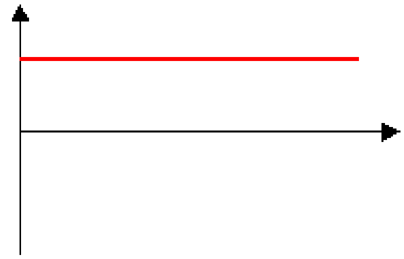
Tipos de señales eléctricas

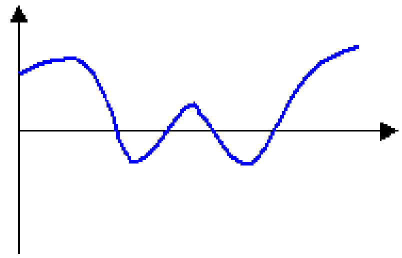
CONTINUA:

Mantiene constante su valor a lo largo del tiempo.



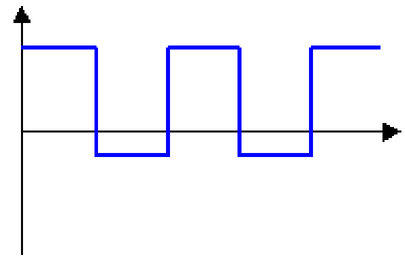
VARIABLE:

Su valor cambia a lo largo del tiempo.



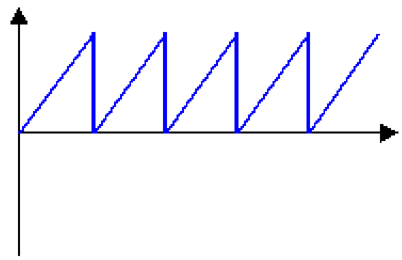
PERIODICA:

Es un tipo de señal variable que repite cíclicamente una determinada señal.



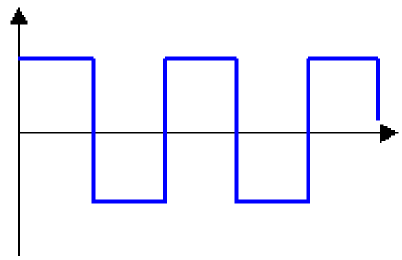
PULSANTE:

Son señales periódicas que siempre mantienen sus valores por encima de cero.

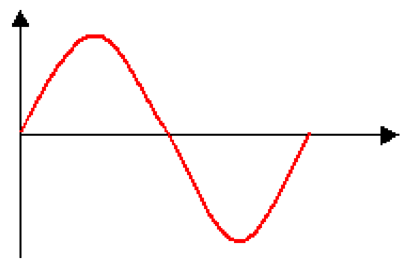


ALTERNA:

Es una señal periódica simétrica respecto al eje de tiempo. Alterna tramos positivos y negativos.



ALTERNA SENOIDAL: Es una señal periódica alterna que sigue la forma de la función seno.

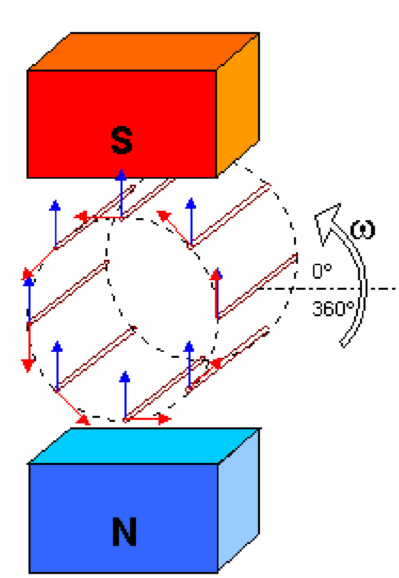


Producción de corriente alterna (senoidal)

Si hacemos girar una espira en el interior de un campo magnético, se inducirá en cada conductor una fuerza electromotriz inducida de valor:

$$e = \beta \cdot L \cdot v \cdot \text{sen } \alpha$$

Siendo α el ángulo entre la inducción magnética y la velocidad o sentido del movimiento que, como se ve en la figura, varía de 0º a 360º a cada vuelta del conductor.

