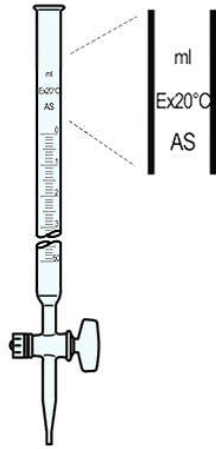
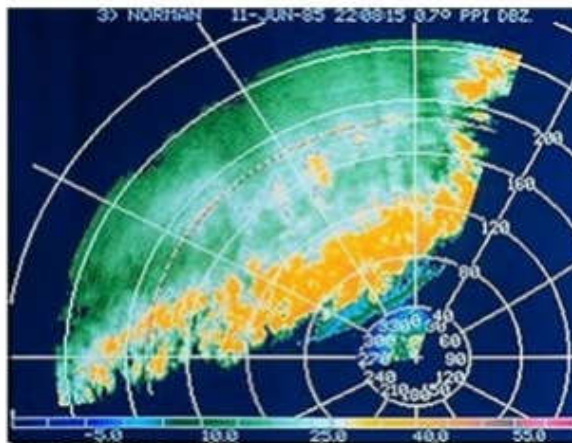
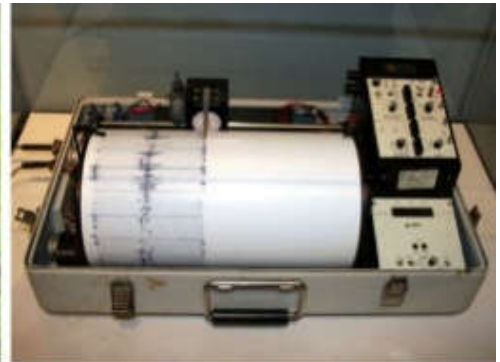


EL ABC DE LAS MEDICIONES EN EL LABORATORIO

V (ml)	Incertidumbre
10	$\pm 0,02$
25	$\pm 0,03$
50	$\pm 0,05$



Arnaldo González Arias



EL ABC DE LAS MEDICIONES EN EL LABORATORIO

A. González Arias



Mediciones e incertidumbres.

Tipos o clases.

Conceptos esenciales.

Tratamiento matemático de las incertidumbres de tipo A.

Mediciones indirectas: propagación de las incertidumbres.

Cifras significativas.

Covarianza.

Sistema internacional de unidades.

Decreto ley unidades de medida en cuba.

1. MEDICIONES E INCERTIDUMBRES

Medir significa comparar con el auxilio de algún instrumento que proporcione valores numéricos. El instrumento puede ser tan simple como una regla, o tan complejo como un difractor de rayos X o un espectrómetro adosado a un telescopio para medir parámetros astronómicos.

Todo lo que se pueda medir es una *Magnitud* (masa, tiempo, longitud, volumen, temperatura...). No son magnitudes el amor, la belleza, la ira o la pereza entre muchos otros, pues no se les puede asignar valores numéricos. Las ciencias naturales y médicas requieren de mediciones y valores numéricos para llegar a conclusiones (figura 1).

La magnitud en proceso de medición es el *mesurando*. (En inglés se acostumbra utilizar *cantidad* – quantity – en vez de magnitud para designar tanto el mesurando como su valor numérico, lo que no debe inducir a confusiones).¹

Muchas veces la temperatura resulta importante en una medición, aunque no sea el objeto directo de la investigación. La bureta que aparece en la figura 2 indica la temperatura a que se llevó a cabo la calibración. A otra temperatura serán necesarias correcciones, para no cometer errores importantes.

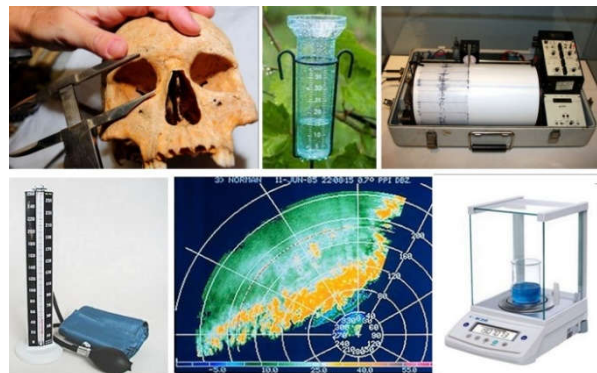


Figura 1. Todas las ciencias factuales y las ingenierías requieren de algún tipo de medición (Ejemplos: pie de rey, pluviómetro, sísmógrafo, esfigmomanómetro, radar meteorológico, balanza; esenciales en antropología, meteorología, geofísica, medicina, química).

