

Unidad Temática 5

Estimación de parámetros: medias, varianzas y proporciones

Responda verdadero o falso. Coloque una letra V a la izquierda del número del ítem si acepta la afirmación enunciada, o una F si la rechaza.

1. Estimación. Estimadores. Propiedades.

- ☐ 1. La teoría de la *inferencia estadística* consiste en aquellos métodos mediante los cuales se realizan inferencias o generalizaciones acerca de una *población*, a partir de la información de una *muestra aleatoria* extraída de dicha población.
- ☐ 2. En el *método clásico* de estimación de un parámetro de la población, las inferencias se basan de manera estricta, en la experiencia personal y subjetiva que una persona tiene sobre la población que se estudia.
- ☐ 3. La *estadística inferencial* que veremos en nuestro curso, se refiere a dos áreas importantes: estimación de parámetros y pruebas de hipótesis.
- ☐ 4. Genéricamente, $\hat{\Theta}$ es un estimador cuyo valor $\hat{\theta}$ es una estimación puntual de algún parámetro poblacional desconocido θ .
- ☐ 5. Casi siempre, el valor numérico de una *estimación puntual* coincide exactamente con el valor numérico del *parámetro* a estimar.
- ☐ 6. En general, se espera que las estimaciones del parámetro poblacional obtenidas mediante un buen estimador, estén muy alejadas del valor real del parámetro.
- ☐ 7. Nunca debe utilizarse la *mediana* de la muestra de una población para estimar el verdadero valor de la *media* de dicha población.
- ☐ 8. El estimador *varianza muestral*, siempre producirá estimaciones puntuales más cercanas a la media de la población de la cual proviene la muestra, que las estimaciones puntuales del estimador *media muestral*.
- ☐ 9. Una de las propiedades deseables que debe reunir un *estimador*, es que sea *insesgado*.
- ☐ 10. Se dice que un estimador es *insesgado* cuando proviene de una población cuya función de densidad de probabilidad es simétrica.
- ☐ 11. Una *estadística* $\hat{\Theta}$ es un estimador insesgado del parámetro poblacional θ , si el valor esperado de la estadística es igual al parámetro estimado.
- ☐ 12. La *varianza muestral* es un estimador *sesgado* de la varianza poblacional.
- ☐ 13. Todas las *estadísticas* son estimadores insesgados del parámetro poblacional.
- ☐ 14. La *desviación estándar muestral* es un estimador *sesgado* de la desviación estándar poblacional, aunque el sesgo es insignificante en muestras grandes.
- ☐ 15. Se puede demostrar que $E(S^2) = \sigma^2$.

- 16. Dividimos por $(n - 1)$ en lugar de n cuando se estima la varianza de una población, porque en esta condición la varianza muestral es un estimador insesgado del parámetro estimado.
- 17. De los todos los posibles estimadores de algún parámetro poblacional θ , se denomina estimador *más eficiente* de θ , al de menor varianza.
- 18. El estimador *más eficiente* de un parámetro poblacional θ es el que cumple la condición de tener varianza nula.
- 19. Si consideramos a la media muestral y la mediana muestral como estimadores de la media poblacional, μ , es posible demostrar que la *mediana* muestral es un estimador *más eficiente* que la *media* muestral.
- 20. En poblaciones normales, la *media* muestral y la *mediana* muestral son *estimadores insesgados* de la media de la población μ ; además, tienen la misma varianza.
- 21. Para obtener el estimador *más eficiente* de algún parámetro poblacional θ , es suficiente seleccionar aquel que tenga menor varianza.
- 22. Las *estimaciones puntuales* que se obtienen con un estimador *insesgado*, resultan iguales y coinciden con el valor numérico del parámetro estimado.
- 23. Cuando se estima un parámetro poblacional con el estimador *insesgado más eficiente*, se espera que la estimación puntual coincida con el valor del parámetro a estimar.

2. Estimación por intervalos de confianza

- 24. Dado que es poco probable que el estimador insesgado más eficiente estime al parámetro poblacional con exactitud, es preferible determinar un intervalo y esperar, con una confianza dada, que contenga al verdadero valor del parámetro.
- 25. Al construir un intervalo de confianza para estimar la *media* de una población, se debe tener en cuenta la distribución de la población (si es normal, no normal o desconocida).
- 26. Una *estimación por intervalo* de un parámetro poblacional θ , es un intervalo de la forma $\hat{\theta}_{Inf} < \theta < \hat{\theta}_{Sup}$, donde $\hat{\theta}_{Inf}$ y $\hat{\theta}_{Sup}$ dependen del valor de la estadística $\hat{\Theta}$ y también de la distribución del muestreo de $\hat{\Theta}$.
- 27. Una vez definido el parámetro poblacional a estimar θ , los valores numéricos de los límites inferior y superior del intervalo de confianza, $\hat{\theta}_{Inf}$ y $\hat{\theta}_{Sup}$, respectivamente, se mantienen constantes, sea cual sea la muestra y la estimación por intervalo que se haga a partir de la misma.
- 28. Al escribir $P(\hat{\Theta}_{Inf} < \theta < \hat{\Theta}_{Sup}) = 1 - \alpha$, debemos interpretar que, la probabilidad de seleccionar una variable aleatoria que produzca un intervalo que contenga al verdadero valor del parámetro poblacional θ , es $(1 - \alpha)$.