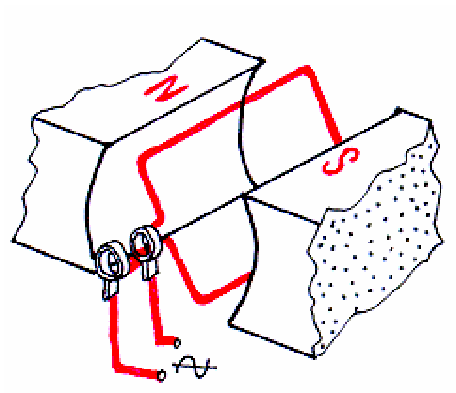


Si la espira está formada por un conductor de ida y otro de vuelta, en la espira se induce una f.e.m.:

$$e = 2 \cdot \beta \cdot L \cdot v \cdot \text{sen } \alpha$$

Si la bobina tiene N_e espiras:

$e = 2 \cdot N_e \cdot \beta \cdot L \cdot v \cdot \text{sen } \alpha$



Si mantenemos constante la inducción del campo y la velocidad de giro, siéndolo también el número de conductores y la longitud de los mismos, tendremos:

$$2 \cdot N_e \cdot \beta \cdot L \cdot v = e_{max} \rightarrow \text{Constante}$$

$$e = e_{max} \cdot \text{sen}\ \alpha$$

Como puede deducirse de la fórmula la f.e.m. resultante tendrá forma senoidal.

Si además expresamos el ángulo girado en función de la velocidad angular:

$$\omega = \alpha / t \rightarrow \alpha = \omega \cdot t$$

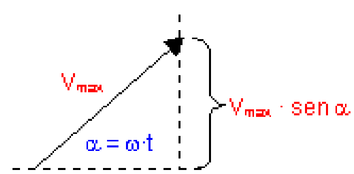
$$e\ (t) = e_{max} \cdot \text{sen}\ \omega \cdot t$$

Donde $\omega \cdot t$ representa el ángulo girado en radianes, siendo ω la velocidad angular en rad/s.

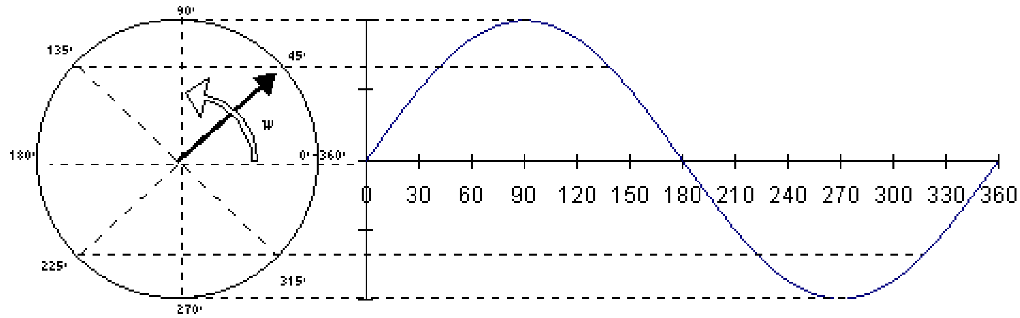
Definición matemática

La onda senoidal tiene una expresión matemática:

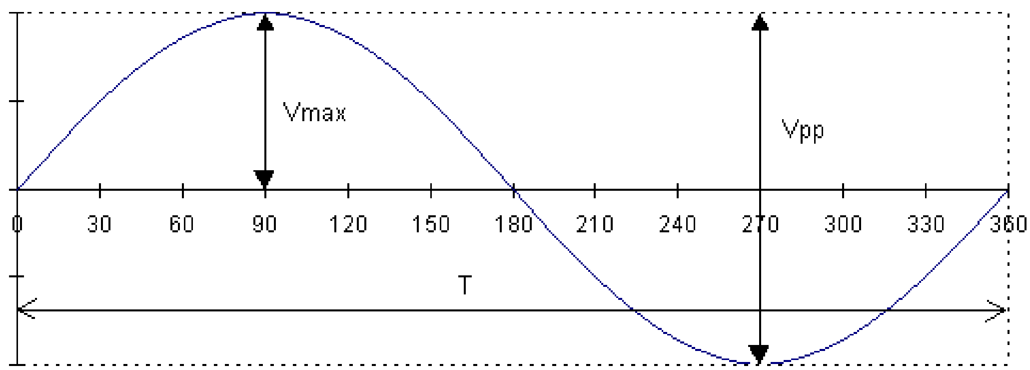
$$V(t) = V_{MAX} \cdot \text{sen}\ \omega \cdot t$$



y su representación gráfica corresponde a la proyección sobre el eje vertical de un vector V_{MAX} que gira con velocidad angular ω.