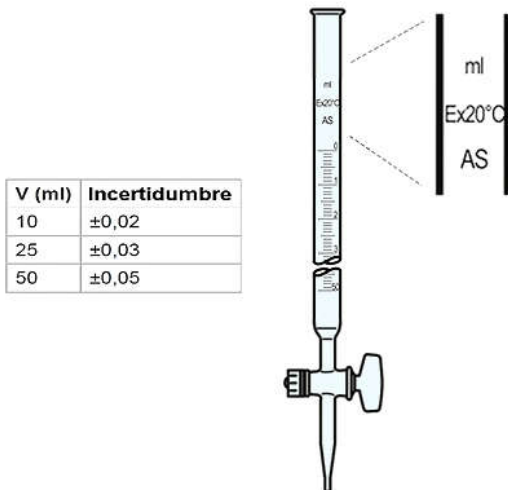


Figura 2. Datos del fabricante de la bureta.

Por lo general las *ciencias sociales* también necesitan conocer valores numéricos para investigar sus objetos de estudio, pero sus mediciones se basan en criterios estadísticos (encuestas, tablas, etc., figura 3), sin usar instrumentos. No se tendrán en cuenta en lo que sigue.

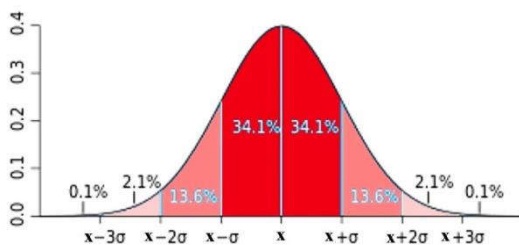


Figura 3. Distribución Gaussiana de probabilidad alrededor de un valor medio x .

Incertidumbres

El resultado de cualquier medición siempre viene acompañado de una *incertidumbre*. No hay mediciones exactas.² En el caso de la bureta la incertidumbre está asociada a la imposibilidad del fabricante de garantizar una certeza de la medición más allá de los valores especificados. Cuando no se conocen los datos del fa-

bricante es usual asociar la incertidumbre a la menor división de la escala (0.1 ml en la bureta; 0.1°C en el termómetro digital infrarrojo de la figura 4).



Figura 4. Cómo seleccionar la incertidumbre en casos particulares.

Significado de la incertidumbre: el valor real de la magnitud medida M puede ser cualquiera en el intervalo considerado en la figura 4. El valor medido M_0 es sólo el centro del intervalo. El resultado de la medición se representa como $M = M_0 \pm \delta M$, y δM es la *incertidumbre absoluta* de la medición.

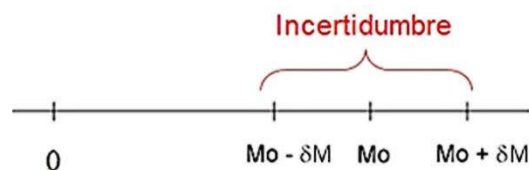


Figura 5. Concepto analítico de incertidumbre.

Ejemplo: si la lectura en la bureta fuera de 16 ml a 25°C, el valor a reportar sería, según la tabla de la figura 2,

$$V = 16 \pm 0.03 \text{ ml.}$$

Otras definiciones

Incertidumbre relativa: $\varepsilon_r = \delta M / M_0$

Incertidumbre porcentual: $\varepsilon\% = \varepsilon_r \times 100$

En el ejemplo anterior:

$$\varepsilon_r = 0.03/16$$

$$\varepsilon_r = 0.001875 \sim \mathbf{0.0019}$$

$$\varepsilon\% = 0.0019 \times 100$$

$$\varepsilon\% = 0.19 \% \sim \mathbf{0.2\%}$$

Note que lo usual es redondear las incertidumbres a dos cifras significativas después del punto (e incluso a una sola).

2. TIPOS O CLASES DE INCERTIDUMBRES

De acuerdo al National Institute of Standards and Technology de EE.UU., existen 2 tipos de incertidumbres: de clase A y de clase B.³

Las *incertidumbres de clase A* son de carácter accidental; se pueden reducir a partir del análisis estadístico de un conjunto de mediciones individuales realizadas por un operador. Tienen su origen en las influencias ajenas no controladas, y en las manipulaciones e imprecisiones aleatorias que realiza el operador en el laboratorio de manera accidental si las mediciones son complejas.

Pueden ser tanto por exceso como por defecto, de ahí que se puedan anular realizando series de mediciones y aplicando criterios estadísticos.

Las *incertidumbres de clase B* incluyen las que el operador no puede reducir por estar fuera de su alcance:

- Calibración de fábrica del instrumento.
- Incertidumbres provenientes de mediciones anteriores.⁴

3. NOCIONES ESENCIALES

Medición

Comparar con un patrón mediante algún instrumento (regla, balanza, bureta, etc.). En última instancia, cualquier medición conduce a la comparación indirecta con alguno de los patrones del Sistema Internacional de Unidades, figuras 6 y 7 (ver tabla 1).⁵

MAGNITUD	PATRÓN	SÍMBOLO
longitud	metro	m
masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
temperatura	Kelvin	K
cantidad de sustancia	mol	mol
intensidad de la corriente	ampere	A
intensidad de la luz	bujía o candela	b - cd

Notar que en la Tabla 1, excepto el Kelvin, las magnitudes se escriben con minúscula. Cada patrón tiene su definición precisa, que hemos omitido.

