

Unidad Temática 3

UT3-1: Variable Aleatoria

Responda verdadero o falso. Coloque una letra V a la izquierda del número del ítem si acepta la afirmación enunciada, o una F si la rechaza.

- ☐ 1. Una variable aleatoria es una función que asigna un número real a cada resultado en el espacio muestral de un experimento estadístico.
- ☐ 2. Por convención, las variables aleatorias se denotan con una letra mayúscula de nuestro alfabeto, por ejemplo X , y los particulares valores de la misma, con su correspondiente letra minúscula, en este ejemplo x .
- ☐ 3. Sólo es posible definir una variable aleatoria para cada espacio muestral.
- ☐ 4. El número de valores que puede tomar una variable aleatoria *discreta* es contable (ya sea finito o infinito numerable).
- ☐ 5. Una variable aleatoria *discreta* sólo puede tomar valores enteros.
- ☐ 6. Una variable aleatoria *discreta* sólo puede asumir valores positivos.
- ☐ 7. El volumen de nafta que se pierde por evaporación durante el llenado del tanque de combustible, es una variable aleatoria *discreta*.
- ☐ 8. El número de moléculas raras presentes en una muestra de aire es una variable aleatoria *continua*.
- ☐ 9. Las variables aleatorias *continuas* representan datos que se obtienen continuamente, mientras que las variables aleatorias *discretas* representan datos que se obtienen de vez en cuando.
- ☐ 10. En la mayoría de las aplicaciones prácticas, las variables aleatorias *continuas* representan datos medidos, mientras que las variables aleatorias *discretas* representan datos contados.
- ☐ 11. El número de artículos defectuosos en una muestra de k artículos es una variable aleatoria *discreta*.
- ☐ 12. Si se toma el registro de la temperatura ambiente en una estación de mediciones de una localidad determinada en tres momentos del día, la temperatura media diaria es una variable aleatoria *discreta*.
- ☐ 13. El número de sismos que ocurren por año en un lugar determinado, es una variable aleatoria *discreta*.
- ☐ 14. El número de conexiones soldadas que no cumplen con ciertos estándares de calidad, de las 800 que tiene un circuito impreso, es una variable aleatoria *discreta*.
- ☐ 15. El tiempo que tardan los alumnos en resolver su examen final de Estadística, es una variable aleatoria *continua*.
- ☐ 16. El conjunto de pares ordenados $[x, f(x)]$ se llama *función de probabilidad*, *función masa de probabilidad*, *función de cuantía* o *distribución de probabilidad* de la variable aleatoria **discreta** X .

