Três cargas de 1 μC cada estão fixas nos vértices de um quadrado de lado 1m, uma partícula de carga de 1 μC e massa 1 g é abandonada em repouso no quarto vértice do quadrado, neste momento começa a sofrer a ação repulsiva das outras cargas. Determinar a aceleração da partícula no momento em que ela é abandonada. Considere o sistema no vácuo onde $k_0=9.10^9\,\dfrac{\text{N}\,\text{m}^2}{\text{C}^2}$.

Dados do problema

- valor das cargas: $q=1\,\mu\text{C}$;
- massa da carga livre: $m=1\text{g}$;
- distância entre as cargas: $L=1\text{m}$;
- constante eletrostática: $k_0=9.10^9\,\dfrac{\text{N}\,\text{m}^2}{\text{C}^2}$.

Esquema do problema

A força elétrica entre duas cargas está na direção da linha que une estas cargas, então $\vec{F}_1$ é a força elétrica entre a carga q e a carga q_1, $\vec{F}_2$ é a força elétrica entre a carga q e a carga q_2 e $\vec{F}_3$ é a força elétrica entre a carga q e a carga q_3 (figura 1).

A distância entre as cargas q e q_2 será a diagonal do quadrado que mede, usando o *Teorema de Pitágoras*

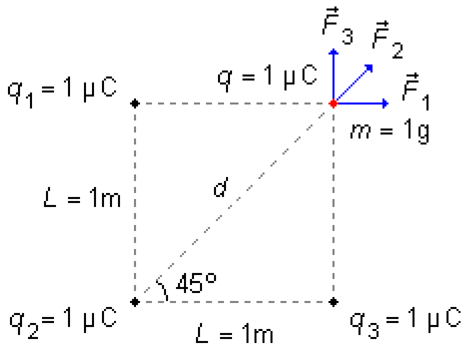

figura 1

$$d^2=L^2+L^2$$

$$d^2=1^2+1^2$$

$$d^2=2$$

$$d=\sqrt{2}\ \text{m}$$

Solução

Em primeiro lugar vamos transformar a unidade da massa dada em gramas para quilogramas usado no *Sistema Internacional* (*S.I*).

$$m=1\,\text{g}=1.10^{-3}\ \text{kg}$$

O módulo da força elétrica é dado por

$$F=k_0\,\frac{Q_1\,Q_2}{r^2} \qquad \text{(I)}$$

Desenhando as forças num sistema de eixos coordenados e obtendo suas componentes ao longo das direções x e y, temos (figura 2)

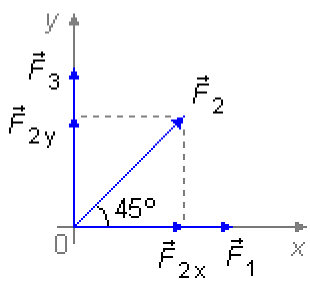

figura 2

- direção-x:

A força $\vec{F}_1$ só tem componente na direção-x, em módulo $F_1\equiv F_{1x}$

$$F_{1x}=k_0\,\frac{q\,q_1}{L^2}$$
$$F_{1x}=9.10^{9}\,\frac{1.10^{-6}.1.10^{-6}}{1^2}$$
$$F_{1x}=9.10^{9}.10^{-12}$$
$$F_{1x}=9.10^{-3} \qquad \text{(II)}$$

A componente *x* da força $\vec{F}_2$ vale em módulo

$$F_{2x}=F_2\cos 45^{\text{o}}$$

sendo F_2 dado por (I) e $\cos 45^{\text{o}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, temos

$$F_{2x}=k_0\,\frac{q\,q_2}{d^2}\cos 45^{\text{o}}$$
$$F_{2x}=9.10^{9}\,\frac{1.10^{-6}.1.10^{-6}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}\,\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$F_{2x}=9.10^{9}.10^{-12}\,\frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$F_{2x}=9.10^{-3}\,\frac{\sqrt{2}}{4} \qquad \text{(III)}$$

então a resultante das forças ao longo da direção-*x* será dada pela soma de (II) e (III)

$$F_x=F_{1x}+F_{2x}$$
$$F_x=9.10^{-3}+9.10^{-3}\,\frac{\sqrt{2}}{4}$$

colocando 9.10^{-3} em evidência, escrevemos

$$F_x=9.10^{-3}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{4}\right) \qquad \text{(IV)}$$

- direção-*y*:

A força $\vec{F}_3$ só tem componente na direção-*y*, em módulo $F_3\equiv F_{3y}$

$$F_{3y}=k_0\,\frac{q\,q_3}{L^2}$$
$$F_{3y}=9.10^{9}\,\frac{1.10^{-6}.1.10^{-6}}{1^2}$$
$$F_{3y}=9.10^{9}.10^{-12}$$
$$F_{3y}=9.10^{-3} \qquad \text{(V)}$$

A componente *y* da força $\vec{F}_2$ vale em módulo

$$F_{2y} = F_2 \text{ sen } 45^{\text{o}}$$

sendo F_2 dado por (I) e $\text{sen } 45^{\text{o}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, temos

$$F_{2y} = k_0 \frac{q\,q_2}{d^2} \cos 45^{\text{o}}$$

$$F_{2y} = 9.10^{9} \frac{1.10^{-6}.1.10^{-6}}{\left(\sqrt{2}\right)^2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$F_{2y} = 9.10^{9}.10^{-12} \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$F_{2x} = 9.10^{-3} \frac{\sqrt{2}}{4} \qquad \text{(VI)}$$

então a resultante das forças ao longo da direção-*y* será dada pela soma de (V) e (VI)

$$F_y = F_{3y} + F_{2y}$$

$$F_y = 9.10^{-3} + 9.10^{-3} \frac{\sqrt{2}}{4}$$

colocando 9.10^{-3} em evidência, escrevemos

$$F_y = 9.10^{-3} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \qquad \text{(IV)}$$

O módulo da força elétrica resultante F_E será obtido usando o *Teorema de Pitágoras* com (IV) e (VI)

$$F_E^2 = F_x^2 + F_y^2$$

$$F_E^2 = \left[9.10^{-3} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \right]^2 + \left[9.10^{-3} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \right]^2$$

$$F_E^2 = 2 \left[9.10^{-3} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \right]^2$$

$$F_E = \sqrt{2 \left[9.10^{-3} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \right]^2}$$

$$F_E = 9.10^{-3} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \sqrt{2}$$

$$F_E = 9.10^{-3} \left(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}\,\sqrt{2}}{4} \right)$$

$$F_E = 9.10^{-3} \left(\sqrt{2} + \frac{2}{4} \right)$$

$$F_E = 9.10^{-3} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right)$$

$$F_{E}=1{,}72.10^{-2}\ \text{N}$$

Usando a *2.ª Lei de Newton*

$$\vec{F}=m\,\vec{a}$$

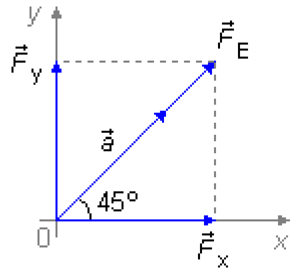

figura 3

temos que a única força agindo na carga é a força elétrica, então a aceleração estará na mesma direção e sentido da força elétrica, em módulo temos

$$F_{E}=m\,a$$

$$a=\frac{F_{E}}{\text{m}}$$

$$a=\frac{1{,}72.10^{-2}}{10^{-3}}$$

$$a=1{,}72.10^{-2}.10^{3}$$

$$a=1{,}72.10$$

$$\boxed{a=17{,}2\ \text{m/s}}$$