Medición simple o directa

Se usa un solo instrumento (no hay fórmulas que aplicar, excepto por alguna corrección).

Medición indirecta

Cuando el valor medido se obtiene a partir de evaluar alguna fórmula física conocida.

Apreciación de un instrumento

Menor división de su escala. A no ser que

el manual del fabricante especifique lo contrario, es usual tomar la apreciación del instrumento como el valor de la incertidumbre de la medición.



Figura 6. Patrón secundario del metro patrón (distancia entre dos marcas en la superficie de la barra de platino-iridio).



Figura 7. Un prototipo internacional del kilogramo patrón.

Error de medición

Diferencia entre el valor medido y el valor real de la magnitud medida (*mesurando*).

Error de entrada

Error que se comete al no verificar la correcta posición del cero de un instrumento (balanza, multímetros, etc.). En la figura 8, la aguja no marca cero cuando la corriente es cero.

No marca cero cuando la corriente es cero

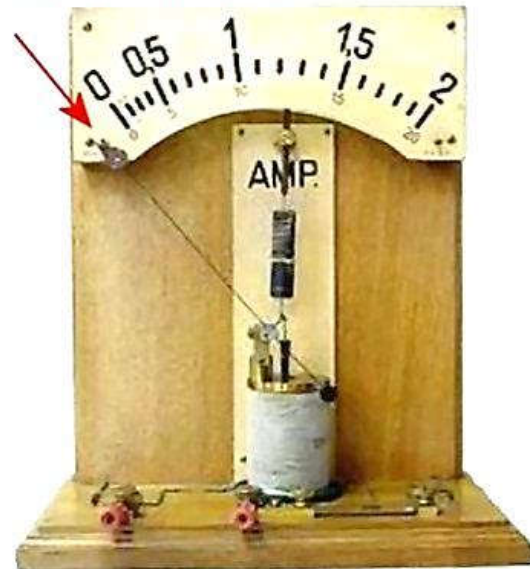


Figura 8. Ejemplo de error de entrada.

Error de paralaje

Error que se introduce al leer la escala de un instrumento sin adoptar una línea de visión perpendicular al cursor (figura 9).

Omisión de correcciones

Un error bastante común en el laboratorio se relaciona con el uso de los termómetros de mercurio y alcohol. Los termómetros ordinarios de laboratorio vienen calibrados para inmersión total; para que mi-

dan correctamente se deben introducir por completo en el sistema cuya temperatura se desea medir y esperar hasta que se alcance el equilibrio.

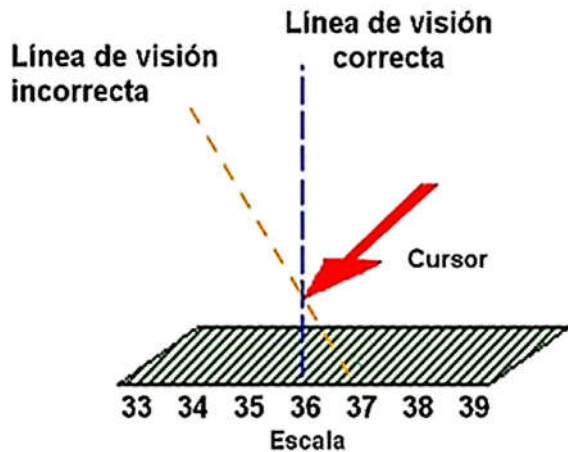


Figura 9. Error de paralaje

No obstante, es posible utilizarlos con buena aproximación en inmersión parcial, pero en ese caso hay que añadir a la lectura T_0 que marca el termómetro la fracción

$$\Delta T = 0.00016((\Delta T)(\Delta L))$$

donde ΔL es la longitud de la columna de mercurio o alcohol que sobresale del sistema, expresada en unidades de la escala del termómetro, y $\Delta T = T_2 - T_1$ la diferencia entre la temperatura T_2 leída en la escala y la temperatura T_1 del cuerpo del termómetro, medida con otro termómetro en el punto medio de la parte que sobresale. El no llevar a cabo esta corrección puede conducir a un error de varios grados, tanto mayor cuanto mayor sea la parte del termómetro que queda fuera del sistema objeto de medición.