- 17. Algunos autores expresan, que la *distribución de probabilidad* para una variable aleatoria *discreta* X , es una tabla, gráfica o fórmula que da la probabilidad $f(x)$ asociada a cada posible valor x .
- 18. La probabilidad de que la variable aleatoria discreta X tome valores menores o iguales que el particular valor x , está dada por el valor de la función masa de probabilidad $f(x)$.
- 19. La función de probabilidad $f(x)$ de una variable aleatoria discreta X , siempre y sin restricciones, asume valores iguales o mayores que cero.
- 20. Tanto en el caso de variables aleatorias *discretas* como *continuas*, la probabilidad de que la variable aleatoria Y tome el particular valor y , está dado por el valor de $f(y)$.
- 21. La distribución acumulada $F(x)$, de una variable aleatoria discreta X , se define sólo para los valores que toma la variable aleatoria en estudio.
- 22. La distribución acumulada $F(x)$ de una variable aleatoria discreta X , con distribución de probabilidad $f(x)$, toma valores entre $-\infty$ y $+\infty$.
- 23. La gráfica de barras para representar una distribución de probabilidad, se obtiene al graficar los puntos $[x, f(x)]$, uniendo los puntos al eje x , ya sea con una línea punteada perpendicular al eje o con una línea sólida. Las distancias de los puntos al eje están dadas por las probabilidades $f(x)$, medidas en el eje de ordenadas.
- 24. El histograma de probabilidad para representar una distribución de probabilidad, se obtiene al graficar los puntos $[x, f(x)]$, de modo que sus bases, de igual ancho, se centren en cada valor de x , y sus alturas sean iguales a las probabilidades, $f(x)$.
- 25. La distribución *acumulada* $F(x)$, de una variable aleatoria discreta X , es una función escalonada que se obtiene graficando los puntos $[x, F(x)]$.
- 26. Dada una variable aleatoria discreta X con función de probabilidad $f(x)$, se cumple siempre la siguiente igualdad: $P(X < x) = P(X \leq x)$.
- 27. Si la función de masa de probabilidad de una variable aleatoria discreta X toma el valor $f(3)=0,15$, debe interpretarse que la probabilidad de que dicha variable exceda el valor 3 es 0,15.
- 28. Si la función de la distribución acumulada de una variable aleatoria discreta X toma el valor $F(2)=0,4$, debemos interpretar que la probabilidad de que la variable aleatoria X tome el valor 2 es igual a 0,4.
- 29. Una de las condiciones que debe cumplir la función de masa de probabilidad, $f(x)$, de la variable aleatoria discreta X , es que $-1 \leq f(x) \leq +1$.
- 30. Si se tiene una variable aleatoria discreta X , la función de masa de probabilidad $f(x_1)$, nos da la probabilidad de que la variable aleatoria tome el particular valor x_1 .
- 31. La probabilidad de que una variable aleatoria *continua* tome *exactamente* uno de sus valores posibles es igual a cero.
- 32. Al igual que en el caso de variables aleatorias *discretas*, la forma tabular $[x, f(x)]$, es una de las formas posibles de expresar la distribución de probabilidad de una variable aleatoria *continua* X .
- 33. Dada una variable aleatoria continua X con función de densidad de probabilidad $f(x)$, se cumple siempre que la $P(X < x) = P(X \leq x)$.

- 34. En la representación gráfica de la función de densidad de probabilidad $f(x)$ de una variable aleatoria continua X , las probabilidades deben leerse en el eje de ordenadas.
- 35. La función de densidad de probabilidad $f(x)$ de una variable aleatoria continua X , siempre y sin restricciones, toma valores iguales o mayores que cero.
- 36. La función de densidad de probabilidad $f(y)$ de una variable aleatoria continua Y , no puede tomar valores mayores que uno.
- 37. Cuando una variable aleatoria continua X toma el particular valor $x = \text{mediana}$, la función de distribución acumulada toma el valor 0,5.
- 38. Algunas variables aleatorias continuas, encierran un área total bajo la curva de la función de densidad de probabilidad inferior a uno.
- 39. Dada una variable aleatoria continua X con función de densidad de probabilidad $f(x)$, se cumple que $P(X = x) = 0$. Esto debe ser interpretado como que es imposible que la variable aleatoria X asuma el particular valor x .
- 40. Si se tiene una variable aleatoria continua U con función de densidad de probabilidad $f(u)$ y función de distribución acumulada $F(u)$, siempre se cumple lo siguiente: $P(u_1 \leq U < u_2) = F(u_2) - F(u_1)$, donde $u_2 > u_1$ son particulares valores de la variable aleatoria U .
- 41. Si se tiene una variable aleatoria continua V con función de densidad de probabilidad $f(v)$, siempre se cumple que: $P(a \leq V < b) = P(a \leq V \leq b)$, donde a y b son particulares valores de la variable aleatoria V .
- 42. La función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua X siempre podrá definirse sólo para los valores positivos de la variable.
- 43. Si se tiene una variable aleatoria continua X con función de densidad de probabilidad $f(x)$, en la representación gráfica de $f(x)$ en función de x , la probabilidad de que la variable tome el particular valor x_1 se lee en el eje de ordenadas para el particular valor x_1 .
- 44. La función de la distribución acumulada $F(x)$ de una variable aleatoria continua X no toma valores menores que cero.
- 45. Dada una variable aleatoria discreta X , si $F(7) = F(5)$, entonces $f(7) = f(5)$.
- 46. Si X es una variable aleatoria continua que toma valores sólo en el intervalo $[2; 4]$, entonces la función $f(x) = 0,5$ puede ser la función de densidad de probabilidad de la variable X .
- 47. El polígono de frecuencias, construido a partir del histograma de frecuencias relativas de una variable aleatoria continua X , resulta muy útil para ajustar una estimación de la función de densidad de probabilidad $f(x)$.
- 48. La *mediana* de una variable aleatoria continua X , se puede obtener a partir de la función de distribución acumulada, para el valor particular de $x = 0,5$.
- 49. La variable aleatoria X , definida como el promedio de los resultados obtenidos al lanzar dos dados legales, es una variable aleatoria *discreta*.
- 50. Dada una variable aleatoria continua X , con función de densidad de probabilidad $f(x)$ definida en el intervalo $[3; 6]$, se cumplirá siempre que la $P(X \geq 3) = 1$.

