

Microeconomía 2do A
por Prof. Ernesto Moreno
Ejercicios propuestos # 3

1. Deduzca a partir del Teorema de Euler con Retornos Constantes a Escala:
a. Cuando el producto marginal del capital $PmgK = 0$, entonces el producto medio del trabajo ($PmeL$) es igual al producto marginal del trabajo ($PmgL$)-----Si $PmgK = 0$ entonces $PmeL = PmgL$

SOL: El teorema de Euler postula: $K \cdot PmgK + L \cdot PmgL = Q$ (cada bien es remunerado a su producto marginal)

Si $PmgK = 0$ entonces $L \cdot PmgL = Q$ y $PmgL = Q/L = PmeL$

- b. Cuando el producto marginal del trabajo $PmgL = 0$, entonces el producto medio del capital ($PmeK$) es igual al producto marginal del capital ($PmgK$)-----
----Si $PmgL = 0$ entonces $PmeK = PmgK$

SOL: Si $PmgL = 0$ entonces $K \cdot PmgK = Q$ y $PmgK = Q/K = PmeK$

2. Dada una Función de Producción $Q = AK^\alpha L^\beta$, muestre que:
a. Si $\alpha + \beta > 1$ entonces la función tiene retornos crecientes a escala

SOL: Para demostrar el tipo de rendimiento a escala que presenta la función de producción de una firma, se debe escalar la función de la siguiente forma:

$F(hK, hL) = A(hK)^\alpha (hL)^\beta = h^{\alpha+\beta} F(K, L)$ si definimos $h > 0$ e incluso $h > 1$ (implica un escalar que incrementa los insumos, apreciamos un incremento más que proporcional en Q y retornos crecientes a escala cuando $\alpha + \beta > 1$

- b. Si $\alpha + \beta < 1$ entonces la función tiene retornos decrecientes a escala

SOL: igual aplicación que en a)

c. α y β son las elasticidades parciales del producto con respecto a los insumos de capital y trabajo, respectivamente.

SOL: La elasticidad producto esta definida como: $Eq, factor = Pmag / Pme$

$$PmgL = \beta AK^\alpha L^{\beta-1} \quad PmeL = AK^\alpha L^{\beta-1} \quad Eq, L = \beta$$

$$PmgK = \alpha AK^{\alpha-1} L^\beta \quad PmeK = AK^{\alpha-1} L^\beta \quad Eq, K = \alpha$$

3. La función de Producción de una empresa viene dada por:

$$Q = f(L) = 2L + 2,5L^2 - L^3 \text{ .La remuneración por unidad de trabajo (w) = 1,5}$$

- a. Obtener el Producto Medio, Producto Marginal y Elasticidad Producto del trabajo de la empresa.

$$\text{SOL: } PmeL = Q/L = 2 + 2,5L - L^2 \quad PmgL = 2 + 5L - 3L^2 \quad Eq, L = (2 + 5L - 3L^2)/(2 + 2,5L - L^2)$$

- b. Cuál es el comportamiento Maximizador de beneficios de la firma?. Suponga los casos en los cuales el precio del producto es $p = 1/6$

SOL: Beneficio = IT – CT = PQ – wL. Como la función de producción depende únicamente de L, el beneficio máximo se obtiene a partir del cálculo igualando el beneficio marginal a cero y despejando q ó L (en este caso L)

$d(\text{Beneficio})/dL = p(P_{mgL}) - w = 0$ dados los valores de w y p no es posible calcular L en el campo de los reales positivos

c. Obtener la función de oferta. Determinar la cantidad ofrecida y los beneficios max cuando el precio del bien es $p = 1/7$

SOL: Curva de oferta viene dada por $C_{mg} = P$ en el tramo a partir del cual el precio esta por encima del Costo variable medio.

$C_{mg} = w/P_{mgL} = 1,5/(2 + 5L - 3L^2) = P$ (forma funcional de la curva de oferta que puede ser re-expresada en términos de q). Al sustituir valores tenemos: $(2 + 5L - 3L^2) = 10,5$ **NOTA: de nuevo, al obtener el valor de L y sustituirlo en la función de producción debemos obtener el valor respectivo de Q y con él el valor que maximiza beneficios. Dados los valores asignados a w y p no es posible obtener un valor de L en el campo de los reales positivos.

4. Suponga la función de producción de una firma $f(K,L)$, donde K denota las unidades de Capital y L las unidades de trabajo. Asuma que el proceso tecnológico de la empresa exhibe Retornos constantes a Escala

a. Muestre que $f(K,L) = Lf(K/L, 1)$.

SOL: una manipulación algebraica nos permite: $L/L(f(K,L)) = Lf(K/L, L/L) = Lf(K/L, 1)$, al especificar retornos constantes a escala garantiza el exponente 1 de L.

b. Utilice la parte a) para mostrar que la productividad marginal del trabajo depende solo del cociente K/L *** (Pista: Recuerde que $P_{mgL} = \partial f(K,L)/\partial L$. Así, de la parte a), $P_{mgL} = \partial Lf(K/L, 1)/\partial L$. Pueden considerar $f(K/L, 1)$ como una función $f(z,1)$ donde $z = K/L$ y entonces aplicar la regla de la cadena (Chain rule) cuando diferencien $f(K/L, 1)$ respecto a L).

SOL: La pista es clara en señalar la ruta para comprobar la respuesta