Precisión

Un conjunto de mediciones es preciso (la

medición es precisa) cuando los valores medidos tienen dispersión pequeña. Los valores son reproducibles dentro de un intervalo pequeño (figura 10)

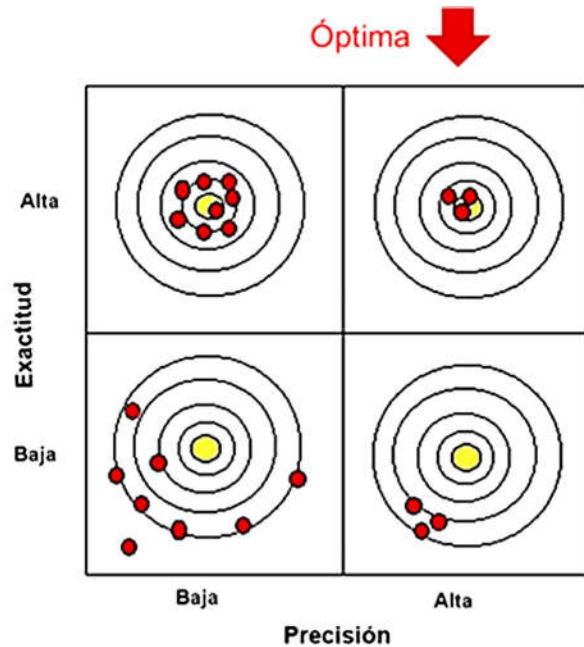


Figura 10. Exactitud y precisión. La flecha indica una medición óptima.

Exactitud

Una medición es más exacta a medida que sus valores se acercan más al valor real, de acuerdo al establecido por el patrón correspondiente del Buró Internacional de Pesas y Medidas.

4. TRATAMIENTO MATEMÁTICO DE LAS INCERTIDUMBRES DE TIPO A. ASPECTOS BÁSICOS.

Sean $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ los valores obtenidos al realizar N mediciones sucesivas de la magnitud x, que pueden coincidir o no. Si no coinciden, y exceden los valores correspondientes a las incertidumbres de tipo B, indican que hubo factores accidentales adicionales influyendo en los resul-

tados.

Se toma entonces como "mejor valor", o *valor estimado* del mesurando x el promedio aritmético o valor medio de los N valores,

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i ,$$

y como *incertidumbre estándar* ($\delta\mu$) de ese mejor valor se toma la desviación estándar del valor medio,

$$\delta\mu = \left(\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)^{1/2} .$$

La incertidumbre estándar $\delta\mu$ representa la probabilidad de que el valor medido se encuentre dentro del intervalo $\bar{x} \pm \delta\mu$ con un 68% de probabilidad; aumenta a 95% para el intervalo $\bar{x} \pm 2\delta\mu$.⁶

El por ciento de los intervalos anteriores varía en dependencia de la distribución estadística asumida; los valores anteriores son gaussianos (determinados a partir de la *distribución de Gauss*) pero son mayores para la *distribución de Student*, válida cuando el conjunto de datos es pequeño.

Es posible comprobar que μ decrece cuando N aumenta. De aquí que *llevando a cabo un número suficiente de mediciones es posible reducir las incertidumbres de tipo A*. El límite para la reducción viene dado por las incertidumbres de tipo B, establecidas por el fabricante de los instrumentos utilizados (figura 11).

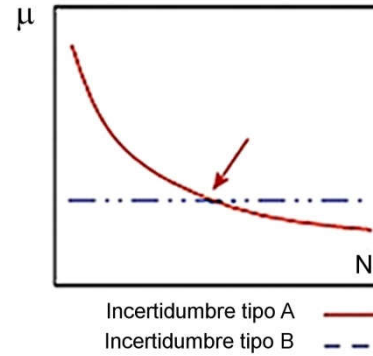


Figura 11. Límite de reducción de las incertidumbres de tipo A.

Se acostumbra reportar el valor medido de la magnitud x tomando μ como la incertidumbre absoluta ($\delta\mu = \delta x$):

$$x = \bar{x} \pm \delta\mu .$$

Varianza

El término $\sigma = \sqrt{N} \cdot \mu$ es la *varianza*, y se asocia a la probabilidad de que al hacer una nueva medición *individual* se obtenga un valor comprendido en el intervalo $\bar{x} \pm \sigma$ con 68% de probabilidad (95% para 2σ , etc.)

5. MEDICIONES INDIRECTAS: PROPAGACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES

Cuando se usa alguna expresión matemática para determinar el valor de la magnitud analizada, la medición es indirecta; hay que hacer dos o más mediciones simples por separado.

Ejemplo.

Calcular el área de una superficie a partir de mediciones de su largo a y ancho b (figura 12).

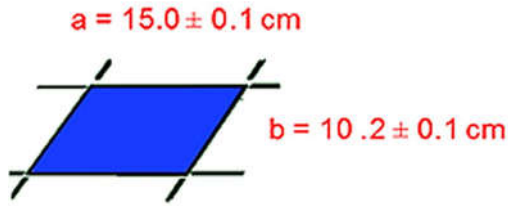


Figura 12. Área de un paralelepípedo e incertidumbres asociadas a las mediciones ($S = ab$).

