

Unidad Temática 3

UT3-2: Distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas

Responda verdadero o falso. Coloque una letra V a la izquierda del número del ítem si acepta la afirmación enunciada, o una F si la rechaza.

1. Distribución uniforme discreta

- ☐ 1. En la distribución de probabilidad uniforme discreta, la variable aleatoria toma cada uno de sus valores con idéntica probabilidad.
- ☐ 2. El parámetro de la distribución de probabilidad uniforme discreta, viene dado por la inversa de la cantidad de valores que puede tomar la variable aleatoria.
- ☐ 3. La variable aleatoria que describe el número de caras obtenidas al lanzar dos monedas legales sigue una distribución de probabilidad uniforme.
- ☐ 4. La media de una variable aleatoria discreta uniforme, $f(x; k)$, siempre coincide con uno de los valores para los cuales está definida la variable.
- ☐ 5. La varianza de una variable aleatoria discreta uniforme, $f(x; k)$, NO está relacionada con el número de valores que puede tomar la variable.

2. Distribución binomial

- ☐ 6. En la distribución binomial las pruebas que se repiten pueden ser dependientes o independientes.
- ☐ 7. El número X de éxitos obtenidos en n experimentos de Bernoulli se denomina variable aleatoria binomial.
- ☐ 8. La media de la distribución binomial de parámetros n y p , viene dada por el producto np .
- ☐ 9. El rango de valores de una variable aleatoria binomial va de cero a p .
- ☐ 10. Los resultados del experimento que da lugar a la generación de una variable aleatoria binomial, son independientes.
- ☐ 11. La varianza de la distribución binomial puede calcularse en función de la probabilidad con que ocurre cada éxito y del número de veces que se realiza la prueba en el experimento.
- ☐ 12. El espacio muestral de un experimento Bernoulli puede representarse de manera genérica, como {éxito, fracaso}.
- ☐ 13. Dado un valor de n pequeño, para valores pequeños del parámetro p , digamos menores de 0,05 por ejemplo, la distribución binomial será sesgada a la izquierda.
- ☐ 14. Cuando la probabilidad de éxito en un proceso Bernoulli es de 0,20, la gráfica de la distribución binomial resultante al realizar el experimento cinco veces es simétrica.

- 15. El número de caras obtenidas al lanzar una moneda legal diez veces, sigue una distribución binomial.
- 16. Se tiene un examen de opción múltiple que contiene diez preguntas; cada pregunta tiene cuatro opciones y sólo una de ellas es correcta. Si una persona responde al azar, el número de respuestas correctas sigue una distribución binomial.
- 17. Los valores que puede tomar una variable aleatoria que sigue una distribución binomial, siempre están comprendidos entre cero y uno, inclusive.
- 18. Las distribuciones binomiales para valores del parámetro $p = 0,5$ tienen una representación gráfica simétrica respecto de un eje vertical que pasa por el valor de la media de la distribución.
- 19. Para un valor fijo de n , la distribución se vuelve más simétrica a medida que el parámetro p aumenta desde 0 hasta 0,5, o disminuye desde 1 hasta 0,5.
- 20. Para un valor fijo de p , la distribución binomial se vuelve más simétrica a medida que n aumenta.
- 21. La media y la varianza de una variable aleatoria binomial, dependen sólo de los parámetros n y p .
- 22. Si $X \sim \text{binomial}(x; n, p)$, para $n = 10$ y $p = 0,98$, la representación gráfica de la función masa de probabilidad, resultará sesgada a la izquierda.
- 23. Si $p = 0,4$ en un proceso Bernoulli, entonces el cálculo de: ${}^7C_3 \cdot (0,4)^3 \cdot (0,6)^4$ da la probabilidad de obtener tres o más éxitos en 7 ensayos.
- 24. Una variable aleatoria binomial asume valores entre el $-\infty$ y el $+\infty$.
- 25. El número de caras obtenidas al lanzar una moneda legal diez veces sigue una distribución binomial y la representación gráfica de la distribución es simétrica respecto del valor $x = 1$.
- 26. Si una máquina que tiene la herramienta desgastada produce 1% de piezas defectuosas, el número de piezas defectuosas en las siguientes 25 que produzca, sigue una distribución binomial, cuyos parámetros son: $n = 100$ y $p = 0,25$.
- 27. Un examen de opción múltiple está formado por 10 preguntas; cada pregunta tiene 5 opciones y sólo una de ellas es correcta. Si una persona responde al azar, el número de respuestas correctas sigue una distribución binomial, cuyos parámetros son: $n = 50$ y $p = 0,10$.