1. Clasificar las variables aleatorias en discretas o continuas

Para responder los siguientes ítems escriba, a la izquierda del número del ítem, la letra D si considera que se trata de una variable aleatoria *discreta* o la letra C si considera que es *continua*.

- ☐ 51. Resistencia a tracción de las barras de acero del tipo ADM-420 (N), en MN/m².
- ☐ 52. Número de vehículos controlados por día, en el acceso a Mendoza por Desaguadero.
- ☐ 53. Producción diaria de agua potable en la planta de tratamiento Alto Godoy, Mendoza, en miles de m³/día.
- ☐ 54. La sección de una viga de madera puede formarse abulonando dos escuadrías. Se dispone de secciones individuales de (3"x 2"); (3"x 3") y (3"x 4"). Sea X la variable a clasificar, definida como la altura total de la sección obtenida, de base igual a 3".
- ☐ 55. Tiempo de secado de una pintura de secado rápido, observado en el panel de ensayo.
- ☐ 56. Número de permisos de construcción de edificios, por año, otorgados por la municipalidad de Godoy Cruz, en la provincia de Mendoza.
- ☐ 57. Superficie implantada con frutales en la provincia de Mendoza, en Ha, declarada cada año.
- ☐ 58. Consumo de energía eléctrica por tipo de actividad productiva en la provincia de Mendoza, en MWh / año.
- ☐ 59. Cantidad de líneas telefónicas instaladas, por año, en la provincia de Mendoza.
- ☐ 60. Superficie construida por año, en la ciudad Capital de Mendoza, en m² / año.
- ☐ 61. Número de accidentes de tránsito por año, en rutas argentinas.
- ☐ 62. Volumen anual de efluentes cloacales tratados por la planta depuradora de Campo Espejo, en hm³ / año, en la provincia de Mendoza.
- ☐ 63. Número de instalaciones eléctricas inspeccionadas anualmente por la municipalidad de Guaymallén.
- ☐ 64. Gas entregado anualmente en la provincia de Mendoza, por tipo de usuario, en miles de m³ / año.
- ☐ 65. Una empresa comercializa entablonados de madera en espesores de 1/8, 1/4 o 3/8 de pulgada. La variable aleatoria es el espesor del entablonado solicitado en dos pedidos recibidos.

2. Esperanza, varianza y combinaciones lineales de variables aleatorias

Responda verdadero o falso. Coloque una letra V a la izquierda del número del ítem si acepta la afirmación enunciada, o una F si la rechaza.