En la figura, $S = ab = 153 \text{ cm}^2$. La incertidumbre absoluta $\delta\mu$ se determina considerándola como si fuera la variación de la función analítica $S=ab$ ante pequeñas variaciones da y db de los parámetros a y b (es decir, el diferencial total dS):

$$\delta\mu \equiv dS = \frac{\partial(ab)}{\partial a} da + \frac{\partial(ab)}{\partial b} db$$

$$\delta\mu_T = \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \delta\mu_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \right) \delta\mu_{ij} \right)^{1/2}$$

que no es más que un desarrollo truncado de Taylor de la función $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, donde n es el número de variables involucradas en la expresión. La incertidumbre se identifica con el diferencial de la función para una pequeña variación de las variables alrededor de los valores medios \bar{x}_i (en caso de que provengan de una serie de mediciones).⁷

Los coeficientes $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ se denominan *coeficientes de sensibilidad*, y se evalúan en los correspondientes valores medios \bar{x}_i . El término $\delta\mu_{ij}$ es la *covarianza* asociada a \bar{x}_i, \bar{x}_j (ver apéndice).

Se toma la raíz de los términos elevados

Al efectuar, queda:

$$\delta\mu = bda + adb.$$

Los diferenciales da y db se identifican con las correspondientes incertidumbres de las mediciones de a y b (0.1 cm). El valor a reportar, redondeando a una cifra después del punto, sería entonces

$$S = 153 \pm 2.5 \text{ cm}^2.$$

Si se usa otra fórmula cualquiera $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ para determinar el valor de una magnitud medida, generalizando el criterio anterior y llamando $\delta\mu_T$ a la incertidumbre total, con μ_i para designar a las incertidumbres individuales, la expresión a utilizar es:

al cuadrado para garantizar que no se compensen las contribuciones de la incertidumbre a causa de signos contrarios en la función original.

Si se puede asumir razonablemente que los valores medios \bar{x}_i no están relacionados entre sí, el segundo término en la expresión anterior se anula. Entonces:

A) Si la fórmula de trabajo es una suma del tipo

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots,$$

donde los a_i son constantes, la incertidumbre combinada o total $\delta\mu_T$ tendrá la forma

$$\delta\mu_T = \left(a_1^2 (\delta\mu_1)^2 + a_2^2 (\delta\mu_2)^2 + a_3^2 (\delta\mu_3)^2 + \dots + a_n^2 (\delta\mu_n)^2 \right)^{1/2}$$

B) Cuando la fórmula de trabajo es un producto del tipo

$$y = Cx_1^p x_2^q x_3^r \dots x_n^z$$

la incertidumbre total relativa toma la forma

$$\varepsilon_{Tr} = \left(p^2 \mu_{1r}^2 + q^2 \mu_{2r}^2 + r^2 \mu_{3r}^2 + \dots + z^2 \mu_{nr}^2 \right)^{1/2}$$

donde cada μ_{ir} es la *incertidumbre relativa*, definida por la expresión

$$\mu_{ir} = \frac{\delta\mu_i}{x_i}$$

En otras expresiones analíticas es necesario calcular el resultado de forma individual para cada caso particular.

PREGUNTAS DE CONTROL

1. Enumere los tipos o clases de incertidumbre que Ud. conoce y diga sus principales características
2. ¿Cuándo es precisa una medición?
¿Cuándo es exacta?
3. ¿Qué diferencia hay entre error, equivocación e incertidumbre?
4. ¿Qué significado tienen la incertidumbre relativa y porcentual?
5. ¿Cómo se calcula la desviación típica? ¿Cuál es su significado?
6. De los tipos de incertidumbre y errores o equivocaciones que Ud. conoce, diga cuales pueden eliminarse y cuáles no, y de qué forma.
7. Explique en qué consiste la ley de

propagación de la incertidumbre

8. ¿Cómo expresa Ud. el resultado de una medición con un intervalo de confianza del 95%?

ANEXOS

A. CIFRAS SIGNIFICATIVAS

De acuerdo a lo expresado en las secciones anteriores, se concluye de inmediato que carece de sentido escribir más cifras después del punto decimal que las estrictamente necesarias para indicar el valor de una magnitud. Por ejemplo, si se midió una densidad con una incertidumbre de 0.0032 g/cm^3 , no tiene sentido escribir más allá de 3 o 4 cifras después del punto decimal:

$$\rho = 0.987643 \text{ (incorrecto)}$$

$$\rho = 0.9876 \text{ (correcto)}$$

En el primer caso, las dos últimas cifras (43) sobran, pues el resultado de la medición sólo permite afirmar que el valor de la densidad se encuentra en el intervalo

$$\rho = 0.9876 \pm 0.0032;$$

es decir, que su valor real se encuentra entre 0.9843 y 0.9907.

