Três cargas de 1 μC cada estão fixas nos vértices de um quadrado de lado 1m, uma partícula de carga de 1 μC e massa 1 g é abandonada em repouso no quarto vértice do quadrado, neste momento começa a sofrer a ação repulsiva das outras cargas. Determinar a aceleração da partícula no momento em que ela é abandonada. Considere o sistema no vácuo onde $k_0=9.10^9\,\dfrac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{C^2}}$.

Dados do problema

- valor das cargas: $q=1\,\mu\mathrm{C}$;
- massa da carga livre: $m=1\mathrm{g}$;
- distância entre as cargas: $L=1\mathrm{m}$;
- constante eletrostática: $k_0=9.10^9\,\dfrac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{C^2}}$.

Esquema do problema

A força elétrica entre duas cargas está na direção da linha que une estas cargas, então $\vec{F}_1$ é a força elétrica entre a carga q e a carga q_1, $\vec{F}_2$ é a força elétrica entre a carga q e a carga q_2 e $\vec{F}_3$ é a força elétrica entre a carga q e a carga q_3 (figura 1).

A distância entre as cargas q e q_2 será a diagonal do quadrado que mede, usando o *Teorema de Pitágoras*

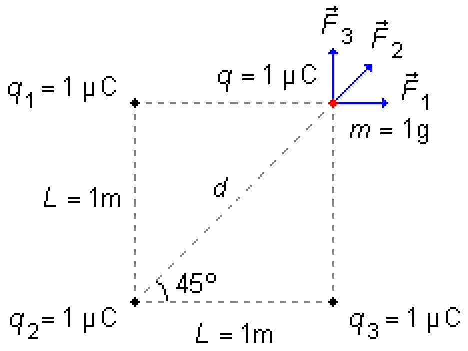

figura 1

$$d^2=L^2+L^2$$

$$d^2=1^2+1^2$$

$$d^2=2$$

$$d=\sqrt{2}\ \mathrm{m}$$

Solução

Em primeiro lugar vamos transformar a unidade da massa dada em gramas para quilogramas usado no *Sistema Internacional* (*S.I*).

$$m=1\,\mathrm{g}=1.10^{-3}\ \mathrm{kg}$$

O módulo da força elétrica é dado por

$$F=k_0\,\frac{Q_1\,Q_2}{r^2}\qquad\text{(I)}$$

Desenhamos as forças num sistema de eixos coordenados, ao invés de obter suas componentes ao longo das direções *x* e *y*, vamos projetar as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_3$ na direção de $\vec{F}_2$ obtendo os vetores $\vec{F}_{1P}$ e $\vec{F}_{3P}$, que são coincidentes (isto só é possível devido a simetria do problema, como todas as cargas são iguais a resultante estará na direção de $\vec{F}_2$), temos então (figura 2)

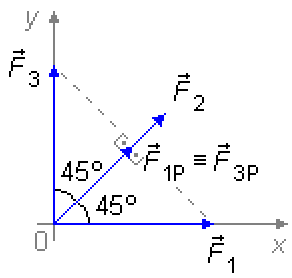

figura 2

Pela figura 2 $\vec{F}_1$ é a hipotenusa do triângulo e $\vec{F}_{1\text{P}}$ um cateto, em relação ao ângulo de 45º podemos escrever, em módulo $\vec{F}_{1\text{P}}$ e sendo $\cos 45^{\circ}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$$
\begin{gathered}
\cos 45^{\circ}=\frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}=\frac{F_{1\text{P}}}{F_1}\\
F_{1\text{P}}=F_1\cos 45^{\circ}\\
F_{1\text{P}}=k_0\,\frac{q\,q_1}{L^2}\cos 45^{\circ}\\
F_{1\text{P}}=9.10^{9}.\frac{1.10^{-6}.1.10^{-6}}{1^2}.\frac{\sqrt{2}}{2}\\
F_{1\text{P}}=9.10^{9}.10^{-12}.\frac{\sqrt{2}}{2}\\
F_{1\text{P}}=9.10^{-3}\,\frac{\sqrt{2}}{2}
\end{gathered}
\tag{II}
$$

Analogamente para $\vec{F}_{3\text{P}}$ temos o mesmo raciocínio, assim

$$
\begin{gathered}
\cos 45^{\circ}=\frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}=\frac{F_{3\text{P}}}{F_3}\\
F_{3\text{P}}=F_3\cos 45^{\circ}\\
F_{3\text{P}}=k_0\,\frac{q\,q_3}{L^2}\cos 45^{\circ}\\
F_{3\text{P}}=9.10^{9}.\frac{1.10^{-6}.1.10^{-6}}{1^2}.\frac{\sqrt{2}}{2}\\
F_{3\text{P}}=9.10^{9}.10^{-12}.\frac{\sqrt{2}}{2}\\
F_{3\text{P}}=9.10^{-3}\,\frac{\sqrt{2}}{2}
\end{gathered}
\tag{III}
$$

O módulo da força $\vec{F}_2$ será simplesmente

$$
\begin{gathered}
F_2=k_0\,\frac{q\,q_2}{d^2}\\
F_2=9.10^{9}\,\frac{1.10^{-6}.1.10^{-6}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}\\
F_2=9.10^{9}.10^{-12}\,\frac{1}{2}\\
F_2=\frac{9.10^{-3}}{2}
\end{gathered}
\tag{IV}
$$

O módulo da força elétrica resultante F_{E} será a soma de (II), (III) e (IV)

$$
\begin{gathered}
F_{\text{E}}=F_{1\text{P}}+F_{3\text{P}}+F_2\\
F_{\text{E}}=9.10^{9}.\frac{\sqrt{2}}{2}+9.10^{9}.\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{9.10^{9}}{2}
\end{gathered}
$$

colocando $\dfrac{9.10^{-3}}{2}$ em evidência, escrevemos

$$
\begin{gathered}
F_{\mathrm{E}}=\frac{9.10^{-3}}{2}\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}+1\right)\\
F_{\mathrm{E}}=\frac{9.10^{-3}}{2}\left(2\sqrt{2}+1\right)\\
F_{\mathrm{E}}=1{,}72.10^{-2}\ \mathrm{N}
\end{gathered}
$$

Usando a *2.ª Lei de Newton*

$$\vec{F}=m\,\vec{a}$$

temos que a única força agindo na carga é a força elétrica, então a aceleração estará na mesma direção e sentido da força elétrica, em módulo temos

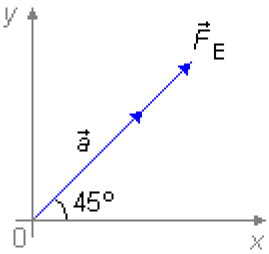

figura 3

$$
\begin{gathered}
F_{\mathrm{E}}=m\,a\\
a=\frac{F_{\mathrm{E}}}{\mathrm{m}}\\
a=\frac{1{,}72.10^{-2}}{10^{-3}}\\
a=1{,}72.10^{-2}.10^{3}\\
a=1{,}72.10
\end{gathered}
$$

$$\boxed{a=17{,}2\ \mathrm{m/s}}$$