

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

CAMPUS DE CATALÃO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

LUCIMAR PEREIRA DE ALMEIDA

DESEMPENHO EM PROBLEMAS DE DIVISÃO E CONCEPÇÃO

SOBRE A DIVISÃO:

UM ESTUDO COM CRIANÇA DE 5ª SÉRIE

CATALÃO

2007

LUCIMAR PEREIRA DE ALMEIDA

**DESEMPENHO EM PROBLEMAS DE DIVISÃO E CONCEPÇÃO
SOBRE A DIVISÃO:
UM ESTUDO COM CRIANÇA DE 5ª SÉRIE**

Monografia apresentada ao Curso de
Matemática da Universidade Federal de Goiás
– *Campus* Catalão, sob orientação da Professora
Dr^a. Maria José dos Santos, para obtenção do título
de Especialista em Matemática.

CATALÃO

2007

LUCIMAR PEREIRA DE ALMEIDA

**DESEMPENHO EM PROBLEMAS DE DIVISÃO E CONCEPÇÃO
SOBRE A DIVISÃO:
UM ESTUDO COM CRIANÇA DE 5ª SÉRIE**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Matemática do Campus Catalão da UFG, para a obtenção do grau de Especialista. Aprovada em 31 de março de 2007, pela Banca Examinadora constituída pelos professores.

Prof^ª. Dr^ª. Maria José dos Santos – UFG/Campus Catalão
Presidente da Banca

Prof^ª. Dr^ª. Selma Martines Peres – UFG/Campus Catalão

Prof. Dr. Donald Mark Santee – UFG/Campus Catalão

AGRADECIMENTOS

Agradeço a presença de Deus, sem Ele seria impossível vencer os momentos de desânimo e dificuldades, à minha orientadora Maria José pela sua dedicação e paciência que muito contribuiu, aos meus alunos que participaram da pesquisa, aos meus familiares e amigos por compreenderem os momentos de ausência.

Sumário

INTRODUÇÃO – TRAJETÓRIA PROFISSIONAL.....	8
CAPÍTULO I – MATEMÁTICA E COTIDIANO.....	9
CAPÍTULO II – HISTÓRIA DO PENSAMENTO MATEMÁTICO.....	13
CAPÍTULO III – O ENSINO DA MATEMÁTICA	19
CAPÍTULO IV – CONCEITO E TIPOS DE DIVISÃO	25
CAPÍTULO V – A PESQUISA.....	28
CONCLUSÃO.....	41
ANEXOS.....	43
REFERÊNCIAS	48

RESUMO

A compreensão de um conceito matemático envolve diversos aspectos, tais como o uso de estratégias e procedimentos de resolução, uso de representações relacionadas ao conhecimento de número, quantidades e algoritmos e noções sobre conceitos e os significados atribuídos a ele. No presente estudo investigamos a relação entre desempenho em problemas de divisão e concepções sobre o conceito de divisão. Participaram da pesquisa dez crianças matriculadas na 5ª série do ensino fundamental em uma escola da rede pública. As crianças realizaram 3 tarefas: (1) tarefa de resolução de quatro problemas de divisão, sendo dois de divisão por partição e dois de divisão por quota, na modalidade escrita (2) tarefa de resolução de seis problemas de divisão, sendo três por partição e três por quota, na modalidade oral, e (3) uma entrevista em que eram solicitadas a responder “o que é dividir?”. Foram identificadas diferentes concepções do conceito de divisão. A análise dos resultados sugere haver uma relação entre desempenho na resolução de problemas e concepção do conceito de divisão.

ABSTRACT

The understanding of a mathematical concept involves several aspects, such as the use of strategies and procedures, to obtain the solution, the use of a representation related to the knowledge of numbers, quantities and algorithms, and a notion about the concepts and meanings that are given to them. In this present paper we've been investigating the relationship between the performance on division problems, and conceptions about the division concept. Ten children that are coursing the elementary school, 5 grade of a public school took part in this study. The children performed 3 tasks: (1) a task of solving four divisions; (2) a task of solving six divisions: three by partition, and three by quote, in the oral modality, and (3) an interview in which they were asked to answer "what is to divide?" different conceptions of division were identified. The analysis of the results suggests that there is a relationship between the performance in the solution of problems and conceptions in the division concept.

INTRODUÇÃO – TRAJETÓRIA PROFISSIONAL

A matemática tem sido ultimamente uma disciplina escolar crítica, por ser a causa de muitas repetências e desistências.

Alguns alunos perdem o interesse pela escola por não se sentirem capazes de aprender matemática ou não gostarem da disciplina. Estas dificuldades que os alunos apresentam Matemática têm sido um grande desafio para os professores desta disciplina, pois os alunos mostram-se desinteressados e desmotivados pela matéria por não conseguirem compreender o conteúdo. Muitas vezes eles não compreendem o conteúdo, pois tal compreensão depende de conceitos básicos de séries anteriores, o que gera dificuldades tanto para o aluno como para o professor.

Diante dessas situações vividas em sala de aula senti-me angustiada por não saber como auxiliar os alunos com tantas dificuldades em aprender, por ainda não saberem conceitos básicos que deveriam já ter aprendido anteriormente.

Por esse motivo busquei o curso de especialização em matemática: para compreender melhor o que se passa com meus alunos e buscar possíveis soluções para resolver estes problemas que fazem parte do meu trabalho cotidiano.

Sou formada em matemática, trabalho em uma escola estadual no ensino fundamental. Dentre as dificuldades vividas na sala de aula, a que mais me chamou atenção foi a dificuldade que os alunos têm em resolver situações problemas envolvendo divisão. Minha escolha por esta pesquisa foi no sentido de ampliar os meus conhecimentos, entender essas questões rotineiras da sala de aula e melhor trabalhá-las.

CAPÍTULO I – MATEMÁTICA E COTIDIANO

A matemática tem uma função quase tão essencial em nossa vida quanto a linguagem. Praticamente todas as pessoas, com qualquer grau de instrução, se utilizam de uma ou outra forma de matemática.

(Lungarzo,1989)

A matemática está presente em quase todas as atividades do cotidiano das pessoas. Por longo período da história a matemática, era desenvolvida de acordo com a necessidade de sobrevivência. Em cada período da evolução do desenvolvimento da humanidade, percebe-se um tipo de conhecimento matemático voltado para a necessidade daquele momento. Com o passar do tempo a matemática evoluiu muito, tornando-se abstrata: não mais voltada somente para as necessidades de sobrevivência. Devido a esse fato, muitas pessoas pensam que não têm conhecimentos de matemática. Em muitas atividades, a matemática aparece de forma intuitiva, passando despercebido, para a pessoa, a sua utilização, como por exemplo, na atividade de contar. Segundo Lungarzo (1989), “contar objetos de um conjunto é algo tão simples e embutido na mentalidade humana, quanto falar ou ler”.

Isso pode ser percebido também nas atividades do dia-a-dia de cada pessoa, quando é necessário realizar uma operação somando dois números de um dígito. Ainda pode-se destacar outros exemplos, em que as pessoas precisam aplicar algum tipo de conhecimento matemático para realizar suas atividades como é o caso do pedreiro, da costureira, do vendedor, da criança que vende picolés na rua, do agricultor, etc.

Carraher, W. Carraher e Schilemann (1988), em pesquisas realizadas com crianças, defendem a idéia de que a matemática, numa sociedade industrializada, é tanto uma *ciência* como uma *habilidade necessária à sobrevivência*. Muitas crianças das camadas pobres da população de uma grande cidade, para garantir o seu sustento precisam desde cedo desenvolver algumas habilidades para participar de certas atividades como: vender doces, picolés na rua; lavando ou vigiando carros em estacionamentos. As crianças, ao trabalharem como vendedoras, desenvolvem estratégias próprias para resolver problemas de aritmética envolvendo os quatros operações. As crianças resolvem, com sucesso, inúmeros problemas de aritmética quando trabalham porém, não conseguem obter o mesmo resultado na escola. Estudos, realizados por Carraher, Carraher e Schilemann (1988) com crianças que além de freqüentar a escola também trabalhavam em atividades comerciais na rua, demonstram que o índice de sucesso de problemas resolvidos por elas na rua, em situação de trabalho foi de 98%, enquanto que na sala de aula foi de 37%.

Lungarzo (1989) afirma que o uso sistemático e contínuo da matemática faz parte da vida diária das pessoas de uma forma muito ampla, sendo necessário, em algumas

atividades, o uso de fórmulas ou recursos que são aprendidos no 2º grau, um exemplo são os cálculos financeiros. A matemática também se encontra incorporada ao currículo da maioria dos cursos superiores. É uma das disciplinas sobre as quais mais se escreveu manuais e livros e para seu aprendizado é preciso grande esforço. É comum as pessoas dizerem para os matemáticos que sempre foram mal em matemática, e, geralmente, acrescentarem “você escolheu uma profissão difícil”. Esse lado estranho da matemática é devido ao seu caráter abstrato, e pelo fato de sua linguagem técnica ser difícil de decorar e, especialmente, de entender.

A matemática é uma ciência abstrata que não tem objetos familiares como os eventos históricos ou outras atividades humanas. Ela lida com objetos abstratos, como os números e as funções. Quando estes são simples, a matemática torna-se tão fácil quanto História, Geografia ou Biologia. Por outro lado, quando se tem que demonstrar teoremas perde-se essa aparente facilidade. A matemática tem cada vez mais se ampliado e ramificado, o que acaba por dificultar o seu estudo.

Segundo Lungarzo (1990), as idéias matemáticas variam de acordo com o nível de conhecimentos das pessoas, dependendo do grau de instrução escolar e do meio onde vivem. Se pergunta-se para uma pessoa sem nenhuma instrução escolar o que ela entende por matemática, a resposta pode ser: a matemática mexe com números e com figuras; tem a ver com cálculos; é algo que emprega uns símbolos esquisitos etc. Mas para um estudante de sexta, sétima, oitava séries a resposta poderia ser diferente: a matemática mexe com muitas coisas e as principais são: as operações (soma, produto, divisão), a construção de polígonos e outras figuras etc. Geralmente as pessoas que são pouco familiarizadas com a matemática têm dela uma imagem superficial e costumam dizer que ela mexe com símbolos especiais, tem linguagem própria e métodos bem diferentes das outras disciplinas. Essas pessoas podem afirmar que a matemática é difícil e que não conseguem aprender direito.

