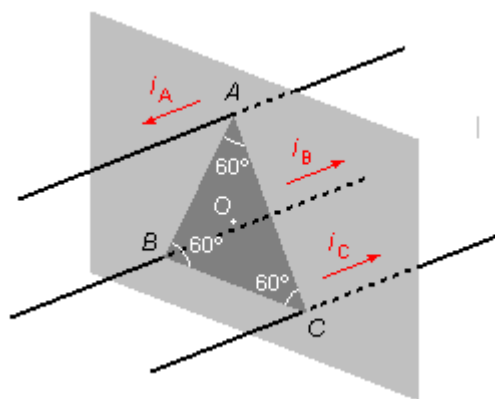


Na figura ao lado, temos três fios condutores retos, A , B e C , paralelos e extensos. Os fios são percorridos por correntes $i_A = 10\text{ A}$, $i_B = 20\text{ A}$ e $i_C = 30\text{ A}$, nos sentidos indicados e encontram-se a uma distância $L = 2\sqrt{3}\text{ m}$ um do outro. Determinar o campo magnético no centro O do triângulo (*baricentro*). Adotar $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T m}}{\text{A}}$.



Esquema do problema

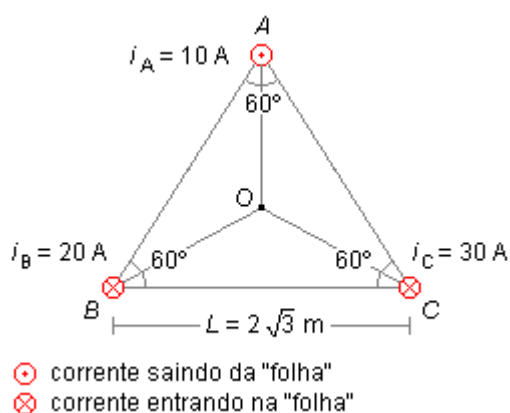


figura 1

Dados do problema

- corrente no fio A : $i_A = 10\text{ A}$;
- corrente no fio B : $i_B = 20\text{ A}$;
- corrente no fio C : $i_C = 30\text{ A}$;
- distância entre os fios: $L = 2\sqrt{3}\text{ m}$;
- permeabilidade magnética do vácuo: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T m}}{\text{A}}$.

Solução

Como a distância entre os fios é a mesma eles ocupam os vértices de um triângulo equilátero. A distância dos fios A , B e C ao ponto O onde se deseja o valor do campo magnético pode ser calculada com base na figura 2.

A altura $\overline{AM}$ é perpendicular ao lado $\overline{BC}$, e divide este lado em duas partes iguais, assim $\overline{BM} = \frac{\overline{BC}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\text{ m}$. O segmento $\overline{OB}$ divide o ângulo $\hat{ABC}$ ao meio, portanto o ângulo $\hat{OBM}$ vale 30° , assim a distância r dos fios ao centro O será $r = \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

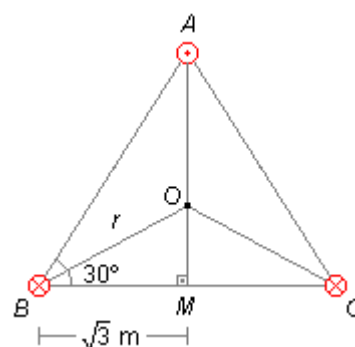


figura 2

$$\cos 30^\circ = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{BM}}{r}$$

$$r = \frac{\overline{BM}}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2 \text{ m}$$

O módulo do campo magnético de um fio reto é calculado pela expressão

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{r} \quad (I)$$

O vetor indução magnética $\vec{B}_A$ devido ao fio A será dado pela *regra da mão direita*, será tangente a linha de indução magnética no ponto O e perpendicular ao segmento $\overline{OA}$ como mostrado na figura 3 ao lado, e seu módulo é obtido pela expressão (I) acima

$$B_A = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_A}{r}$$

$$B_A = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{10}{2}$$

$$B_A = 10 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

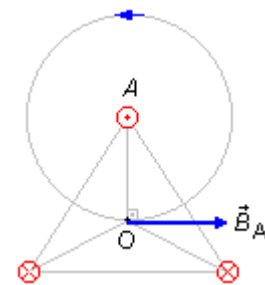


figura 3

O vetor indução magnética $\vec{B}_B$ devido ao fio B será dado pela *regra da mão direita*, será tangente a linha de indução magnética no ponto O e perpendicular ao segmento $\overline{OB}$. O ângulo $\widehat{OBC}$ é igual a 30° , este ângulo e o ângulo $\hat{\alpha}$ são alternos internos então $\hat{\alpha}$ também vale 30° , mas $\hat{\alpha} + 90^\circ + \hat{\beta} = 180^\circ$, portanto $\hat{\beta}$ vale 60° , este é o ângulo formado pelo vetor $\vec{B}_B$ com a horizontal, como mostrado na figura 4. Seu módulo é obtido pela expressão (I)

$$B_B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_B}{r}$$

$$B_B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{20}{2}$$

$$B_B = 20 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

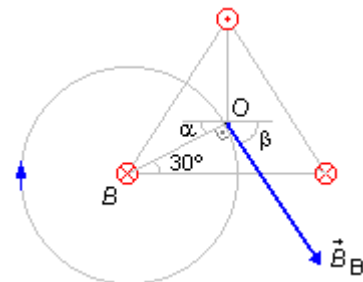


figura 4

Por fim o vetor indução magnética, $\vec{B}_C$, no ponto O devido ao fio C é obtido aplicando-se a *regra da mão direita*, o vetor $\vec{B}_C$ será perpendicular ao segmento $\overline{OC}$, como o ângulo $\widehat{ACB}$ mede 30° e é altero interno com o ângulo $\hat{\alpha}$ este também mede 30° , sendo $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$ então $\hat{\beta}$ vale 60° , que é o ângulo formado entre o vetor $\vec{B}_C$ e a horizontal como se vê na figura 5 ao lado. A expressão (I) nos fornece o seu módulo

