ntonces:

$$\alpha a = n\pi \Rightarrow \alpha = \alpha_n = \frac{n\pi}{a} \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

ustituyendo:

$$\phi_n(x,y) = \left[A_n e^{\frac{n\pi}{a}x} + B_n e^{-\frac{n\pi}{a}x}\right] \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{a}y\right)$$

Por ser $\nabla^2\phi$ una ecuación lineal, la suma de soluciones también es solución:

$$\phi(x,y) = \sum_{n=1} \left[A_n e^{\frac{n\pi}{a}x} + B_n e^{-\frac{n\pi}{a}x}\right] \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{a}y\right)$$

Ahora:

$$\phi(0,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[(A_n + B_n) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{a}y\right)\right] = V_1$$

Multiplicando a ambos lados por $\operatorname{sen}\left(\frac{m\pi}{a}y\right)dy$ e integrando entre 0 y a:

Delta de Kronecker

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[(A_n + B_n) \int_0^a \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{a}y\right) \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi}{a}y\right) dy = \int_0^a V_1 \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi}{a}y\right) dy \qquad \delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{si } m=n \\ 0 & \text{si } m \neq n \end{cases}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (A_n + B_n)\frac{a}{2}\delta_{nm} = V_1\left[-\left(\frac{a}{m\pi}\right)\cos\left(\frac{m\pi}{a}y\right)\right]_0^a = -V_1\left(\frac{a}{m\pi}\right)\left[(-1)^m - 1\right] \; ; \; \cos(m\pi) = (-1)^m$$

$$\boxed{\frac{a}{2}(A_m + B_m) = \begin{cases} 2V_1\left(\frac{a}{m\pi}\right) & \text{si } m \text{ es impar} \\ 0 & \text{si } m \text{ es par} \end{cases}}$$

Además $\phi(a,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n e^{n\pi b/a} + B_n e^{-n\pi b/a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{a}y\right)$. Repitiendo el procedimiento anterior se llega a:

$$\boxed{\frac{a}{2}\left(A_m e^{\frac{m\pi b}{a}} + B_m e^{-\frac{m\pi b}{a}}\right) = \begin{cases} 2V_2\left(\frac{a}{m\pi}\right) & \text{si } m \text{ es impar} \\ 0 & \text{si } m \text{ es par} \end{cases}}$$