Atualmente, a matemática utilizada pelos cientistas de alto nível utiliza grande número de divisões e subdivisões. Mas, na origem das idéias matemáticas encontramos apenas a aritmética e a geometria. O aparecimento da matemática como ciência está ligado a apenas dois fatos básicos que são as noções de número e de figura geométrica. A matemática é uma ciência abstrata porque está ligada às idéias e não a objetos físicos, reais, ou objetos do mundo sensível. Seus conceitos foram elaborados não só por motivos racionais, mas também por motivos práticos. Para adquirir o conhecimento matemático é necessário entender a existência de um processo de abstração ou de formação dos conceitos matemáticos, sendo, assim, diferente do conhecimento físico, social, químico, histórico etc.

Historicamente a matemática se divide em aritmética e geometria, sendo a aritmética a parte que estuda os números. Geralmente, quando falamos em números, pensamos primeiramente em números naturais. Estes números aparecem sempre que contamos elementos de uma coleção ou conjunto de objetos. Por aparecerem naturalmente na atividade mais simples que se possa imaginar, que é contar, chamamo-los de números naturais.

De acordo com Lungarzo (1989), a atividade de contar é uma das atividades mais antigas do homem, está presente em sua vida bem antes da atividade de escrever. Supõe-se que o homem primitivo sentia necessidade de contar seus objetos, seus pertences, para seu controle, e, para medir distâncias, contavam as árvores para, quando voltassem, saberem quanto demorariam a chegar se fizessem o mesmo percurso.

A operação de contar é uma atividade que assimilamos nas noções abstratas da matemática elementar, mesmo que inconscientemente, pois contar consiste em fazer corresponder os elementos de um conjunto com certas quantidades, que denominamos “números”: um, dois, três etc. Estes números não descrevem objetos específicos, pois quando dizemos “cinco” não nos referimos a cinco pessoas ou cinco cidades, mas a um conceito geral que pode ser aplicado a objetos quaisquer. É por esse motivo que são entidades abstratas. O homem primitivo talvez nem tivesse nomes para esses números. Podemos imaginar que para diferenciar um conjunto de cinco ovelhas de outro de três ovelhas, provavelmente atentasse para a diferença física, perceptível, entre os dois conjuntos. E, para diferenciar um conjunto de três ovelhas de outro de três cavalos, recorresse aos conhecimentos biológicos sobre animais. Dessa maneira, podemos pensar que o homem primitivo não tinha uma unidade geral como usamos hoje, mas tinha uma unidade que podia variar de uma comunidade para outra ou de um homem para outro. Por exemplo, um homem toma como unidade uma árvore. A árvore passa ser sua unidade de referência. Para muitos antropólogos o homem primitivo utilizou objetos concretos, como pedrinhas, folhas etc., de forma homogênea, para contar os elementos de vários conjuntos.

O conceito de número surgiu de forma independente quando o homem começa a refletir sobre o universo e seu próprio pensamento. Nos primórdios, as reflexões sobre problemas “matemáticos” faziam parte da atividade filosófica, pois não existiam matemáticos. O número natural aparece como entidade independente quando fazemos abstração dos objetos “numerados”. Quando pensamos em dois cavalos e dez estacas estamos pensando em objetos adjetivados por suas quantidades, mas quando pensamos em “dois” ou “dez” estamos refletindo sobre os números e, não mais, em objetos adjetivados pela sua quantidade. Para

conseguir esses números abstratos é necessário abstrair o que tem em comum entre os conjuntos formados por objetos concretos, no que se refere à quantidade.

CAPÍTULO II – HISTÓRIA DO PENSAMENTO MATEMÁTICO

O conhecimento matemático está presente na atividade do homem antes mesmo da escrita. Segundo Rosa (2001), a matemática foi criada pelo homem e vem sendo desenvolvida ao longo do tempo de acordo com as suas necessidades sociais. No período do Paleolítico Inferior (parte do Período Pré-histórico), que durou cerca de dois milhões de anos, o homem era predador-nômade, vivia na dependência do que pudesse retirar da natureza, vivia da caça e da coleta, competindo com os outros animais, utilizava paus, pedras e, posteriormente, o fogo. A matemática de que se necessitava nesta época era as noções de mais/menos, maior/menor e de algumas formas e simetria. Como afirma Rosa (2001,p.8):

A ‘matemática’ do homem do Paleolítico Inferior era formada de esquemas mentais que lhe possibilitavam alterar tamanhos, aumentar ou diminuir quantidades e dar formas a paus e pedras, dando-lhes utilidade. Além disso, podiam fazer alguma classificação e seriar atividades (ROSA,2001,p.8).

No Paleolítico Superior (parte do Período Pré-histórico) o homem utilizava instrumentos mais elaborados para a caça e coleta: armadilhas, redes, cestos, arcos, flechas e canoas rústicas. Começou também a utilizar novos materiais como: ossos, peles, cipós, fibras, fazendo até roupas rústicas. Nesta fase começa a fazer pinturas e esculturas naturalistas e surge a pictografia. Com o conhecimento maior, associado aos instrumentos, precisava de alguns números e figuras. Por exemplo, para fazer um trançado é necessária a contagem até quatro ou cinco e noções intuitivas de paralelismo e perpendicularismo. Já para construir um cesto, além da contagem, há a necessidade de noção da forma do cesto, simetria, interior/exterior. Ainda existem tribos que estão nesse estágio, pois já inventaram apenas o um, o dois, o três e o quatro, mais que isso dizem “muitos”. Segundo Rosa (2001, p.10), a matemática do Paleolítico Superior se resume a

(...) esquemas de ação para quantificar conjuntos, fazer objetos retos, paralelos, perpendiculares, redondos e simétricos, fazer escoras e as primeiras representações simbólicas desenhadas (ROSA ,2001, p.10).

Com o aumento da população, o sistema de coleta não foi mais suficiente. Para solucionar este problema, o homem começou a cultivar plantas e a domesticar animais, construindo sua independência em relação à natureza. Com isso, o homem muda sua natureza passando de predador-nômade para produtor-sedentário. Assim surgiu o Neolítico (parte do Período Pré-histórico), uma nova fase, que deu origem a um novo homem. No início, a produção era pequena e complementavam suas necessidades com a caça e a coleta. Para

ampliar a produção o homem trabalhava e novos conhecimentos iam sendo criados: conhecimentos sobre terras e fertilidade, sementes, técnicas de plantio e colheita, datação do plantio, seleção de matrizes e sementes mais produtivas. Os primeiros calendários agrícolas foram criados, inventou a cerâmica para atender a necessidade de armazenamento de grãos e cozimento. Segundo Rosa (2001 ,p.10),

As plantações e cabanas exigiram medidas e isso era feito com palmos ou passos. Com isso os conceitos matemáticos desenvolveram. A massa de conhecimentos se expandiu, no sentido de um saber prático, constituído de receitas úteis para o dia-a-dia. O problema é sempre o mesmo: a sobrevivência. (ROSA, 2001, p.10).

A matemática do Neolítico contava com números maiores para que pudessem construir o calendário. Os números eram representados por riscos em ossos ou paus, por nós em cordas, pedrinhas e palavras. Os homens já eram capazes de juntar objetos e contar o total ou retirar e contar o restante. Dessa forma, constroem-se os números naturais. Com o aumento da produção, novas técnicas e conhecimentos foram desenvolvidos. Com as novas técnicas, novos conhecimentos e novas espécies domesticadas, a produção foi aumentando até que se tornou suficiente para suprir as necessidades da população.

O período Pré-histórico (Paleolítico e Neolítico) terminou, quando o homem conseguiu produzir o necessário para sua sobrevivência. A caça transformou-se em esporte, o homem constrói seu ambiente e ganha independência em relação à natureza.

A passagem para o Período Histórico marca uma nova revolução na história do homem: grandes enchentes nos rios deixavam em suas margens o limo trazido pelas águas tornando assim a terra mais fértil. Isso atraiu muitas tribos, causou o crescimento da população e as cabanas foram se transformando em casas e as aldeias em cidades. Daí surge a necessidade de projetos e medições com unidades padronizadas. Um padrão usado no Egito foi o côvado. Surge a necessidade de armazenamento de produtos em grande escala e de sua contabilização e controle. Tudo isso coloca mais problemas para a matemática. Surgem também as classes sociais, os senhores, e escravos, a propriedade e o Estado. A divisão da sociedade em classes e a propriedade privada colocaram novos problemas. As enchentes do Nilo eliminavam os limites das propriedades e gerava a necessidade de remarcá-las. Foi assim que desenvolveram os números fracionários: o Faraó determinou que os matemáticos teriam de dividir as terras de forma proporcional ao tamanho da família e de acordo com suas possibilidades de cultivá-las, por acreditar há milênios, que se não houvesse terra ociosa, nem mão-de-obra ociosa haveria riqueza e fartura para todos.

O início da Antiguidade foi marcado por inúmeras novidades matemáticas. As novas atividades como: o comércio, as construções, a posse e a demarcação das propriedades, a navegação e outras situações trouxeram para a matemática novas questões. A civilização Egípcia contribuiu bastante com o conhecimento matemático. Foram eles que inventaram um calendário de 365 dias, criaram o relógio de sol e a balança, fundiram o cobre e o estanho e outros metais. Construíram cidades e grandes monumentos. Utilizavam instrumentos de pau ou pedra e eventualmente de bronze, por ser muito caro e pouco duro. Eles conheciam o ábaco, a notação decimal, algumas frações e realizavam algumas contas. Com as frações só sabiam calcular quando o numerador é igual a 1, que era o inverso dos números inteiros, e eram representados com um sinal ovalado na parte do numeral. Desenvolveram a Geometria, criando fórmulas para calcular áreas e volumes, de forma simples, prática e útil. Nessa mesma época coisas parecidas aconteciam na Babilônia, China e em outros lugares, como na América, com os maias, astecas e incas.