Valores característicos



VALOR INSTANTANEO:	$v(t) = V_{MAX} \cdot \text{sen}\ \omega \cdot t$	
VELOCIDAD ANGULAR:	$\omega = \dfrac{\alpha}{t}$	En *rad/s*. (También llamada *pulsación*).
ANGULO GIRADO:	$\alpha = \omega \cdot t$	En *radianes* (la calculadora en RAD).
PERIODO:	$T = \dfrac{2 \cdot \pi}{\omega}$	En *segundos* (tiempo que dura un ciclo).
FRECUENCIA:	$f = \dfrac{\omega}{2 \cdot \pi} \Rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$	(Número de ciclos en un segundo).
	$f = \dfrac{1}{T}$	En *hercios* (Hz) o *ciclos/segundo.*
VALOR MAXIMO:	V_{MAX}	Valor máximo, de pico o de cresta.
VALOR PICO A PICO:	$V_{Med} = 2 \cdot V_{MAX}$	Valor doble del valor máximo.
VALOR MEDIO:	$V_{med} = \dfrac{2}{\pi} \cdot V_{MAX}$	Media algebraica de un semiperiodo. (La media de un periodo es cero).
VALOR EFICAZ:	$V = \dfrac{V_{MAX}}{\sqrt{2}}$	Media cuadrática de un periodo.

Representa el valor que aplicado de forma continua sobre una resistencia disipa en ella la misma potencia.

En adelante, las letras *mayúsculas* representarán los *valores eficaces* de las señales senoidales y las *minúsculas* los *valores instantáneos*.

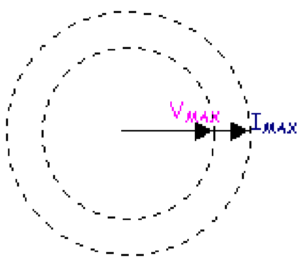
Al dar valores al tiempo, el ángulo girado $\omega \cdot t$ quedará expresado en radianes, por lo que las funciones trigonométricas deberán calcularse con la calculadora en modo **RAD**.

Diagramas de Fresnel y cartesianos

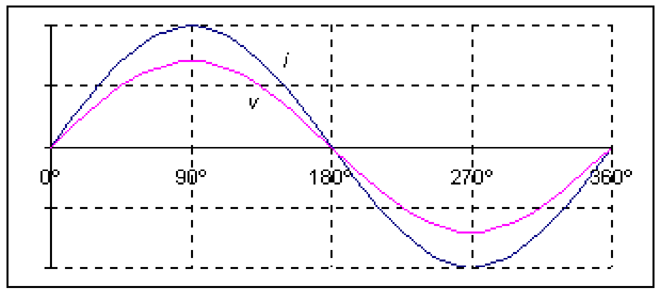
Cuando hacemos girar dos vectores a la misma velocidad angular, la posición relativa de sus ondas depende de la posición inicial de los vectores (desfase).