- 29. Al estimar la *media* poblacional mediante un intervalo de confianza, sólo algunas veces esta estimación depende del tamaño de la muestra seleccionada.
- 30. Al construir un intervalo con un nivel de *confianza* del 95%, por ejemplo, es posible conseguir mayor *precisión* en la estimación, aumentando el tamaño de la muestra seleccionada.
- 31. Si el nivel de *confianza* elegido es del 99%, podemos estar seguros de que el intervalo que construyamos a partir de la muestra, contendrá al verdadero valor del parámetro poblacional estimado.
- 32. Al estimar un parámetro mediante un intervalo de confianza, a mayor *precisión*, menor será la *amplitud* del intervalo.

3. Estimación de la media y diferencia de medias

Abrev. **g.d.l.**: grados de libertad

- 33. La distribución de probabilidad de la media muestral, está centrada en el valor de la media de la población de la cual proviene la muestra, y en la mayoría de las aplicaciones, la *varianza* de la media muestral es más pequeña que la de cualquier otro estimador de la media poblacional.
- 34. El tamaño de la muestra seleccionada para estimar la media de una población rara vez influye en la estimación realizada.
- 35. Al estimar la media de una población, siempre se dará que, para un *nivel de confianza* dado, muestras diferentes de una misma población, producirán intervalos de igual *amplitud*.
- 36. Para un *nivel de confianza* elegido y un *tamaño de muestra* dado, todos los intervalos que se construyan para la media de una población de varianza conocida σ^2 , a partir de muestras diferentes, tendrán la misma *amplitud*.
- 37. Al estimar la media de una población por intervalos de confianza, la *estimación puntual* ocupa el punto medio de la *amplitud* del intervalo.
- 38. El *tamaño de la muestra* seleccionada para estimar la *media* de una población mediante un intervalo de confianza, depende del *error de estimación* especificado.
- 39. Al calcular las estimaciones mediante intervalos de confianza para la media de una población, se debe hacer una distinción entre los casos de desviación estándar de la población conocida y desconocida.
- 40. Para estimar la media de una *población cualquiera* con desviación estándar *desconocida*, hacemos uso de la distribución muestral de la variable aleatoria T , con distribución t de Student.
- 41. El parámetro de la distribución t de Student, utilizada para estimar la media de una población mediante un intervalo de confianza, está relacionado con el tamaño de la muestra seleccionada.
- 42. En Estadística, se dice que trabajamos con *muestras grandes* cuando el tamaño de las mismas es por lo menos igual a 30.

- 43. Cuando se trabaja con muestras grandes, la *varianza* muestral es un buen estimador puntual de la *media* de dicha población.
- 44. Al realizar una estimación por intervalos de la media de una población con desviación estándar *conocida*, a partir de muestras distintas pero de *tamaño fijo*, el máximo *error de estimación* para un *nivel de confianza dado*, tiene siempre el mismo valor numérico.
- 45. Cuando se desconoce la varianza de una población normal y se desea efectuar una estimación por intervalos de la *media* a partir de una muestra pequeña de tamaño n , se debe utilizar la distribución t , con $(n - 1)$ g.d.l.
- 46. Se denomina *error de estimación*, al valor absoluto de la diferencia entre la estimación puntual y el verdadero valor del parámetro a estimar.
- 47. El *máximo error de estimación* de la media de una población, depende solamente del nivel de confianza elegido para realizar la estimación.
- 48. A la desviación estándar de un estimador, se la conoce con el nombre de *error estándar* del estimador. Por ejemplo, el error estándar de la media muestral viene dado por el cociente $\sigma/\sqrt{n}$.
- 49. Dado el siguiente resultado de una estimación por intervalos de confianza para la diferencia de las medias de dos poblaciones: $(+3,43 < \mu_1 - \mu_2 < +8,57)$, *se debe interpretar*, con un nivel de confianza dado, que la media μ_2 es mayor que la media μ_1 .
- 50. Si los dos límites de confianza obtenidos al calcular un intervalos de confianza para la *diferencia de las medias* de dos poblaciones resultan negativos, debe descartarse el resultado y pensar que se ha cometido un error de cálculo.
- 51. En la construcción de intervalos de confianza para estimar la *diferencia entre dos medias* poblacionales, de acuerdo a la información disponible, se puede utilizar la distribución normal estándar o la distribución t .