Na Ásia Menor desenvolveu-se o uso do ferro, que propiciou a construção de ferramentas mais eficientes, cuja utilização trouxe aumento da produção. Com isso, o comércio se expandiu, intensificando as navegações, melhorando o transporte e criando a moeda. A civilização se interioriza pela Europa. É a época da hegemonia grega que gerou o conhecimento sistematizado, pois enquanto o critério de verdade egípcio era ser útil, para os gregos era ser lógico. O conhecimento egípcio se apoiava sobre suas atividades, usando um raciocínio de operações concretas. Já os conhecimentos gregos se apoiavam uns sobre os outros, por dedução lógica, usando um raciocínio de operações formais. Nesse momento, surge o alfabeto, que democratiza a cultura e facilita seu registro. Por outro lado, as viagens comerciais possibilitaram o intercâmbio com outras culturas, gerando grande acúmulo de conhecimentos. Com esse acúmulo de conhecimentos, na Grécia, houve a mudança qualitativa da classificação e ordenação. Todas as receitas práticas utilizadas pelos egípcios e babilônios e habitantes de outras regiões começam ser sistematizadas. No primeiro momento estão os objetos elaborados pelo o homem, suas utilidades e relações; no segundo momento está o conhecimento constituído sobre os objetos e que se constitui em receitas práticas para o dia-a-dia; em terceiro momento está o conhecimento sobre essas receitas. Rosa (2001,p.14), salienta que:

Enquanto os conhecimentos práticos, espontâneos, se relacionam com o cotidiano, os conceitos sistematizados, científicos, relacionam-se uns com os outros por dedução, perdendo assim o contato com suas origens de soluções de problemas do dia-a-dia (Rosa,2001, p.14).

Surge nesta época a Filosofia. Os pensadores gregos desprezavam o trabalho; seguiram o caminho das abstrações. O trabalho manual era realizado por escravos e considerado indigno para os homens livres, ficando para eles a função de pensar. Com isso surge uma nova ideologia, que coloca a ferramenta na mão do trabalhador e o conhecimento na cabeça do senhor. Com o desenvolvimento da ciência, a matemática foi a que mais avançou, com destaque na valorização da qualidade, mais do que na quantidade, mais Geometria que Aritmética. Foi a Geometria a primeira a receber um tratamento metodológico. Devido à oposição entre o manual e o intelectual, entre pensamento e trabalho, surge uma nova ideologia, que é a origem do conhecimento racional.

O trabalho de sistematização teve início pela época de Tales, que já deduzia alguns conhecimentos de outros; continuou com os pitagóricos e outros pensadores, até chegar a Eudoxo e fechar o edifício da Geometria. Mas ainda tinha muita falha na lógica. A partir daí, Aristóteles constrói sua Lógica, que foi transpondo de maneira prática o método geométrico em palavras.

No período da hegemonia romana, a Matemática continuou avançando, especialmente com os matemáticos alexandrinos. Por exemplo, Erastóstenes (284-192 a. C), que calculou o tamanho da Terra; Ptolomeu (100-168 d.C), que escreveu o Almagesto, obra que expõe a teoria geocêntrica e Diofanto (325-409 d.C), que formulou as equações diofantinas, significando uma retomada da Aritmética. Ainda os romanos criaram o sistema de numeração, com regras simples e usando apenas as sete letras: I,V,L,C,D,M.

Na Idade Média, período de maior expansão árabe, surge um novo sistema de numeração decimal posicional, utilizado por nós com pequenas alterações, que foi para a Aritmética o que o alfabeto foi para a escrita: a democratização. Este sistema de numeração arábico foi desenvolvido por alguns matemáticos como Avicena, Al-Khowarizmi e Omar Khayyam, Nasir Eddin, entre outros, começou na Mesopotâmia, Índia e Síria. As três características do sistema de numeração são: ser decimal, posicional e possuir seus algarismos. Apareceram sistemas decimais em vários lugares, como no Egito; o sistema posicional já era conhecido dos babilônios; os algarismos evoluíram a partir da Índia e foram muito desenvolvidos pelos árabes e divulgados na Europa.

Os árabes desenvolveram métodos que tornaram mais simples a resolução de equações. Com isso, as equações começaram a adquirir automatismo e surge então a Álgebra, que foi uma grande revolução matemática. O matemático árabe Al-Khowarizmi é considerado o pai da Álgebra.

No fim da Idade Média surgem novos problemas para a matemática, devido ao renascimento comercial. Nos séculos XV e XVI, na Itália, surgem os números negativos para cálculo de créditos e dívidas. Com o cálculo da raiz quadrada de números negativos surgem os números complexos, destacando-se nesta tarefa os matemáticos italianos Fibonacci, Tartaglia, Bombelli e Cardano entre outros. No período das navegações, a Astronomia teve enorme impulso, o que levou os matemáticos a novas criações. O mapa do mundo foi quadriculado e as coordenadas passaram a ser usadas sistematicamente. Devido ao uso das coordenadas na navegação, surge a Geometria Analítica no século XVI. Desenvolve-se a trigonometria e para simplificar os cálculos astronômicos aparecem os algoritmos. Nesta época a ciência ainda precisava de técnica, mas começava a ter um novo caráter não utilitário.

Uma outra nova revolução matemática completa-se com Viète, que passou a utilizar símbolos matemáticos para qualquer demonstração, usando letras para quantidades conhecidas e desconhecidas. Com isso, a notação se formalizou, tornando as aplicações mais generalizadas e aumentou a rapidez no cálculo.

Pouco depois do tempo de Galileu e da Inquisição, completou-se a grande Síntese do Cálculo Integral e Diferencial feita por Leibniz e Newton. Essa é uma das conseqüências da Revolução Industrial e coloca um instrumento formidável de poder nas mãos do homem.

Na época do feudalismo, na Europa, as unidades variavam muito de um lugar para outro. A situação não era confusa por causa do isolamento e da auto-suficiência de cada feudo. Mas começa a ascensão da burguesia e o interesse pela abertura de novos mercados havendo, portanto, a necessidade de pesos e medidas uniformizados. Na época de Henrique VII, na Inglaterra, usava-se um sistema unificado, que tinha como unidades milha, jarda, pé e polegada. Com a invenção da máquina a vapor e a Revolução Industrial, a indústria se desenvolve aumentando o mercado e o interesse de umas nações por outras, surgindo assim a necessidade de padronizar mais as unidades de medidas, não só para comprimentos, mas para pesos, áreas, volumes etc.

Em Paris, no ano de 1790, a Academia de Ciências formou uma comissão com uma tarefa de criar um sistema simples de unidades para ser usado universalmente. A comissão decidiu o seguinte: para medir comprimento escolheram o metro. Para isso dividiram em dez milhões de partes a distância do Equador ao pólo da Terra, e cada parte ficou sendo uma unidade. Para medir a capacidade de recipiente, foi adotado o litro, que é a capacidade de uma caixa de lado 10 cm. Para medida de massa foi convencionado que um litro de água destilada a 4 graus, ao nível do mar, teria um quilograma. Todas essas unidades,

com múltiplos e submúltiplos, formam um sistema decimal. Este sistema novo foi aos poucos sendo adotado em outros países. O Brasil já tinha um sistema decimal desde 26/6/1862 criado pela lei Imperial N°1157, mas veio adotar este novo sistema a partir de 1938.

Neste breve histórico de como evoluiu o pensamento matemático entre os homens é possível perceber as rupturas e reformas sofridas pela matemática, que permitiram um acabamento purificado e formal, distante das suas origens.

Talvez seja exatamente o grau de abstração alcançado pela matemática que leva nossos alunos a sentirem dificuldades de compreensão. Rosa (2001, p.19) sugere que o ensino da matemática deve “colocar o assunto em um crescendo de formalização. Cada período tem suas características, seu grau de abstração, de elaboração, de acabamento e é assim que o aluno deve construir sua matemática”.

CAPÍTULO III – O ENSINO DA MATEMÁTICA

A sociedade delega à instituição escola a responsabilidade pela educação do cidadão, tanto na sua formação geral quanto para o mundo do trabalho.

A escola é o lugar onde se aprende a refletir, analisar, criticar e avaliar as ações. De acordo com Bourdieu (1998), a pedagogia tradicional define a escola como sendo um arquivo do saber acumulado, com a tarefa de transmitir o conhecimento pela formação de hábitos, de forma que ocorra interiorização de princípios da cultura, do social e do técnico-científico que devem permanecer após a prática escolar.

Com esta perspectiva o sistema de ensino define dois sujeitos no processo ensino-aprendizagem: o professor, detentor do conhecimento, da autoridade epistemológica, da ação cognitiva, o único responsável por transmitir o conhecimento do saber acumulado aos alunos; o aluno, receptor do depósito efetuado pelo professor através de divisão de tarefas, da operacionalização da didática, da transmissão da informação de forma metódica.

Segundo Laudares (2005), com esta concepção conservadora o ensino da matemática tem sido praticado da seguinte forma:

- Os conteúdos a serem desenvolvidos são programáticos, enciclopédicos, abstratos e formalizados.
- Os conteúdos são transmitidos por uma necessidade de medir, explicar a natureza e os fenômenos. Sua transmissão se dá através de acúmulo de fórmulas e equações, ou seja, está baseado no algebrismo estrito.
- As atividades escolares valorizam o saber teórico, descontextualizado, fixo e em estado pronto acabado.
- Valorizando o saber matemático por si mesmo, sem preocupação com a realidade, com os problemas do mundo vivido ou com as situações concretas, por isso criou-se uma linguagem essencialmente acadêmica, difícil, e que o aluno não entende.

Laudares (2005), citando D'Ambrósio, lembra que, nesta perspectiva, o papel do professor fica sendo o de um tradutor, pois a matemática é caracterizada por uma lógica formal, uma coleção de verdades numa visão absolutista, verticalizada e de difícil absorção. O professor prepara todos os problemas com antecedência; conseqüentemente, o professor é o único a conhecer a dinâmica, o processo, pois guarda para si a emoção da descoberta de uma solução fascinante, da descoberta de um caminho produtivo ou das frustrações inerentes ao problema considerado e de como toma decisões que facilitem a solução do problema proposto.