- ☐ 66. Es común entre los estadísticos, referirse a la media como la esperanza matemática o el valor esperado de la variable aleatoria X y denotarla como $E(X)$.
- ☐ 67. La fórmula para calcular el valor esperado de variables aleatorias continuas, es la misma que se utiliza para calcular el valor esperado de las variables aleatorias discretas.
- ☐ 68. El valor esperado del resultado obtenido al lanzar un dado legal es 3,5.
- ☐ 69. Si el valor esperado del resultado obtenido al lanzar un dado legal es 3,5, debe interpretarse que los resultados que más se repiten son el 3 y el 4.
- ☐ 70. El valor esperado de una variable aleatoria, describe cómo se distribuye la función de probabilidad en su rango.
- ☐ 71. El valor esperado de la variable aleatoria $Y = 2X - 1$, es igual al doble del valor esperado de la variable aleatoria X .
- ☐ 72. La media o valor esperado de una variable aleatoria X resulta de especial importancia en estadística, pues describe el lugar donde se centra la distribución de probabilidad.
- ☐ 73. Si el valor esperado de una variable aleatoria asume un valor menor que cero, debe interpretarse que, físicamente, es imposible que la variable tome ese particular valor.
- ☐ 74. Si una variable aleatoria tiene una varianza pequeña, esperaríamos que la mayor parte de las observaciones se agrupen cerca y alrededor de la media.
- ☐ 75. La varianza de la variable aleatoria $Y = 2X - 1$, es cuatro veces mayor que la varianza de la variable aleatoria X .
- ☐ 76. Sea X la variable aleatoria definida como las calificaciones de los estudiantes de Ingeniería en Estadística; y sea Y la misma variable en Álgebra. Si se cumple que $E(X) = E(Y)$ y que la $V(X) > V(Y)$, dado el valor de la media de X y un intervalo alrededor de la misma, se cumplirá que la probabilidad de que la variable Y tome valores dentro de dicho intervalo, es mayor.
- ☐ 77. Si se tiene un histograma simétrico de una distribución discreta de probabilidad, se debe concluir que la variabilidad en la distribución es nula.
- ☐ 78. La *varianza* de una variable aleatoria con distribución de probabilidad $f(x)$, es el *valor esperado* del cuadrado de las *desviaciones* respecto de su media.
- ☐ 79. Una forma de obtener la *varianza* de una variable aleatoria X es, haciendo la diferencia entre el *valor esperado del cuadrado de la variable*, y el *valor esperado de la variable* elevado al cuadrado.
- ☐ 80. El valor esperado de una *constante* es siempre igual a cero.
- ☐ 81. El valor esperado del *producto de una constante por una variable aleatoria*, es igual al producto de la *constante* por el *valor esperado de la variable aleatoria*.

- 82. El valor esperado de la *suma algebraica* de dos variables aleatorias, es siempre igual a la suma de los valores esperados de las mismas.
- 83. El valor esperado del *producto de dos variables aleatorias*, es igual al producto de los valores esperados de las mismas, siempre y sin excepción.
- 84. La varianza de una *constante* es siempre igual a la *constante* elevada al cuadrado.
- 85. La varianza de una *constante por una variable aleatoria*, es igual al cuadrado de la constante multiplicado por la varianza de la variable aleatoria.

3. Teorema de Chebyshev

- 86. La proporción de valores que toma una variable aleatoria entre dos valores simétricos cualesquiera alrededor de la media, está relacionada con la desviación estándar de la variable aleatoria.
- 87. El teorema de Chebyshev, proporciona una estimación conservadora de la probabilidad de que una variable aleatoria tome un valor dentro de k desviaciones estándar de su media, para cualquier número real k .
- 88. El teorema de Chebyshev encuentra su más plena aplicación, cuando la variable en estudio se distribuye normalmente.
- 89. Según el teorema de Chebyshev, la probabilidad de que una variable aleatoria cualquiera, tome un valor dentro de k desviaciones estándar de la media, es exactamente igual a: $1 - 1/k^2$.
- 90. Si X es una variable aleatoria cuya función de densidad de probabilidad $f(x)$ es conocida, si se desea saber la probabilidad de que la variable asuma valores en el intervalo $\mu \pm 2\sigma$, se debe utilizar el teorema de Chebyshev.