Excepto en el caso de mediciones de alta precisión, es común que se acepte utilizar una sola cifra significativa para la incertidumbre total o absoluta, redondeando por aproximación. También se debe aproximar el valor de la magnitud medida para que las cifras significativas no sobrepasen el intervalo de incertidumbre. En nuestro ejemplo, $0.0032 \approx 0.003$ y el valor a reportar será

$$\rho = 0.988 \pm 0.003 \text{ g/cm}^3.$$

En los libros de texto muchas veces se omite este tipo de notación, y la incertidumbre absoluta solo se indica especificando el número de cifras significativas con que se expresa la magnitud. Es decir, si se reporta una densidad con el valor de $\rho = 0.98$, se sobreentiende que la misma se midió con una incertidumbre absoluta no mayor de 0.01. Sin embargo, si se reporta el valor 0.980, esto indica que la incertidumbre fue 10 veces menor (0.001).

B. COVARIANZA⁸

El *análisis de la covarianza* es una técnica estadística que, utilizando un modelo de regresión lineal múltiple, busca comparar los resultados obtenidos en diferentes grupos de una variable cuantitativa, pero corrigiendo las posibles diferencias existentes entre los grupos en otras variables que también pudieran afectar al resultado (variantes). En el estudio conjunto de dos variables, lo que más interesa es saber si existe algún tipo de relación entre ellas. Esto se ve gráficamente con el diagrama de dispersión. La covarianza $S(x,y)$ de dos variables aleatorias x,y se define como:

$$S_{xy} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) .$$

1. Una covarianza positiva significa que existe una relación lineal directa entre las dos variables. Es decir, las puntuaciones bajas de (x) se asocian con las puntuaciones bajas de (y), mientras que las puntuaciones altas de (x) se asocian con los valores altos de (y).

2. Una covarianza de negativa significa que existe una relación lineal inversa. Las puntuaciones bajas en (x) se asocian con los valores altos en (y), y viceversa.

3. Una covarianza 0 indica que no existe relación lineal entre las dos variables.

C. EXTRACTO DEL DECRETO-LEY NUMERO 62 DE LA IMPLANTACIÓN DEL SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

La Habana, Jueves 30 de Diciembre de 1982.⁹

1. Notar que nombres y símbolos se escribe con minúscula *excepto los símbolos que se refieren a apellidos* (A, K, V, Hz, C, F, S, H, y T). Se debe seguir la regla general en las unidades que no aparecen reguladas en el decreto ley; newton (N), joule (J), watt (W).

2. Los nombres no se pluralizan para evitar equivocaciones con el segundo (s). Se escribe '10 kelvin' o '10 K', pero no '10 kelvines' (o 10 volts).

3. ARTICULO 13.- En todo documento legal, comercial, económico, administrativo, científico, técnico o informativo para uso en el país que requiera de la mención o utilización de unidades de medida se emplearán las unidades del SI. Siempre que sea necesario el uso de unidades de medida no pertenecientes al SI en virtud de las excepciones establecidas en este Decreto-Ley, se indicará entre paréntesis sus equivalencias en unidades de medida del SI. De igual manera se procederá cuando se trate de documentos con destino al extranjero y cuando fuere solicitado por parte interesada.

Nota importante. Notar que los nombres de las magnitudes no se castellanizan, sino que mantienen sus nombres originales; es decir, lo correcto en Cuba – y muchos otros países – es joule (no julio), watt (no vatio), etc.

UNIDADES BÁSICAS DEL SI		
MAGNITUD FÍSICA	NOMBRE	SÍMBOLO
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de la corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mole	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

UNIDADES SUPLEMENTARIAS		
Ángulo plano	radián	rad
Ángulo sólido	estereorradián	sr

UNIDADES DERIVADAS		
Frecuencia (de un proceso periódico)	hertz	Hz
Cantidad de electricidad carga eléctrica	coulomb	C
Potencial eléctrico	volt	V
Capacitancia, capacidad eléctrica	farad	F
Resistencia eléctrica	ohm	Ω
Conductancia	siemens	S
Inductancia	henry	H
Inducción magnética	tesla	T
Flujo luminoso	lumen	lm
Iluminación	lux	lx

NO CONTEMPLADAS EN EL DECRETO LEY		
Fuerza	newton	N
Trabajo, energía	joule	J
Potencia	watt	W

PRINCIPALES UNIDADES DE MEDIDA NO PERTENECIENTES AL SI SUJETAS A PROGRAMAS

1. DE USO EN EL PAÍS

Nombre	Símbolo	Equivalencia en SI	Observaciones
pulgada	in	0,025 4 m (e)	internacional inch
milla	mile	1 609,344 m (e)	Statute mile
punto	-	$0,351\ 460 \cdot 10^{-3}$ m	imprensa
pulgada cuadrada	ln2	$6,451\ 6 \cdot 10^{-4}$ m ² (e)	
caballería cubana	-	$13,420\ 2 \cdot 10^4$ m ²	13,420 2 ha
onza española	onz	$28,755\ 8 \cdot 10^{-3}$ kg	
libra española	lb (esp)	0,460 093 kg (e)	
arroba española	@	11,502 3 kg	
quintal español	qq	46,009 3 kg (e)	
onza (UK) (US)	oz	$28,349\ 5 \cdot 10^{-3}$ kg	
libra (UK) (US)	lb (UK, US)	0,453 592 37 kg (e)	
tonelada corta (US)	sh ton	907,185 kg	short ton (US)
tonelada (UK)	ton	1 016,05 kg	long ton (US)