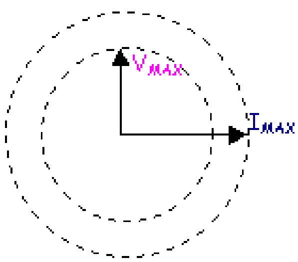
DIAGRAMA DE FRESNEL

DIAGRAMA CARTESIANO

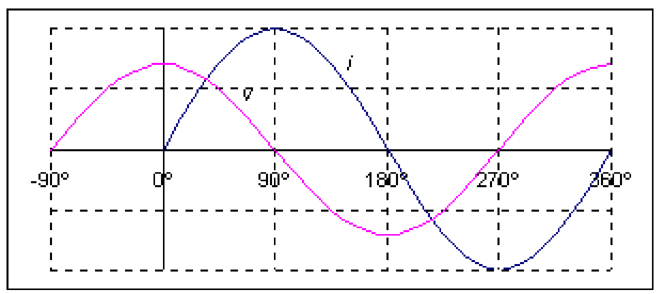


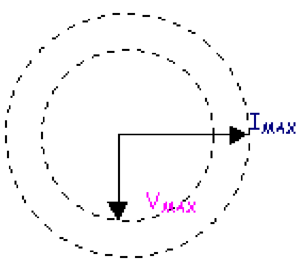
La tensión está en fase con la intensidad.



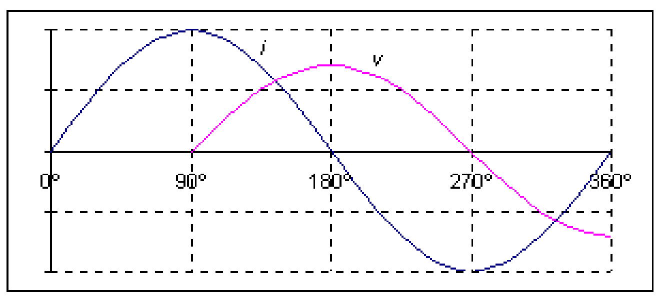


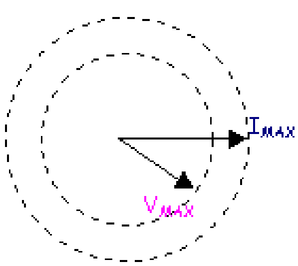
La tensión está adelantada 90º a la intensidad.



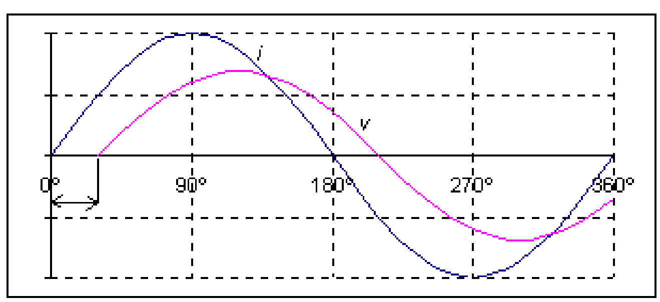


La tensión está retrasada 90º a la intensidad.





La tensión está retrasada un ángulo de 30º a la intensidad.

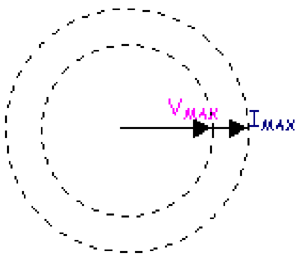


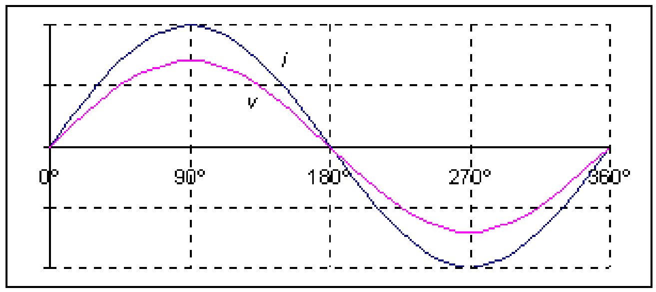
*** CUANDO EL DIAGRAMA VECTORIAL SE USA DE FORMA AISLADA SE UTILIZAN LOS **VALORES EFICACES** ***

El circuito resistivo R en corriente alterna

Al circular una corriente alterna por una resistencia da lugar a una tensión alterna en sus extremos.