Ao encontrar dificuldade para compreender, o aluno começa a memorizar padrões e fórmulas semelhantes àqueles que foram aplicadas para resolver questões mais ou menos equivalentes. Assim a matemática passa a ser um amontoado de proposições, expressões, modelos desconectados, isolados e fragmentados. Neste modelo tradicional de ensino a metodologia utilizada supervaloriza a exposição do professor que é o único a conhecer a dinâmica do processo. Deixa o aluno longe das descobertas dos caminhos utilizados na solução de um problema.

Ainda dentro do modelo tradicional de ensino foi criada uma nova linha baseada no tecnicismo, que coloca a técnica como o principal instrumento metodológico: tira o professor do centro do processo didático e coloca no seu lugar a ciência do instrumento e da técnica, objetivando o conhecimento. Neste modelo não há aula expositiva, o aluno deixa de ser assistente-ouvinte para ser leitor e usuário de um material preparado pelo professor. O professor não recita a aula.

A pedagogia tradicional incorpora a pedagogia tradicional expositiva e a pedagogia tecnicista: o que muda de uma para outra é o instrumento. Na primeira tem o discurso falado do professor e na segunda tem o discurso escrito, mas a maneira de trabalhar o conhecimento é o mesmo em ambas.

Segundo Laudares (2005), as pedagogias conservadoras, questionáveis na sua eficiência, estão esgotadas. Ele destaca o surgimento de uma nova abordagem progressista que busca afetividade do processo ensino-aprendizagem. Neste processo está centrado o aprender, o investigar através da cognição do estudante, junto com ação do professor. Esta nova abordagem rompe com a passividade do aprendiz. O aluno, que era assistente-ouvinte ou leitor-usuário, passa para uma ação reflexiva da situação-problema, do conflito cognitivo, e chega à construção do conhecimento na interação social.

Considerando que a matemática surgiu da necessidade de contar e medir e como instrumento de investigação da natureza, do fenômeno físico, social ou econômico, do trabalho do mundo real e da vida (como já demonstrado no capítulo anterior), seu ensino é uma maneira de inserir o aluno em questionamento, encorajando-o a propor soluções, explorar possibilidades, levantar hipóteses, justificar seu raciocínio, fazer simulações, entrar em rede e analisar e justificar seus resultados.

Para D'Ambrósio (1993 apud LAUDARES, 2005), o ambiente adequado para a construção dessa visão de matemática é aquele em que os alunos propõem, exploram e investigam problemas matemáticos, sendo estes originados de situações e refutações dentro da própria matemática.

Considerando que o homem pensa e age conscientemente, os métodos de educação precisam abstrair e concretizar, pois refletem a condição humana. O homem produz tantos produtos concretos, máquinas, ferramentas, utensílios de uso pessoal, tecnologias, ou seja, artefatos, como “mentefatos”, ou seja, resultados da ação intelectual que não se materializa: as idéias, os conceitos, reflexões, pensamentos. Assim a educação matemática deve, num primeiro momento, priorizar a compreensão e fugir da teorização estrita. Em um segundo momento, a aprendizagem deve passar para uma outra dimensão, que vá além da relação do concreto e com a cultura, que seja feita através da simulação. Neste caso, o estudante edifica um espaço utilizando a arte de simular, isto é, foge do real para fazer uma projeção do desenvolvimento futuro, da criação, não mais da imitação (LAUDARES, 2005).

Segundo Laudares (2005), esse novo posicionamento requer uma pedagogia da pergunta ou uma pedagogia dialógica, onde o estudante tem oportunidade de simular, de perguntar, de investigar. É o estudo pela pesquisa. A tarefa do professor, neste caso é ajudar o estudante a construir o conhecimento, fugindo assim das limitações que dificultam as criações ou simulações.

Nesse novo posicionamento pedagógico, Educação Matemática assume um importante papel, pois traduz a política de uma nova heterogeneidade didática e oferece múltiplos procedimentos e atitudes no ciclo realidade-indivíduo-ação-realidade, oferece um novo componente que é o da simulação baseada na realidade. A simulação exige apoio da realidade, para não cair em devaneio, em imaginação vazia, recaindo apenas em prospecções desprovidas de possíveis objetivos.

Entre as novas propostas para o ensino da matemática, a Etnomatemática apresenta-se como uma alternativa de mudança e de novas perspectivas para o ensino da matemática. A Etnomatemática pode ser definida como um conjunto de práticas históricas encontradas entre os diversos grupos culturais e diversos extratos sociais, pode constituir o suporte de uma nova proposta para educação (D'AMBRÓSIO, 2005).

A Etnomatemática é considerada hoje o elo entre as tradições e a modernidade, pois tem indiscutivelmente uma qualidade política, está impregnada de ética e focalizada na recuperação da dignidade cultural do ser.

A proposta pedagógica da Etnomatemática privilegia o raciocínio qualitativo. É uma proposta que se enquadra perfeitamente numa concepção multicultural e holística de educação, pois a Etnomatemática sempre está ligada a uma questão maior, de natureza ambiental ou produção, e raramente se apresenta desvinculada de outras manifestações culturais, tais como arte e religião. Procura fazer dessa forma da matemática algo vivo,

lidando com situações reais no tempo e no espaço, para poder criticar, questionar o aqui e agora (D' AMBRÓSIO, 2005).

O raciocínio quantitativo possibilitou desde a Baixa Idade Média os grandes avanços da matemática e passou a dominar a educação matemática por ser considerado a essência da modernidade.

Mas, por outro lado, o raciocínio qualitativo, também chamado analítico, fortemente conceituado, também foi retomado a partir do século XVII e ganhou importância no mundo contemporâneo. Na segunda metade do século XX se desenvolveu dando origem a novas áreas matemáticas como estatística, probabilidade, programação, modelagem, fuzzies e fractais. Atualmente uma das áreas de pesquisa mais ativa, é a área das inteligências artificiais, que visa a incorporar nos computadores o raciocínio qualitativo.

O raciocínio qualitativo permite o exercício da crítica e da análise do mundo em que vivemos, sendo, portanto, essencial para a organização de uma nova sociedade. Dessa forma, deve, sem qualquer dúvida, ser incorporado nos sistemas educacionais, e ser introduzido nos programas, em todos níveis de escolaridade, a estatística, a probabilidade, a programação, a modelagem e outras áreas novas emergentes na ciência atual (D' AMBRÓSIO, 2005).

Segundo D'Ambrósio (2005) o raciocínio qualitativo é de fundamental importância na matemática, tanto quanto o raciocínio quantitativo. Por circunstâncias históricas, a partir do século XVI, os povos que conquistaram e colonizaram todo o planeta conseguiram ser bem sucedidos graças aos seus conhecimentos e comportamentos que se apoiavam em Pitágoras e seus companheiros da Bacia do Mediterrâneo. Hoje esses conhecimentos e comportamentos, se encontram incorporados na modernidade e conduzem nosso dia-a-dia. A proposta da Etnomatemática não ignora nem rejeita o conhecimento e o comportamento modernos, quer torná-los melhores, aprimorando-os, incorporando neles valores de humanidade, tais como a ética, o respeito, a solidariedade e a cooperação. Pensar que a Etnomatemática pode substituir uma boa matemática acadêmica, que é essencial para um indivíduo ser atuante no mundo moderno, não deixa ser um grande equívoco. A Etnomatemática na sociedade moderna terá sua utilidade limitada, da mesma forma que muito da matemática acadêmica é absolutamente inútil nessa sociedade. A boa matemática acadêmica será conseguida quando forem deixados de lado os conteúdos desinteressantes, obsoletos e inúteis que ainda dominam os programas vigentes, pois há nela um caráter propedêutico insustentável e um conservadorismo danoso.

D'Ambrósio (2005, p. 43) afirma que “...é inadmissível pensar hoje em aritmética e álgebra, que privilegiam o raciocínio quantitativo, sem a plena utilização de calculadoras”. Há ainda uma enorme resistência de educadores, em particular educadores matemáticos, à tecnologia, como calculadoras, computadores e internet, que ainda são ignorados nos currículos de matemática. Sendo o caso mais danoso a resistência ao uso da calculadora. A introdução de calculadoras e de computadores não visa somente uma questão de metodologia, mas em função da tecnologia disponível surgem novos objetivos para a educação matemática.

A proposta da Etnomatemática visa uma nova postura educacional, a busca de um novo paradigma de educação que possa substituir o já existente, cuja díade ensino-aprendizagem está baseada numa relação obsoleta de causa-efeito. A criação de um modelo social aceitável requer uma mudança de postura educacional, ou seja, a organização de uma nova sociedade exige o desenvolvimento da criatividade desinibida e condizente com as novas formas de relações interculturais que preservem a diversidade e eliminem a desigualdade (D' AMBRÓSIO, 2005).

Paiva & Carvalho (2005) destacam a necessidade da formação continuada dos professores. Existem muitas dificuldades no ensino da matemática que precisam ser revistas. Hoje ainda existem professores de matemáticas que não são licenciados nesta disciplina. Neste caso encontram dificuldades por não dominar o conteúdo, possuem uma visão estreita e equivocada da matemática e do processo de ensino-aprendizagem. Além dessa questão, a educação matemática precisa preocupar-se com as ideologias do professor e a influência desta no ensino. O professor constrói idéias pedagógicas diante de pressupostos teóricos e de sua reflexão sobre sua prática. Os cursos de formação de professores de matemática precisam atender, de forma integral, as necessidades do professor, propiciando momentos de discussões com objetivo de corrigir as falhas de sua formação, desenvolvendo o gosto pela pesquisa, com intuito de levá-lo a repensar sua prática e aprofundar seus conhecimentos matemáticos.

Os Cursos de Educação Matemática têm trabalhado de duas formas: priorizam o conteúdo ou, ao contrário, desprezam o conteúdo, concentrando-se nas questões didático-pedagógicas. Dessa forma não conduzem a mudança de atitude do professor em relação à Matemática e a sua prática docente não conduzirá a uma melhor aprendizagem de Matemática pelos alunos.

Na educação continuada o ponto de partida é o professor-aluno. As atitudes do professor em relação a matemática transmitem uma imagem da matemática aos alunos, que pode de uma certa forma influenciar no ensino da matemática. Daí a importância de propiciar

momentos em que os professores possam falar de suas experiências e suas atitudes possam ser discutidas e trabalhadas para modificá-las.