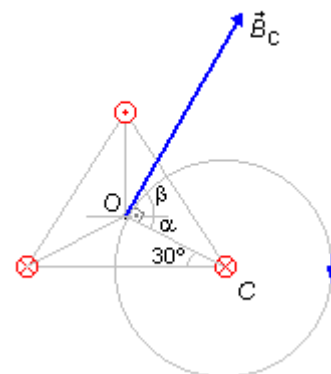


figura 5

$$B_C = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_C}{r}$$

$$B_C = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{30}{2}$$

$$B_C = 30 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

O vetor campo magnético resultante será calculado pela soma vetorial

$$\vec{B} = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \vec{B}_C$$

desenhando os vetores $\vec{B}_A$, $\vec{B}_B$ e $\vec{B}_C$ num sistema de eixos coordenados e calculando as suas componentes na direção B_x e B_y , conforme a figura 6 abaixo, teremos

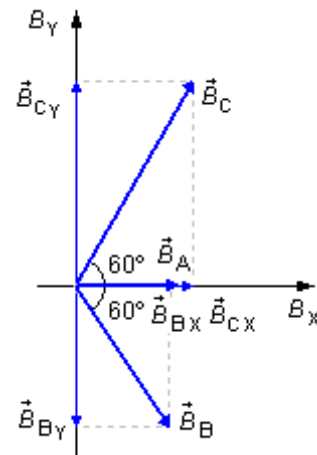


figura 6

componentes ao longo do eixo B_x

$$B_{Ax} = B_A \cos 0^\circ = 10 \cdot 10^{-7} \cdot 1 = 10 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

$$B_{Bx} = B_B \cos(-60^\circ) = B_B \cos 60^\circ = 20 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1}{2} = 10 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

$$B_{Cx} = B_C \cos 60^\circ = 30 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1}{2} = 15 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

O módulo do vetor resultante ao longo da direção B_x será

$$B_x = B_{Ax} + B_{Bx} + B_{Cx}$$

$$B_x = 10 \cdot 10^{-7} + 10 \cdot 10^{-7} + 15 \cdot 10^{-7}$$

$$B_x = 35 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

componentes ao longo do eixo B_y

$$B_{Ay} = B_A \sin 0^\circ = 10 \cdot 10^{-7} \cdot 0 = 0$$

$$B_{By} = B_B \sin(-60^\circ) = -B_B \sin 60^\circ = -20 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -10\sqrt{3} \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

$$B_{Cy} = B_C \sin 60^\circ = 30 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

O módulo do vetor resultante ao longo da direção B_y será

$$B_y = B_{Ay} + B_{By} + B_{Cy}$$

$$B_y = 0 - 10\sqrt{3} \cdot 10^{-7} + 15\sqrt{3} \cdot 10^{-7}$$

$$B_y = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-7} \text{ T}$$

O módulo do vetor resultante $\vec{B}$ será calculado aplicando-se o *Teorema de Pitágoras* à figura 7-A

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \vec{B}_x + \vec{B}_y \\ B^2 &= B_x^2 + B_y^2 \\ B^2 &= (35 \cdot 10^{-7})^2 + (5\sqrt{3} \cdot 10^{-7})^2 \\ B^2 &= (1225 + 75) \cdot 10^{-14} \\ B &= \sqrt{1300 \cdot 10^{-14}} \\ B &= 3,6 \cdot 10^{-6} \text{ T}\end{aligned}$$

O vetor $\vec{B}$ formará com o eixo x um ângulo θ dado por

$$\begin{aligned}\text{tg } \theta &= \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{B_y}{B_x} \\ \text{tg } \theta &= \frac{5\sqrt{3} \cdot 10^{-7}}{35 \cdot 10^{-7}} \cong 0,25\end{aligned}$$

então θ será

$$\theta = \arctg(0,25) \cong 14^\circ$$

A configuração final do campo é mostrada na figura 7-B

intensidade: $3,6 \cdot 10^{-7} \text{ T}$;
direção: formando um ângulo de 14° com a horizontal;
sentido: para a direita.

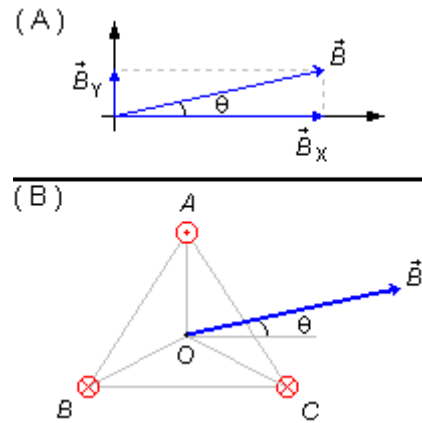


figura 7