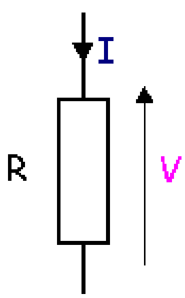
LA TENSIÓN Y LA CORRIENTE QUE CIRCULA POR UNA RESISTENCIA ESTÁN EN FASE





VALOR EFICAZ	VALOR COMPLEJO	VALOR INSTANTANEO	IMPEDANCIA
I	I |0º	$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen} \omega t$	Z = R
V	V |0º	$v(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen} \omega t$	Z |0º = R

Impedancia de una resistencia



Se llama IMPEDANCIA (Z) de un elemento cualquiera a la oposición que ofrece al paso de una corriente alterna. En el caso de un resistor la impedancia se llama **resistencia**:

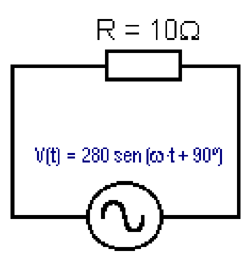
Z = R En forma compleja: Z |0º = R

Ley de Ohm generalizada a corriente alterna

V = Z · I ⇒ en el caso de una resistencia ⇒ V = R · I

En forma compleja: V |0º = Z |0º · I |0º

Ejemplo:



Calcula e indica en forma compleja la tensión, la impedancia y la intensidad del siguiente circuito.

El valor complejo de la tensión será:

$$V = \frac{280}{\sqrt{2}} \underline{|90º} = 198 \underline{|90º}\ V$$

El valor de la impedancia será: R = 10 $\underline{|\ 0º}$

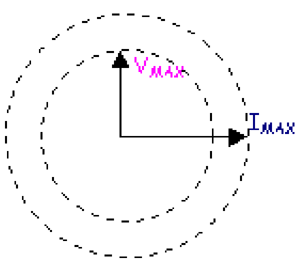
Por la Ley de Ohm la intensidad será:

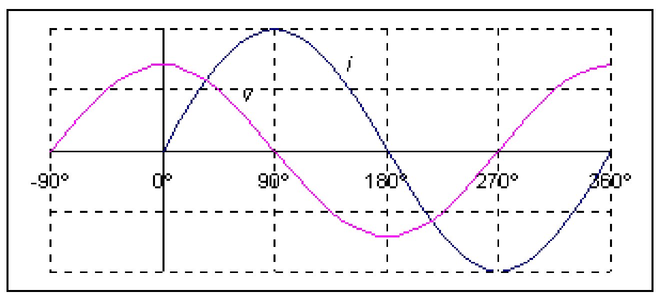
$$I = \frac{V}{Z_R} = \frac{198 \underline{|90º}}{10 \underline{|0º}} = 19{,}8 \underline{|90º}$$

El circuito inductivo L en corriente alterna

Al circular una corriente alterna por una bobina da lugar a una tensión alterna en sus extremos.

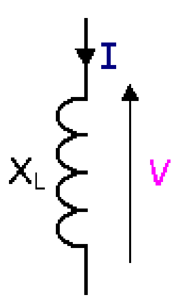
LA TENSIÓN EN EXTREMOS DE UNA BOBINA ESTÁ ADELANTADA 90º RESPECTO A LA INTENSIDAD QUE CIRCULA POR ELLA





VALOR EFICAZ	VALOR COMPLEJO	VALOR INSTANTANEO	IMPEDANCIA
I	I $\underline{|0º}$	$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \mathrm{sen}\ \omega t$	$Z = x_L = \omega \cdot L$
V	V $\underline{|90º}$	$v(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \mathrm{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2})$	Z $\underline{|90º}$ = (ω ·L)·i

Impedancia de una bobina



Se llama IMPEDANCIA (Z) de un elemento cualquiera a la oposición que ofrece al paso de una corriente alterna. En el caso de una bobina la impedancia se llama **reactancia inductiva** o **inductancia**:

$Z = x_L = \omega \cdot L$ En forma compleja: Z $\underline{|90º}$ = ω ·L·i

Ley de Ohm generalizada a corriente alterna

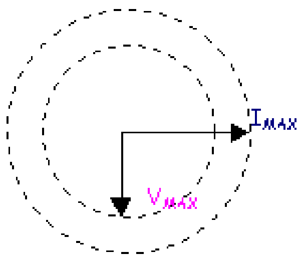
$V = Z \cdot I \Rightarrow$ en el caso de una bobina $\Rightarrow V = X_L \cdot I$