CAPÍTULO IV – CONCEITO E TIPOS DE DIVISÃO

Segundo Saiz (1996), na antiguidade só os homens sábios sabiam dividir. Havia muitos métodos para resolver a divisão, eram difíceis e exigiam muita prática e talento especial., Estes fatores faziam com que a matemática fosse considerada uma habilidade difícil, sendo acessível a poucas pessoas. Hoje dispomos de um algoritmo bastante simplificado, eficaz e rápido, mas muitas crianças apresentam dificuldades na sua aplicação.

Uma das dificuldades para o ensino da matemática hoje é dar significado para o conteúdo. Para Charnay (1988,apud SAIZ,1996), a construção da significação de um conhecimento deve ser pensada a dois níveis: no nível externo, que se refere ao campo de utilização do conhecimento, e os limites desse campo. E o nível interno, que se refere ao funcionamento desse recurso e por que funciona.

O nível externo é aquele em que o aluno é capaz de compreender, de reconhecer quando utilizar o conhecimento e de aplicá-lo em novos domínios. E o nível interno se refere ao fato do aluno poder compreender, poder raciocinar a respeito de seu saber, analisá-lo ou combiná-lo com outros.

Segundo Brousseau (1987,apud SAIZ,1996), na prática escolar os professores fazem uma distinção dos conhecimentos internos e externos da seguinte forma: atividades voltadas para aquisição dos conhecimentos institucionalizadas, como: os algoritmos de cálculo, as definições canônicas ou as propriedades. E aquelas que apontam à compreensão e ao uso desses saberes. Quando o ensino valoriza mais os algoritmos, avaliação das definições fica fácil, pois basta formular-lhes várias contas e verificar os resultados.

Segundo Saiz (1996), o ensino de algoritmos, definições ou propriedades é facilmente organizável na sala de aula são conhecimentos identificáveis, podendo ser verificados de maneira simples. Mas, quando o ensino procura o reconhecimento de situações de divisão, de significados de conceitos, torna-se mais complicado e difícil de identificar. Este é o principal motivo pelo qual os professores não conseguem priorizar a compreensão. De uma forma geral o ensino de operações matemáticas está vinculado a um número de situações problemas que passa a ser responsável pelo significado do conceito. Entretanto esses problemas estão fora do contexto, o aluno depara-se com determinada situação-problema, procura as características de outra classe de problemas que já sabe resolver, ou seja, busca pistas para identificar a operação a ser utilizada.

O ensino tradicional prioriza a operação a ser utilizada nas situações-problemas e não a compreensão dos mesmos. Por isso, os alunos ficam procurando adivinhar a operação

para resolver o problema. Mas têm algumas situações que não mudam com a variação do enunciado, já outras variam os procedimentos utilizados, o que dificulta o reconhecimento do problema de divisão.

Os matemáticos categorizam os problemas de divisão em dois tipos: *divisão por partição* e *divisão por quota*.

Problemas de Divisão por Partição. Em problemas de divisão por partição é dada uma quantidade inicial e o número de vezes (número de partes) em que esta quantidade deve ser distribuída, precisa-se encontrar o tamanho de cada parte (número de elementos).

Exemplo: Eduardo gastou 20 reais na compra de quatro carrinhos. Qual o preço de cada carrinho?

Para resolver problemas de partição é preciso considerar que o quociente procurado refere-se ao tamanho de cada parte, que o dividendo é representado pelo todo ou seja a quantidade ou valor a ser dividido e que o divisor refere-se ao número de partes em que o todo é dividido.

Problemas de Divisão por Quota: em problemas deste tipo é dada uma quantidade inicial que deve ser dividida em quotas pré-estabelecidas (tamanho das partes).

Exemplo: Ana tinha 20 reais quer comprar alguns chaveiros que custam quatro reais cada um. Quantos chaveiros ele poderá comprar com esse valor?

Para resolver problemas desse tipo é necessário considerar que o quociente a ser encontrado refere-se ao número de partes em que o todo foi dividido, que o dividendo representa o todo e o divisor refere-se ao tamanho das partes (quota).

Segundo Lautert e Spinillo (2002), mesmo quando se mantém os mesmos valores em ambos os tipos de problemas, estes não podem ser considerados de mesma natureza. A mudança da incógnita a ser encontrada altera a natureza da operação a ser aplicada.

Conforme discutido por Lautert e Spinillo (2002), os problemas de partição são mais fáceis de resolver. Uma das explicações para isso é que a noção que a criança tem sobre a divisão está ligada a suas experiências sociais: repartir um todo em partes iguais até esgotá-lo. Por outro lado, os problemas por quotas requerem uma resolução com base no tamanho de cada parte (quota), sendo este procedimento uma forma diferente de raciocinar e menos comum na vida social e até menos considerada nas situações didáticas no contexto escolar.

Em pesquisa realizada, Saiz (1996) observou que os problemas de divisão por quotas se encontram entre os problemas com maior número de procedimentos inadequados por não serem reconhecidos da mesma forma que os de “partição”. Por outro lado, os

problemas de partição também não são reconhecidos como tal quando envolve números decimais. Por exemplo, não repartem horas da mesma forma que são repartidas garrafas. Entre os procedimentos inadequados, 80% dos erros se refere à utilização da multiplicação.

Na resolução correta dos problemas, percebe-se que as crianças que reconheceram a divisão como sendo a operação a ser utilizada, em alguns casos o cálculo está correto e a resposta não. Observou-se também que o reconhecimento do problema de divisão deu-se a partir de indícios ou palavras indutoras do texto, o que foi suficiente para que o aluno selecionasse a operação. A realização da operação se deu, portanto, sem nenhum controle sobre o procedimento e sem que o aluno se envolvesse com o problema. A maioria das crianças realiza a prova da divisão, mas ninguém faz a prova do problema, ou seja, verifica se a resposta é a solução do problema formulado. Elas carecem de recursos para reconhecer se a solução é errada ou não. Saiz (1996) destaca que a maneira como o professor procede no momento do ensino pode levar os alunos a agirem de uma maneira inadequada diante das situações problemas. Por exemplo, quando o professor questiona qual operação fizeram, ou qual operação deveriam fazer pode levar aos seguintes problemas:

- os alunos não atribuem significado ao algoritmo que aplicam;
- os alunos não interpretam o que obtiveram nas diferentes etapas do cálculo, em termos do problema formulado;
- o algoritmo ensinado aparece como um puro trabalho sobre os números, independente dos dados da situação enunciada;
- relação superficial com o conhecimento;
- distância entre si e a situação formulada, centrada na situação escolar da aprendizagem, sem mobilização dos esquemas intelectuais próprios disponíveis;
- as crianças carecem de recurso para analisar se a solução é errada ou não.

Todos estes aspectos são provocados por um ensino de resolução de problemas reduzido a “adivinhar” a operação a ser utilizada.

Considerando os achados das pesquisas discutidas anteriormente, nesta pesquisa temos por objetivo investigar a relação entre desempenho em atividade de resolução de problemas e concepção acerca do conceito de divisão.

CAPÍTULO V – A PESQUISA

A compreensão de um conceito matemático inclui aspectos tais como o uso de estratégias e procedimentos de resolução, bem como o uso de representações relacionadas ao conhecimento de número, quantidade e algoritmo (LAUTERT e SPINILLO, 2002).

Além destes aspectos, a noção que a criança apresenta sobre um determinado conceito, tem sido, de certa forma, negligenciada pela literatura. Diversas são as maneiras de examinar o conhecimento que as crianças possuem sobre um certo conceito. Dependendo do que se deseja examinar, a metodologia adotada pode incluir a realização de atividades por parte da criança, explicações ou julgamentos de aspectos particulares relevantes ao que está sendo estudado.

Segundo Donaldson (1986 apud LAUTERT e SPINILLO, 2002), as explicações que a criança oferece após a realização de uma atividade auxiliam o pesquisador na compreensão do fenômeno estudado, bem como demonstra a compreensão da criança sobre aquele conceito explorado na atividade realizada pela criança.

Problema

Um bom desempenho em problemas de matemática estaria associado a concepções mais próximas do conceito matemático da divisão?

Objetivo

Investigar a relação entre desempenho em atividade de resolução de problemas e concepção acerca do conceito de divisão.

Hipótese

As crianças que apresentam um bom desempenho nos problemas de divisão demonstram, durante a entrevista, uma concepção de “divisão” próxima ao conceito matemático da divisão.

Método

Participantes

Participaram da pesquisa 10 crianças matriculadas na 5ª série do ensino fundamental de uma escola da rede pública Estadual de Ensino de Catalão/GO.

Procedimento

As crianças investigadas foram solicitadas a resolver problemas de divisão e posteriormente entrevistadas.

Primeira etapa: foram apresentados de forma escrita, com aplicação coletiva, quatro (4) problemas de divisão, sendo dois de divisão por partição e dois de divisão por quota.

Segunda etapa: seis (6) problemas de divisão (três por partição e três por quota) foram apresentados oralmente para cada criança, em sessões individuais, e elas resolveram os problemas por escrito.

Terceira etapa: após a apresentação oral dos problemas, as crianças foram entrevistadas, perguntando-se a elas “o que é dividir”.

Etapa 1: foram apresentados, de forma escrita quatro problemas de divisão.

Problema de divisão por partição

1. Uma indústria produziu 183 peças e quer colocá-las em 10 caixas, de modo que todas as caixas tenham o mesmo número de peças. Quantas peças serão colocadas em cada caixa?
2. Em um teatro há 126 poltronas distribuídas igualmente em 9 fileiras. Quantas poltronas há em cada fileira?

Problema de divisão por quota

1. Um livro tem 60 páginas. Li 10 páginas por dia. Quantos dias gastei lendo esse livro?
2. Em uma caixa cabem 4 garrafas de água. Como tenho 32 garrafas para colocar em caixas como essas. Quantas caixas vou obter?