3. Distribución hipergeométrica

- 28. La distribución hipergeométrica es de suma utilidad en aplicaciones en el campo del control de calidad, donde el muestreo de aceptación se realiza con ensayos destructivos.
- 29. La variable aleatoria hipergeométrica NO asume valores negativos.
- 30. El modo en que se realiza el muestreo (con o sin reposición), genera diferencias entre la distribución binomial y la distribución hipergeométrica.

- 31. Tanto en la distribución binomial como en la hipergeométrica, se debe repetir el experimento hasta encontrar el primer éxito.
- 32. Tanto en la distribución binomial como en la hipergeométrica, las pruebas son independientes.
- 33. En un experimento hipergeométrico, se selecciona, con reemplazo, una muestra aleatoria de tamaño n de un lote de N artículos, donde k de los N artículos se pueden clasificar como éxitos y $(N - k)$ se pueden clasificar como fracasos.
- 34. El número de éxitos (elementos defectuosos) de un experimento hipergeométrico, en el que se selecciona una muestra aleatoria de tamaño tres, de un lote de tamaño veinte que tiene cinco elementos defectuosos, varía entre cero y cinco.
- 35. En un experimento hipergeométrico, la probabilidad de no encontrar éxitos en una muestra aleatoria, es siempre igual a cero.
- 36. Cuando el tamaño de la muestra, n , es suficientemente pequeño en relación al tamaño del lote, N , la distribución binomial permite calcular, de manera aceptable, probabilidades de la distribución hipergeométrica.
- 37. La expresión $(N - n) / (N - 1)$ se conoce como factor de corrección de población finita.
- 38. Para calcular probabilidades de la distribución hipergeométrica, se puede utilizar la distribución binomial, si el factor de corrección para poblaciones finitas $(N - n) / (N - 1)$ es cercano a cero.
- 39. El muestreo con reemplazo es equivalente al muestreo de una población infinita, en la que se acepta que la proporción de éxitos permanece constante para cualquier ensayo del experimento.

4. Distribución de geométrica

- 40. Los parámetros de la distribución geométrica n y p .
- 41. Los valores que puede asumir una variable geométrica van de cero a n .
- 42. El parámetro de la distribución geométrica está dado por la probabilidad de obtener un éxito en una prueba cualquiera del experimento, valor que permanece constante en cada prueba.
- 43. En la distribución geométrica las pruebas son independientes.
- 44. La media de una variable aleatoria que sigue una distribución geométrica está dada por la inversa del parámetro de la misma.
- 45. Si se define a la variable aleatoria X como el *número de lanzamientos que se deben hacer con un dado legal hasta que salga el seis*, $E(X) = 6$.
- 46. Una persona tienen una probabilidad de dar en el blanco de 0,90; en tal condición, la probabilidad de que en los próximos disparos que realice, recién dé en el blanco en el cuarto, es igual a 0,0009.