4. Estimación de la proporción y diferencia de proporciones

- 52. Un estimador puntual de la proporción p en un experimento binomial está dado por la estadística $\hat{P} = X / n$, donde X representa el número de éxitos en n pruebas.
- 53. Cuando el tamaño n de la muestra es pequeño y la proporción desconocida p es cercana al valor cero o al valor uno, el procedimiento de cálculo que permite la construcción del intervalo de confianza visto en nuestro curso, no es confiable y por lo tanto no se debe utilizar.
- 54. Si necesitamos conocer el tamaño de muestra necesario para que el *error de estimación* no supere una cantidad específica e , con un *nivel de confianza* dado, *siempre* se deberá tomar una muestra preliminar que nos permita tener una estimación previa del parámetro a estimar p .
- 55. Para obtener una estimación por intervalos de confianza de la *diferencia entre dos proporciones* poblacionales, cuando el tamaño de las muestras es pequeño, se debe utilizar la distribución t de Student.

- 56. Cuando el tamaño de las muestras seleccionadas de dos poblaciones es pequeño, la construcción de un intervalo de confianza para la diferencia entre las dos proporciones poblacionales, requiere la utilización de la distribución *ji cuadrada*.
- 57. Al estimar un intervalo de confianza para la *diferencia entre dos proporciones* poblacionales, las muestras aleatorias independientes seleccionadas de cada población, siempre deben tener el mismo tamaño.

5. Estimación de la varianza y del cociente de varianzas

- 58. Para establecer una estimación por intervalos de la varianza poblacional σ^2 , se utiliza una estadística que tiene distribución *t*.
- 59. Al construir una estimación por intervalos de la varianza poblacional σ^2 , no tiene mayor importancia la distribución de la población estudiada.
- 60. La amplitud del intervalo de confianza para estimar la varianza de una población, depende del tamaño de la muestra aleatoria seleccionada.
- 61. Cuando se tiene una muestra aleatoria pequeña, para construir un intervalo de confianza que estime la varianza de una población, se debe emplear la distribución *t*.
- 62. Al igual que en el caso de medias, los intervalos de confianza que se construyen para estimar la varianza de una población, resultan *simétricos* respecto de la estimación puntual.
- 63. Para la estimación por intervalos del *cociente de las varianzas* de dos poblaciones cualesquiera, σ_1^2/σ_2^2 , se utiliza una estadística que tiene distribución *F*.
- 64. Cuando el intervalo de confianza obtenido al estimar el cociente de las varianzas de dos poblaciones normales incluye al valor cero, se debe aceptar, para el nivel de confianza seleccionado, la igualdad de varianzas, esto es, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$.
- 65. Al realizar la estimación por intervalos del cociente de varianzas de dos poblaciones, las muestras aleatorias deben extraerse de poblaciones normales y ser independientes.

6. Aplicaciones

- 66. Se lleva a cabo un estudio para determinar si cierto tratamiento metálico tiene algún efecto sobre la cantidad de metal que se elimina en una operación de decapado. Se sumerge una muestra aleatoria de 100 piezas en un baño por 24 horas sin el tratamiento, lo que da un promedio de 12,2 milímetros eliminados de metal y una desviación estándar de 1,1 milímetros. Una segunda muestra de 200 piezas se somete al tratamiento, seguido de 24 horas de inmersión en el baño, lo que da como resultado una eliminación promedio de 9,1 milímetros de metal con una desviación estándar de 0,9 milímetros. Se desea ahora verificar si el tratamiento reduce el promedio de metal eliminado. Para ello se puede plantear un intervalo de confianza para la media de dos poblaciones, utilizando la distribución F con 99 grados de libertad en el numerador y 199 grados de libertad en el denominador.
- 67. Una máquina produce piezas metálicas de forma cilíndrica. Se toma una muestra aleatoria de las piezas y los diámetros medidos son 1,01; 0,97; 1,03; 1,04; 0,99; 0,98; 0,99; 1,01 y 1,03 centímetros. Si se sabe que el diámetro de las piezas de esta máquina está distribuido normalmente, para construir un intervalo de confianza del 99% para la varianza poblacional de las piezas, se utiliza la distribución ji cuadrada con 8 grados de libertad.
- 68. Se toma una muestra aleatoria de 12 agujas de tejer en un estudio de prueba de dureza de las cabezas de las agujas por el método Rockwell. Los valores medidos son 48,0; 49,0; 49,0; 50,0; 51,0; 45,0; 47,0; 48,5; 48,0; 50,0; 48,5 y 48,0. Se sabe también que la dureza de las agujas estudiadas tiene una distribución normal. Para construir un intervalo de confianza del 95% para la media de la población de las agujas se utiliza la distribución t de Student con 11 grados de libertad.
- 69. Se considera cierto cambio en el número de artículos defectuosos en un proceso de fabricación de partes componentes. A los efectos de determinar si el nuevo tratamiento tiene como resultado una mejoría, se toman muestras del procedimiento existente y del nuevo. Se encuentra que 75 de 1500 artículos del procedimiento actual son defectuosos y 80 de 2000 artículos del procedimiento nuevo también lo son. Con los datos disponibles, se puede comparar el número de artículos defectuosos de ambos procedimientos, existente y nuevo, construyendo un intervalo de confianza para el cociente de varianzas de las poblaciones, utilizando una estadística con distribución F .