Etapa 2: foram apresentados, de forma oral, seis problemas de divisão

Problemas de divisão por partição

1. Pedro havia comprado 16 carrinhos e tinha 5 caixinhas. Ele queria colocar o mesmo número de carrinhos em todas as caixinhas. Quantos carrinhos ele tinha que colocar em cada caixinha?
2. José gastou 15 reais na compra de três carrinhos. Qual o preço de cada carrinho?
3. Antônio tem 20 bolinhas e 4 caixinhas. Ele quer colocar o mesmo número de bolinhas em todas caixinhas. Quantas bolinhas ele tem que colocar em cada uma?

Problemas de divisão por quota

1. Marta tinha 19 rosas e queria colocar 3 rosas em cada vaso. De quantos vasos ela precisou?
2. José tem 15 reais e quer comprar alguns chaveiros que custam 3 reais cada um. Quantos chaveiros ele poderá comprar com esse valor?
3. Antônio tem 20 bolinhas e quer colocar 4 bolinhas em cada caixa. De quantas caixas ele vai precisar?

Procedimento de Análise

Foi considerada uma resposta correta, tanto a indicação do algoritmo apropriado como sua correta resolução.

Etapa 3: entrevista com cada criança, em sessões individuais, quando perguntou-se: ‘O que é dividir?’

Procedimento de análise

As respostas das crianças foram categorizadas da seguinte forma:

Categoria 1: Sentido geral da divisão

Ex: **C7**

P_ O que é dividir?

C_ Dividir é dividir um número por ele mesmo.

P _ Como assim?

C _ Por exemplo 15 divide por 3, estou nervoso 15 divide por ele mesmo.

P _ Ele não pode dividir por três?

C _ Não.

P _ Por quê?

C _ Porque ele é só um número.

P _ Por exemplo, quantos irmãos você tem?

C _ Dois, três comigo.

P _ Se seu pai chegar com 15 balas tem jeito dividir com vocês?

C _ Tem, não sei quanto dá, mas dá pra dividir.

P _ Tem outro jeito de dividir?

C _ Não, tem jeito de dividir por 3, 4 e só até 5.

Categoria 2: divisão associada à idéia de partição

Ex:

C1

P _ O que é dividir?

C _ Dividir é uma conta bem simples que divide os números em iguais. Por exemplo 15 divide por 3 que dá 5 que é dividido por 3 e a soma dá exata ou incorreta.

P _ 15 dividido por 3 dá correta?

C _ Sim.

P _ Por quê?

C _ Porque 15 dividido por 3 dá 5?

P _ Dá cinco e não sobra.

C _ Se o seu pai tiver 15 balas pra dar pra os quatro irmãos, tem jeito de dividir?

Categoria 3: divisão associada à idéia de quota

Não houve respostas deste tipo

No capítulo seguinte apresentamos os resultados obtidos.

APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS E ANÁLISE DOS DADOS

O desempenho das crianças foi analisado em função do número de acertos em cada tipo de problema. A Tabela 1 apresenta o desempenho das crianças nos diferentes tipos de problemas.

Tabela 1: Número de acertos das crianças na resolução de problemas de divisão por partição e por quota e categoria de respostas dadas na entrevista.

C	Partição 0 - 5	Quota 0 - 5	T 0 - 10	Categoria de resposta
1	3	3	6	2
2	5	4	9	2
3	5	5	10	2
4	4	5	9	2
5	4	4	8	1
6	5	5	10	2
7	3	3	6	1
8	4	3	7	2
9	5	5	10	2
10	4	2	6	2

Na análise e pontuação do desempenho das crianças foi considerada como correta a indicação do algoritmo, mesmo que a criança não tenha conseguido resolvê-lo.

A tabela 1 mostra que o desempenho das crianças nos problemas de divisão por partição e por quota foi bastante semelhante, exceto a criança 10 que acertou 4 dos problemas por partição e apenas 1 por quota. Esse resultado, ou seja, um desempenho semelhante nos problemas de divisão por partição e por quota corrobora os resultados encontrados por Kouba (apud Correa, 2004). Em estudo que investigou crianças de 1ª a 3ª séries os resultados encontrados por Kouba sugerem não haver diferença entre o desempenho nos problemas de divisão por partição e por quota.

Desempenho nos problemas de divisão e concepção do conceito de divisão

Nossa hipótese inicial era de que as crianças que apresentam um bom desempenho nos problemas de divisão demonstram, durante a entrevista, uma concepção de “divisão” próxima ao conceito matemático da divisão.

As crianças foram entrevistadas individualmente, quando perguntou-se a elas “o que é dividir”. As respostas das crianças foram analisadas tendo como referência categorias apresentadas na literatura (LAUTERT e SPINILLO, 2002).

Categoria 1: Sentido geral da divisão

Categoria 2: Divisão associada à idéia de partição

Categoria 3: Divisão associada à idéia de quota

Como é possível observar na tabela 1, a maioria das crianças apresentou respostas correspondentes à categoria 2. Oito entre dez crianças deram respostas que demonstram ter o conceito de divisão associado à idéia de partição. Apenas duas crianças demonstram uma concepção do conceito de divisão ligado à idéia geral de divisão e nenhuma criança apresentou uma resposta ligada à idéia de quota.

Nossos resultados corroboram parcialmente os resultados de pesquisas anteriores, uma vez que as crianças com desempenho superior a 50% na resolução dos problemas de divisão, demonstram uma concepção particular do conceito de divisão, uma concepção mais próxima do conceito matemático. Entretanto, duas das 10 crianças, embora apresentem bom desempenho na resolução dos problemas, durante a entrevista, demonstram um conceito geral de divisão.

Vejamos, a título de ilustração, a resposta da criança 3:

Entrevistador: O que é dividir?

Criança: Dividir eu acho que tem que pegar um número e dividir por outro pra achar o resultado.

Entrevistador: Quer dizer que a gente só divide números?

Criança: Número, quantidade de laranjas, por exemplo, o homem que queria vender laranjas e dividiu entre 3 crianças. A gente pega esse número, quantidade e divide com quantidade de pessoas pra achar o resultado.

Como é possível observar na resposta desta criança, o conceito de divisão utilizado é o conceito matemático, inclusive fazendo referência ao algoritmo.

Outro exemplo pode ser visto na resposta da criança 6.

Entrevistador: O que é dividir?

Criança: Dividir, por exemplo, é você dar uma coisa pra um e pra outro e dá o resultado.

Entrevistador: Como assim, explica.

Criança: Tipo, tenho 10 balinhas, vou dar 5 prá cada.

Aqui também é possível observar na resposta da criança, o conceito de divisão próximo ao conceito matemático.

É interessante notar que embora o desempenho das crianças nos problemas de divisão por partição e por quotas tenha sido muito próximo, durante a entrevista nenhuma criança utilizou o raciocínio de divisão por quota para explicar o conceito de divisão.

As crianças 5 e 7, embora apresentem um bom desempenho na tarefa de resolução dos problemas de divisão, ao serem questionadas sobre o conceito, respondem de maneira geral, não dando a esse conceito um caráter matemático.

A título de ilustração, vejamos a resposta da criança 7:

Entrevistador: O que é dividir?

Criança: Dividir é dividir um número por ele mesmo.

Vejamos a resposta da criança 5:

Entrevistador: O que é dividir?

Criança: É dividir um número por outro, por exemplo, cinco dividido por cinco.

Esse resultado encontrado talvez se deva a uma falha da entrevista e não propriamente signifique que estas crianças não tenham um conhecimento matemático do conceito de divisão. Durante a entrevista estas duas crianças mostraram-se nervosas e tímidas para responder.

É interessante notar que todas as crianças entrevistadas fizeram referência ao algoritmo da divisão para explicar o conceito de dividir, mesmo aquelas que demonstraram um conhecimento mais elaborado do conceito, referiram-se ao algoritmo para explicar ou exemplificar o conceito. Embora não tenhamos encontrado na literatura nenhuma discussão sobre esse achado, nossa hipótese é a de que as práticas pedagógicas de ensino da divisão dão maior ênfase ao algoritmo a ser utilizado do que propriamente ao tipo de raciocínio exigido na resolução deste tipo de problema, ou seja, é provável que os professores dediquem pouco tempo das práticas pedagógicas para o desenvolvimento do conceito de divisão.

Análise do desempenho nos problemas de divisão por partição e por quota, nas modalidades oral e escrita.

A fim de facilitar a análise, esta será feita considerando-se as modalidades escrita e oral, bem como os tipos de problemas: por partição e por quota.

A tabela abaixo apresenta o resultado das crianças nos diferentes tipos de problemas.

Tabela 2. Número de acertos das crianças na resolução dos problemas de divisão por partição e quota na modalidade escrita e oral.

C	Escrito							Oral								
	Partição			Quota				Partição				Quota				
	1 0-1	2 0-1	T 0-2	1 0-1	2 0-1	T 0-2	T 0-4	1 0-1	2 0-1	3 0-1	T 0-3	1 0-1	2 0-1	3 0-1	T 0-3	T 0-6
C1	0	1	1	1	1	2	3	1	1	0	2	1	0	0	1	3
C2	1	1	2	0	1	1	3	1	1	1	3	1	1	1	3	6
C3	1	1	2	1	1	2	4	1	1	1	3	1	1	1	3	6
C4	1	0	1	1	1	2	3	1	1	1	3	1	1	1	3	6
C5	1	1	2	1	1	2	4	0	1	1	2	1	0	1	2	4
C6	1	1	2	1	1	2	4	1	1	1	3	1	1	1	3	6
C7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	3	1	1	1	3	6
C8	1	1	2	0	0	0	2	0	1	1	2	1	1	1	3	5
C9	1	1	2	1	1	2	4	1	1	1	3	1	1	1	3	6
C10	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	3	1	0	1	2	5
T	8	7	15	6	7	13	28	8	10	10	27	10	7	8	26	53

Modalidade escrita

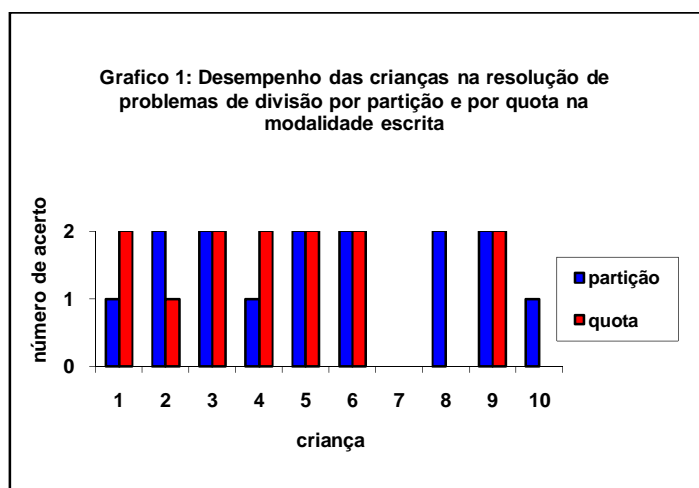
Problemas por partição

Como é possível observar na Tabela 1, 6 crianças (60%) acertaram os 2 problemas propostos e 1 criança (10%) errou os 2 problemas propostos.