5. Distribución de Poisson

- ☐ 47. La representación gráfica de la distribución de Poisson siempre tiene forma simétrica.
- ☐ 48. Dada una variable con distribución binomial de parámetros n y p , para valores suficientemente grandes de n y pequeños de p , las condiciones se aproximan a las del proceso de Poisson, con parámetro igual al producto np .
- ☐ 49. Una de las propiedades del proceso de Poisson, es que la probabilidad de que ocurra un solo resultado durante un intervalo es independiente de la longitud del intervalo.
- ☐ 50. En el proceso de Poisson, el número de resultados que ocurren en un intervalo o región específica, es independiente del número de ocurrencias que se producen en los intervalos o regiones adyacentes al considerado.
- ☐ 51. La media de una distribución de Poisson es igual a su desviación estándar.
- ☐ 52. La variable aleatoria de Poisson sólo puede tomar valores comprendidos en el intervalo $[0 ; \lambda]$, siendo λ su parámetro.
- ☐ 53. La variable aleatoria de Poisson puede tomar valores menores que cero, sólo cuando la tasa de ocurrencia sea menor que uno.
- ☐ 54. Si $X \sim \text{Poisson}(x; \lambda)$, para valores suficientemente grandes del parámetro, la distribución tiende a ser simétrica.

6. La distribución de Poisson como forma limitante de la binomial

- ☐ 55. Sea X una variable aleatoria binomial con distribución de probabilidad $b(x; n, p)$. Siempre y en cualquier caso es posible utilizar la distribución de Poisson como forma limitante de la distribución binomial, es decir, $b(x; n, p) \rightarrow p(x; \mu)$.
- ☐ 56. Para una distribución binomial dada, con n suficientemente grande y p pequeña, las condiciones se aproximan a las del proceso de Poisson, con parámetro igual a la constante np .
- ☐ 57. Cuando p sea un valor cercano a la unidad, de ninguna manera será posible utilizar la distribución de Poisson para aproximar probabilidades binomiales.

7. Opción Múltiple

Seleccione con una **X** la opción que considere correcta. Tenga en cuenta que cada ítem ha sido construido de modo tal que sólo una de las cuatro opciones es correcta. No obstante, podría ocurrir que las tres primeras opciones sean correctas y que la cuarta opción indique *Todas las anteriores*; en tal caso, debe seleccionar sólo la cuarta opción.

Descripción del problema:

Los componentes de un sistema se envían a destino en lotes de 8 unidades. El control de calidad del producto establece que se seleccionen aleatoriamente dos unidades de cada lote y se acepte el lote si no se encuentran unidades defectuosas en la muestra. Suponga que el lote tiene 3 unidades defectuosas.

58. El número de unidades defectuosas en la muestra sigue una distribución:

- ☐ a) Binomial
- ☐ b) Hipergeométrica
- ☐ c) Poisson
- ☐ d) Geométrica

59. Los parámetros de la distribución son:

- ☐ a) n, p
- ☐ b) N, n, k
- ☐ c) λt
- ☐ d) p

60. Los valores que puede asumir la variable aleatoria en estudio son:

- ☐ a) $x = 0, 1, \dots, n$
- ☐ b) $x = 0, 1, \dots, k$
- ☐ c) $x = 0, 1, \dots, \lambda t$
- ☐ d) $x = 1, 2, \dots$

61. De acuerdo a la información disponible, la variable aleatoria en estudio:

- ☐ a) Sigue una distribución hipergeométrica que se aproxima a la binomial.
- ☐ b) Sigue una distribución binomial que se aproxima a la de Poisson.
- ☐ c) Sigue una distribución hipergeométrica que se aproxima a la de Poisson.
- ☐ d) Ninguna de las anteriores.

62. Si X es el número de unidades defectuosas en la muestra, *el planteo* para calcular la probabilidad de que el lote sea aceptado, es:

- ☐ a) $P(X < 3)$
- ☐ b) $P(X < 2)$
- ☐ c) $P(X = 0)$
- ☐ d) Ninguna de las anteriores.

63. La probabilidad de que el lote sea aceptado, es:

- ☐ a) 0,642857
- ☐ b) 0,375000
- ☐ c) 0,357143
- ☐ d) Ninguna de las anteriores. El valor correcto es: .