galón (US)	gal (US)	$3,785\ 41 \cdot 10^{-3}\ m^3$	3,785 41 dm ³
galón (UK)	gal (UK)	$4,546\ 09 \cdot 10^{-3}\ m^3$	4,546 09 dm ³
pie cúbico	ft ³	0,028 316 8 m ³	
barril (US) petróleo	bbl	$158,987 \cdot 10^{-3}\ m^3$	158,987 dm ³
onza fluida (UK)	fl oz (UK)	$28,413\ 1 \cdot 10^{-6}\ m^3$	28,413 1 cm ³
onza fluida (US)	fl oz (US)	$29,573\ 5 \cdot 10^{-6}\ m^3$	29,573 5 cm ³
milla por hora	mile/h	0,447 04 m/s (e)	
pulgada por segundo	ln/s	0,025 4 m/s (e)	
galón por segundo (UK)	gal/s (UK)	$4,546\ 09 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$	
galón por segundo (US)	gal/s (US)	$3,785\ 41 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$	
pie cúbico por segundo.	ft ³ /s	0,028 316 8 m ³ /s	
barril por segundo (US)	bbl/s	0,158 987 m ³ /s	petróleo
libra por segundo (UK) (US)	lb/s	0,453 592 kg/s	
libra fuerza	lbf	4,448 22 N	
libra fuerza por pulg, cuadrada	lbf/in ²	6 894,76 Pa	
pulgada de agua	inH ₂ O	249,089 Pa	convencional
pulgada de mercurio	inHg	3 386,39 Pa	convencional
tonelada fuerza por pulgada cuadrada (UK)	tonf/in ² (UK)	$1,544\ 43 \cdot 10^7\ Pa$	
unidad térmica Británica	Btu	1 055,06 J	
caballo de fuerza	hp	745,700 W	
grado Fahrenheit	°F	$k = 5/9 (°F+459,67)^*$	°C = $5/9 (°F-32)^*$
unidad térmica Británica por lb.	Btu/lb	2 326 J/kg (e)	

e: equivalencia exacta; *: equivalencia entre escalas; US: United States; UK: U. Kingdom.

2. DE USO INTERNACIONAL

Nombre	Símbolo	Equivalencia en el SI	Observaciones
Angstrom	Å	$1 \cdot 10^{-10}\ m$ (e)	
Unidad X	X	$1,002\ 06 \cdot 10^{-13}\ m$	
milla náutica	n mile	1 852 m (e)	milla internacional para uso en la navegación marítima
barn	b	$10^{-28}\ m^2$ (e)	
quintal métrico	q	100 kg (e)	
quilate	ct	$2 \cdot 10^{-4}\ kg$ (e)	piedras preciosas y perlas
tex	tex	$10^{-6}\ kg/m$ (e)	industria textil
ángulo cuadrado	□°	$3,046\ 2 \cdot 10^{-4}\ sr$	
nudo	kn	0,514 444 m/s	navegación marítima
gal	gal	$10^{-2}\ m/s$ (e)	geodesia y geofísica
revolución por segundo	r/s	s^{-1} (e)	
dina	dyn	$10^{-5}\ N$ (e)	
kilogramo fuerza	kgf	9,806 65 N (e)	kilopond (kp)
gramo fuerza	gf	$9,806\ 65 \cdot 10^{-3}\ N$ (e)	pond (p)
tonelada métrica	T o t	1000 kg	
tonelada fuerza	tf	$9,806\ 65 \cdot 10^3\ N$ (e)	
kilogramo fuerza por centímetro cuadrado	kgf/cm ²	98 066,5 Pa (e)	= (kp/cm ²); atmósfera técnica (at)
litro	L o l	dm ³	
milímetro de la columna de agua (convencional)	mmH ₂ O	9,806 65 Pa (e)	