Problemas por quota

A Tabela 1 mostra-nos que 6 crianças (60%) acertaram os 2 problemas propostos e 3 crianças (30%) erraram os 2.

O gráfico abaixo ilustra o desempenho das crianças nos problemas de divisão por partição e por quota na modalidade escrita.



Estes resultados sugerem, que na modalidade escrita, as crianças apresentaram um melhor desempenho na resolução dos problemas por partição. Do total de problemas propostos nesta modalidade, as crianças acertaram 15 problemas por partição e 13 por quota.

Modalidade oral

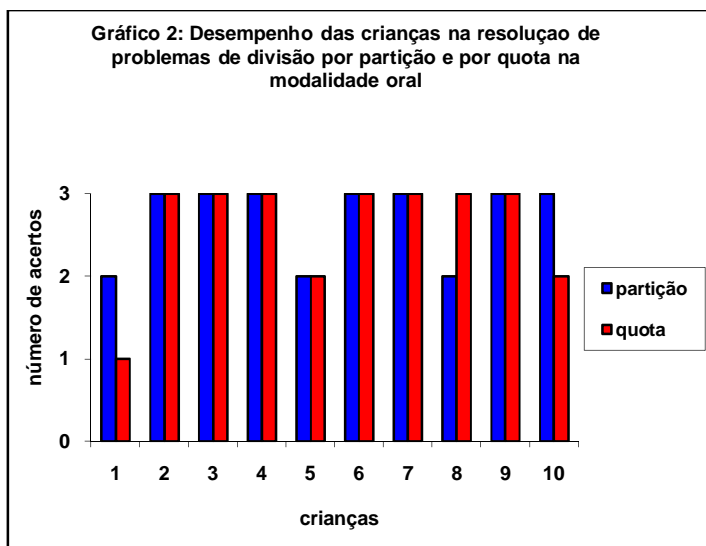
Problemas por partição

Podemos observar que 7 crianças (70%) acertaram os 3 problemas propostos e nenhuma criança errou os 3 problemas propostos. Vale notar que 3 crianças (30%) acertaram 2 dos problemas propostos.

Problemas por quota

Podemos observar que 7 crianças (70%) acertaram os 3 problemas propostos e nenhuma criança errou os 3 problemas propostos.

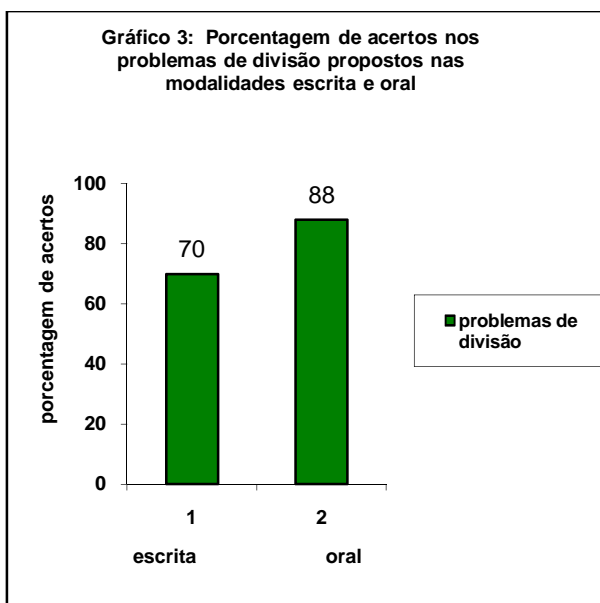
O gráfico abaixo ilustra o desempenho das crianças nos problemas de divisão por partição e por quota na modalidade oral.



Na modalidade oral, o desempenho das crianças nos problemas de divisão por partição e por quota foi muito semelhante: elas acertaram 27 problemas por partição e 26 por quota.

Comparação do desempenho das crianças na resolução dos problemas nas modalidades escrita e oral

O gráfico abaixo mostra o desempenho das crianças na resolução dos problemas de divisão por quota e por partição nas duas modalidades: escrita e oral.

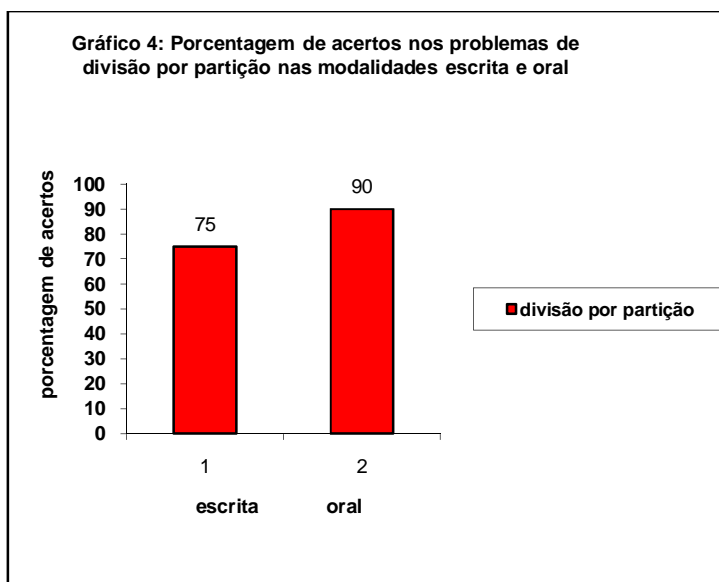


Este gráfico sugere um melhor desempenho das crianças na resolução dos problemas de divisão (independente de ser por partição ou por quota) na modalidade oral, quando elas atingiram 88% de acertos. Na resolução dos problemas de divisão na modalidade escrita, o índice de acerto foi de 70%.

O menor desempenho na resolução de problemas pode ser devido a dificuldades em leitura e não propriamente pela compreensão do conceito matemático. Um bom desempenho na resolução de problemas de divisão requer não apenas a compreensão do conceito, mas exige uma boa compreensão do que se está lendo.

Análise do desempenho das crianças nos problemas de divisão por partição nas modalidades escrita e oral

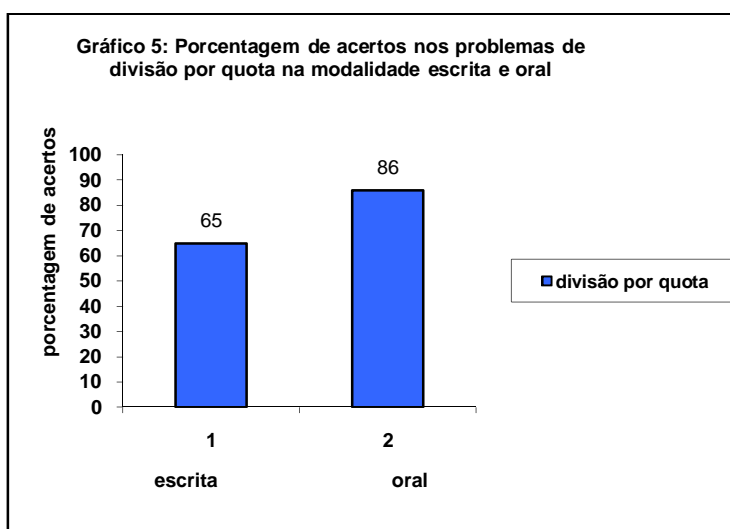
Para melhor observar os resultados das crianças na resolução dos problemas de divisão por partição, apresentamos um gráfico que ilustra a porcentagem de acertos neste tipo de problema nas modalidades escrita e oral.



O gráfico acima sugere que as crianças obtiveram melhores resultados na resolução dos problemas de divisão por partição na modalidade oral, com um percentual de 90% de acertos. Na resolução dos problemas de divisão por partição na modalidade escrita, as crianças acertaram 75% deles.

Análise do desempenho das crianças nos problemas de divisão por quota nas modalidades escrita e oral

O gráfico abaixo ilustra o desempenho das crianças na resolução dos problemas de divisão por quota nas modalidades escrita e oral.



O gráfico mostra que houve uma porcentagem maior de acertos na resolução de problemas de divisão por quota na modalidade oral (atingindo um total de 86% de acertos), enquanto que na modalidade escrita as crianças obtiveram 65% de acertos.

CONCLUSÃO

Esta pesquisa teve por objetivo investigar a relação entre desempenho em tarefa de resolução de problemas e concepção acerca do conceito de divisão. Buscamos responder ao seguinte problema: um bom desempenho em problemas de matemática estaria associado a concepções mais próximas do conceito matemático da divisão? Nossa hipótese era de que as crianças que apresentam um bom desempenho nos problemas de divisão demonstram, durante a entrevista, uma concepção de “divisão” próxima ao conceito matemático da divisão.

Os resultados obtidos sugerem haver uma relação entre desempenho na resolução de problemas e concepção do conceito de divisão. As crianças com desempenho superior a 50% na resolução dos problemas de divisão demonstraram uma concepção de divisão mais próxima ao conceito de matemática. Além desta análise, também verificamos se havia diferença no desempenho das crianças na resolução dos problemas de divisão por quota e por partição. Os resultados sugerem não haver diferença significativa, o que corrobora resultados encontrados por Kouba (apud CORREA, 2004). É interessante notar que, embora o desempenho das crianças nos problemas de divisão por partição e por quota tenha sido muito próximo, durante a entrevista nenhuma criança utilizou o raciocínio da divisão por quota para explicar o conceito de divisão. É importante ressaltar que, dada a inexperiência do pesquisador com o método de entrevista clínica, é possível que as respostas das crianças não tenham sido adequadamente exploradas.

