equações acima se reduzem a

$$\varphi_1=\omega_1.t \qquad \text{(I)}$$
$$\varphi_2=\omega_2.t \qquad \text{(II)}$$

As velocidades angulares (ω_1 e ω_2) podem ser escritas em função das velocidades escalares (V_1 e V_2) e do raio (R) da circunferência dados no problema usando a seguinte expressão

$$V_1=\omega_1.R$$
$$\omega_1=\frac{V_1}{R} \qquad \text{(III)}$$
$$V_2=\omega_2.R$$
$$\omega_2=\frac{V_2}{R} \qquad \text{(IV)}$$

substituindo-se (III) em (I) e (IV) em (II), obtemos

$$\varphi_1=\frac{V_1}{R}.t \qquad (V)$$

$$\varphi_2=\frac{V_2}{R}.t \qquad (VI)$$

Como queremos encontrar o instante do encontro dos móveis devemos impor a condição de que nesse instante os seus espaços angulares serão iguais

$$\varphi_1=\varphi_2$$

Supondo a velocidade do móvel 2 maior que a do móvel 1 quando eles se encontrarem o móvel 2 já terá percorrido uma volta, 2π radianos a mais, assim

$$\varphi_2=\varphi_1+2\pi \qquad (VII)$$

substituindo (V) e (VI) em (VII), teremos

$$\frac{V_2}{R}.t=\frac{V_1}{R}.t+2\pi$$

$$\frac{V_2}{R}.t-\frac{V_1}{R}.t=2\pi$$

$$\left(V_2-V_1\right).\frac{t}{R}=2\pi$$

$$\boxed{t=\frac{2\pi.R}{\left(V_2-V_1\right)}}$$