milímetro de la columna de mercurio	mmHg	133,322 Pa	torr
atmósfera normal	atm	101 325 Pa (e)	
kilogramo fuerza por milímetro cuadrado	kgf/mm ²	9,806 65 · 10 ⁶ Pa (e)	= (kp/mm ²)
bar	bar	10 ⁵ Pa (e)	
erg	erg	1 · 10 ⁻⁷ J (e)	
caloría internacional	calIT	4,1865 J	
caloría termoquímica	calth	4,1840 J (e)	
caloría de 15 °C	cal15	4,1855 J	
caballo de fuerza métrico (o de vapor)	cv	735,499 W	
poise	p	0,1 Pa · s (e)	
stokes	St	10 ⁻⁴ m ² /s (e)	
ohm milímetro cuadrado por metro	Ω · mm ² /m	10 ⁻⁶ Ω · m (e)	
maxwell	Mx	10 ⁻⁸ wb (e)	
gauss	Gs	10 ⁻⁴ T (e)	
gilbert	Gb	[10/(4π)]A=0,795775 A	
rem	rem	0,01 J/kg	0,01 Sv
rad	rad, rd	0,01 Gy	
röntgen	R	2,58 · 10 ⁴ C/kg (e)	
curie	Ci	3,7 · 10 ¹⁰ Bq (e)	
maxwell	Mx	10 ⁻⁸ wb (e)	
gauss	Gs	10 ⁻⁴ T (e)	
oersted	Oe	[10 ³ /(4π)]A/m = 795775 A/m	
rem	rem	0,01 J/kg	0,01 Sv
rad	rad, rd	0,01 Gy	
röntgen	R	2,58 · 10 ⁴ C/kg (e)	
curie	Ci	3,7 · 10 ¹⁰ Bq (e)	
Neper	Np		1 Np=0,8686 B =8,686 dB

e: equivalencia exacta; *: equivalencia entre escalas; US: United States; UK: U. Kingdom.

OTRAS UNIDADES DEL SISTEMA INTERNACIONAL

Unidades del Sistema Internacional utilizadas en radiometría

Magnitud física	Símbolo	Unidad del SI	Abreviación	Notas
Energía radiante	Q	joule	J	Energía
Flujo radiante	Φ	watt	W	Energía radiada por unidad de tiempo (potencia)
Intensidad radiante	I	watt por estereorradián	W/sr	Potencia por unidad de ángulo sólido
Radiancia	L	watt por estereorradián por metro cuadrado	W · sr ⁻¹ · m ⁻²	Potencia. Flujo radiante emitido por unidad de superficie y por ángulo sólido

Irradiancia	E	watt por metro cuadrado	W/m ²	Potencia incidente por unidad de superficie
Emitancia radiante	M	watt por metro cuadrado	W/m ²	Potencia emitida por unidad de superficie de la fuente radiante
Radiancia espectral	L _λ o L _v	watt por estereorradián por metro cuadrado por hertz o watt por estereorradián por metro cúbico	W·sr ⁻¹ ·m ⁻² ·Hz ⁻¹ o W·sr ⁻¹ ·m ⁻³	Intensidad de energía radiada por unidad de superficie, frecuencia y ángulo sólido. Es usual medir en W·sr ⁻¹ ·m ⁻² ·nm ⁻¹
Irradiancia espectral	E _λ o E _v	Watt por metro cúbico o watt por metro cuadrado por hertz	W·m ⁻³ o W·m ⁻² ·Hz ⁻¹	Habitualmente medida en W·m ⁻² ·nm ⁻¹

Unidades del Sistema Internacional utilizadas en fotometría

Magnitud	Símbolo	Unidad	Símbolo	Notas
Energía lumínica	Q _v	lumen segundo	lm·s	A veces se usa la denominación talbot, ajena al Sistema Internacional.
Flujo luminoso	Φ _v , F	lumen (cd·sr)	lm	Medida de la potencia luminosa percibida.
Intensidad luminosa	I _v	candela (lm/sr)	cd	Es una medida de la intensidad luminosa.
Luminancia	L _v	candela por metro cuadrado	cd/m ²	A veces se usa la denominación nit, ajena al Sistema Internacional.
Iluminancia	E _v	lux (lm/m ²)	lx	Usado para medir la incidencia de la luz sobre una superficie.
Emitancia luminosa	M _v	lux (lm/m ²)	lx	Usado para medir la luz emitida por una superficie.
Exposición luminosa	H _v	lux segundo	lx·s	Iluminancia integrada en el tiempo.
Eficacia luminosa de la radiación	K	Razón entre flujo luminoso y flujo radiante.	lm/W	Lumen por watt
Eficacia luminosa de una fuente	η	Razón entre flujo luminoso y potencia eléctrica consumida.	lm/W	Lumen por watt

REFERENCIAS

1

<https://physics.nist.gov/cuu/Uncertainty/basic.html>

2

<https://physics.nist.gov/cuu/Uncertainty/examples.html>

3

<https://physics.nist.gov/cuu/Uncertainty/international1.html>

4

<https://physics.nist.gov/cuu/Uncertainty/typeb.html>

5

https://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_Internacional_de_Unidades

6

<https://physics.nist.gov/cuu/Uncertainty/typea.html>

7

<https://physics.nist.gov/cuu/Uncertainty/combination.html>

⁸ <http://es.wikipedia.org/wiki/Covarianza>

⁹ Decreto-ley número 62. De la implantación del sistema internacional de unidades y anexos. Gaceta oficial de la república de Cuba, diciembre 30 1982.