Durante a entrevista, todas as crianças fizeram referência ao algoritmo da divisão para explicar o conceito de dividir, o que talvez se deve ao fato das práticas pedagógicas darem maior ênfase ao algoritmo utilizado do que ao desenvolvimento do raciocínio exigido na resolução de problemas de divisão.

Nossa análise também comparou o desempenho das crianças na resolução de problemas de divisão nas modalidades escrita e oral. Os resultados sugerem que as crianças apresentaram um melhor desempenho nos problemas de divisão na modalidade oral. Nossa hipótese é de que o menor índice de acerto na modalidade escrita se deve a dificuldades nas habilidades de leitura, o que dificultaria a compreensão do problema.

Comparamos também o desempenho das crianças nos problemas de divisão por partição e por quota nas modalidades escrita e oral. Na *modalidade escrita* as crianças apresentaram melhor desempenho na resolução de problemas por partição. Na *modalidade oral* houve semelhança no desempenho dos problemas por partição e por quota. Esse

resultado também sugere que a habilidade de leitura pode estar interferindo no desempenho na resolução de problemas.

Embora as crianças estejam, desde muito precocemente envolvidas com situações cotidianas em que devem repartir quantidades, ainda se sabe muito pouco sobre como se dá o desenvolvimento deste conceito. Pesquisas desta natureza, embora ainda de caráter exploratório e com resultados insipientes, são necessárias e importantes na produção de dados que possam subsidiar práticas educativas que favoreçam o desenvolvimento do pensamento matemático.

Sugerimos que os professores que trabalham com o ensino da matemática atentem para as concepções que os aprendizes apresentam acerca do conceito de divisão a fim de que possam desenvolver práticas pedagógicas que favoreçam o desenvolvimento do pensamento lógico matemático.

ANEXOS**Entrevista com as crianças da 5ª série do Ensino Fundamental****C1**

P_ O que é dividir?

C_ Dividir é uma conta bem simples que divide os números em iguais. Por exemplo 15 divide por 3 que dá 5 que é dividido por 3 e a soma dá exata ou

Incorreta.

P_ 15 dividido por 3 dá correta?

C_ Sim.

P_ Por quê?

C_ Porque 15 dividido por 3 dá 5.

P_ Da cinco e não sobra?

C_ Se o seu pai tiver 15 balas pra dar pra os quatro irmãos, tem jeito de dividir?

_ Tem. (sabe que dá pra dividir, mas não sabe quanto.)

C2

C_ O que é dividir?

P_ Se eu tiver uma porção de objetos e falar assim pra você divide isso aí? A criança não sabe.

C_ Dá um exemplo. A criança continua sem saber.

P_ Se seu pai chegar em casa com 15 balinhas e fala eu preciso dividir, o que significa dividir?

C_ Dividir uma coisa.

P_ Então se seu pai chegar em casa com 15 balas pra dividir entre você e seu irmão? O que ele vai fazer?

C_ Tirar uma parte.

P_ E se ele chegar em casa com 15 balas pra dividir com você, com seu irmão e com sua mãe, como é que é?

C_ Da cinco.

P_ O que ele fez?

C_ Deu cinco pra mim, cinco pro meu irmão e cinco pra minha mãe.

P_ O que ele fez quando pegou as balinhas e deu pra cada um?

C_ Dividiu.

P_ O que é dividir?

C_ Dividir uma coisa.

P_ Como assim? Se eu chegar com uma porção de balinhas e chamar mais dois dos seus amigos, falar assim é pra dividir essas balinhas com os três, como é que você faz?

C_ Dá um pouco pra um, pro outro... dividir.

P_ Um pouco, pego um tanto pra cá, pra lá?

C_ Não reparte.

C3

P_ O que é dividir?

C_ Dividir eu acho que tem de pegar um número e dividir por outro pra achar o resultado.

P_ Quer dizer que a gente divide só número?

C_ E número, quantidades de laranjas, por exemplo, o homem que queria vender laranjas e dividiu entre três crianças a gente pega esse número, essa quantidade e divide com quantidade de pessoa pra achar o resultado.

C4

P_ O que é dividir?

C_ Pra mim é a mesma coisa que repartir partes iguais.

P_ Existem situações em que não pode dividir?

C_ Sim. Quando não dá para o mesmo tanto para cada um. Um exemplo, tenho quatro filhos e três balas.

C5

P_ O que é dividir?

C_ É dividir um número pelo o outro.

P_ Dá um exemplo.

C_ Cinco dividido por cinco.

P_ Quanto dá?

C_ Dá cinco.

P_ O que mais podemos dividir, só um número pelo o outro?

C_ Não.

P_ O que mais?

C_ Não sabe.

P_ Por exemplo, se tiver 15 balas pra dar para 2 crianças, tem como dividir?

C_ Não pode, não vai dar, 15 não tem jeito.

P_ Quanto dá pra cada um?

C_ Um, não, três pra cada um.

C6

P_ O que é dividir?

C_ Dividir, por exemplo, é você dar uma coisa pra um e pra outro e dá o resultado.

P_ Como assim, explica-me.

C_ Sim tipo tenho 10 balinhas vou dar cinco pra cada.

P_ Se você tiver 32 balinhas pra dar para três pessoas. Como é que você divide?

C_ Dá para dividir?

P_ Não dá para dividir.

C - Por quê?

P_ Porque vai ficar sobrando.

C_ Por que você achou que vai ficar sobrando?

P_ Porque 30 dividido por 2 é 15 e não tem jeito de você dividir 32 por 3.

C_ O que eu tinha de fazer?

P_ Dar 15 balinhas pra um e 15 pra outra e ficar sobrando 2.

C_ Eu posso pegar essas duas balas e dar pra um e pra outro.

P_ Pode.

C_ Então dá pra dividir por 2 e não dá pra dividir por 3?

P_ Se eu dividir essas balinhas por 3, 32 por 3, como é que vai ficar?

C_ Não dá pra dividir também não.

P_ Quantos irmãos você tem?

C_ Uma irmã.

P_ Se seu pai chegar em casa com 15 balas dá pra dividir?

C_ Não.

P_ Então o que ele faz com elas?

C_ Pega 5 pra ele e dá 5 pra nós dois.

P_ Ele dividiu, então pra dividir 15 por 2?

C_ Por dois não. Ele dá 5 pra mim, 5 pra mim irmã e fica com 5 pra ele.

C7

P_ O que é dividir?

C_ Dividir é dividir um número por ele mesmo.

P_ Como assim?

C_ Por exemplo 15 divide por 3, estou nervoso, 15 divide por ele mesmo.

P_ Ele não pode dividir por três?

C_ Não.

P_ Por quê?

C_ Porque ele é só um numero.

P_ Por exemplo, quantos irmãos você tem?

C_ Dois, três comigo.

P_ Se seu pai chegar com 15 balas tem jeito dividir com vocês?

C_ Tem, não sei quanto dá, mas dá pra dividir.

P_ Tem outro jeito de dividir?

C_ Não, tem jeito de dividir por 3, 4 e só até 5.

C8

P_ O que é dividir?

C_ É pegar quatro dividir para dois meninos. Que dá dois para cada.

P_ Tem outra maneira de dividir?

C_ Tem.

P_ Tem como você dividir nove por dois?

C_ Não, porque quatro mais quatro é oito aí sobra um.

C9

P_ O que é dividir?

C_ É repartir em parte iguais. Repartir vamos supor 10 pra duas crianças ai vai dar um numero aí tem que dar exato.

P_ Então eu só posso dividir quando dá exato?

C_ Não, quando sobra também.

P_ Se tiver 15 balas da pra dividir pra duas crianças?

C_ Dá, mas sobra resto.

P_ Tem outra maneira de dividir sem ser essa? A gente só divide assim objetos? _ Não a gente divide também através da continha?

C_ Que jeito a gente divide através da continha?

P_ A gente arma a continha e resolve.

C10

P_ O que é dividir?

C_ Quando vai dividir alguma coisa pra outra pessoa. Por exemplo, quando você tem 10 balinhas e você vai dividir pra 5 crianças você vai dar 5 balas para cada uma, então isto é que é dividir, pra mim é eu acho.

P_ Tem outra jeito de dividir?

C_ Sim, pra mim não.

REFERÊNCIAS

CARRAHER, T., CARRAHER, D & SCHLIEMANN. **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo: Cortez, 4 edição, 1990,

D'AMBRÓSIO, U. (2005). **Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade.** 2ª ed. Belo Horizonte: Autentica.

LAUDARES, J. B. (2005). **Uma nova abordagem para a educação matemática e ciências. *Presença Pedagógica.*** Edição Especial: Educação Matemática. Belo Horizonte: Ed. Dimensão, p. 54-58.

LAUTERT, Labres Síntria SPILLO Galvão Alina. **As Relações o Desempenho em Problemas de Divisão e as Concepções de Crianças Sobre a Divisão.** Psicologia: teoria e Pesquisa, Universidade Federal de Pernambuco, 2002.

NETO, Ernesto Rosa. **Didática da matemática.** São Paulo: Atica, 11 edição, serie educação, 2001.

NUNES, Terezinha e BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemáticas.** Porto Alegre, Artmed, tradução de Sandra Costa, 1997.

PAIVA, D.V. & CARVALHO J. P.(2005). **Cursos de reciclagem para professores de matemática. *Presença Pedagógica.*** Edição Especial: Educação Matemática. Belo Horizonte: Ed. Dimensão, p. 101- 109.

PARRA, Cecília. **Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir.** in PARRA, C. e SAIZ, I. **Didática da matemática (Reflexões Psicopedagógicas).** São Paulo: Artimed, 1996.

Ficha Catalográfica

Almeida, Lucimar Pereira de.

**A447d Desempenho em problemas de divisão e concepção em
sobre a divisão: um estudo com criança de 5^a série/ Lucimar
Pereira de Almeida. _ Catalão. 2007**

I 190 f.

Bibliografia

Orientadora: Maria José dos Santos.

**Monografia (Especialização) _ Universidade Federal de
Goiás_ Departamento de Matemática.**

1.Divisão _ Conceito. 2. Ensino Matemática _ 5^a série.

3.Matemática _ Conceitos básicos.

CDU: 51