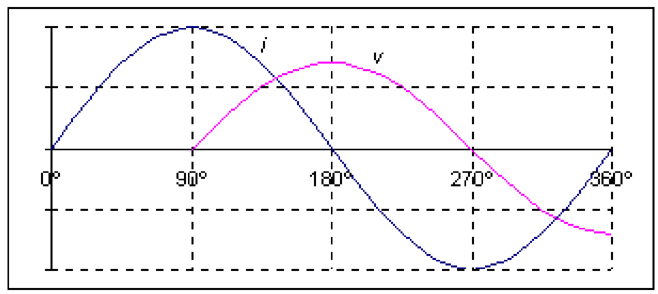
En forma compleja: V|<u>90º</u> = Z |<u>90º</u> · I |<u>0º</u>

El circuito capacitivo C en corriente alterna

Al circular una corriente alterna por un condensador da lugar a una tensión alterna en sus extremos.

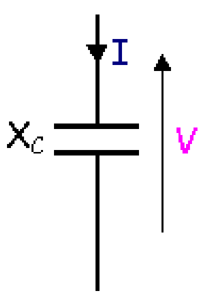
LA TENSIÓN EN EXTREMOS DE UN CONDENSADOR ESTÁ <u>RETRASADA 90º</u> RESPECTO A LA INTENSIDAD QUE CIRCULA POR EL





VALOR EFICAZ	VALOR COMPLEJO	VALOR INSTANTANEO	IMPEDANCIA
I	I |<u>0º</u>	$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen} \omega t$	Z = x_C = 1/ω ·C
V	V |<u>-90º</u>	$v(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen}(\omega t - \frac{\pi}{2})$	Z|<u>-90º</u> = -(1/ω ·C)·i

Impedancia de un condensador



Se llama IMPEDANCIA (Z) de un elemento cualquiera a la oposición que ofrece al paso de una corriente alterna. En el caso de un condensador la impedancia se llama **reactancia capacitiva** o **capacitancia**:

Z = x_C = 1/ω ·C En forma compleja: Z |<u>-90º</u> = -(1/ω ·C)·i

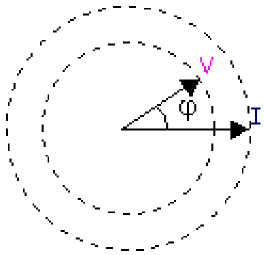
Ley de Ohm generalizada a corriente alterna

V = Z · I ⇒ en el caso de un condensador ⇒ V = (1/ω ·C)· I

En forma compleja: V|<u>-90º</u> = Z |<u>-90º</u> · I |<u>0º</u>

El circuito RL en corriente alterna

Al circular una corriente alterna por una resistencia y una bobina en serie da lugar a una tensión alterna en extremos del circuito, suma vectorial de la tensión en cada elemento.

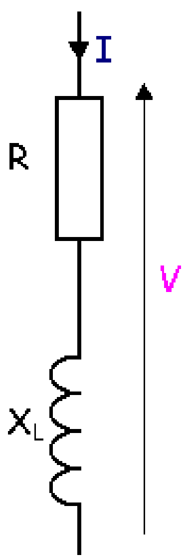


LA TENSIÓN EN EXTREMOS DE UN CIRCUITO **RL** ESTÁ ADELANTADA φ º RESPECTO A LA INTENSIDAD QUE CIRCULA POR ÉL, SIENDO 0º < φ < 90º

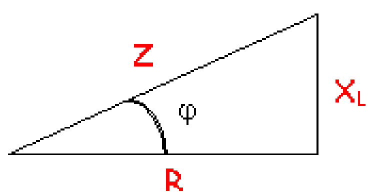
VALOR EFICAZ	VALOR COMPLEJO	VALOR INSTANTANEO	IMPEDANCIA
I	I |0º	$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}\ \omega t$	$Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}$
V	V |φ º	$v(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi)$	Z |φ º = R + ω ·L·i

Impedancia de un circuito RL

Se llama IMPEDANCIA (Z) de un circuito a la oposición que ofrece al paso de una corriente alterna. En el caso de un circuito RL la impedancia total tiene un valor que responde a la hipotenusa de un triángulo rectángulo que tiene por catetos la resistencia y la inductancia:



$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}$$



En forma compleja:

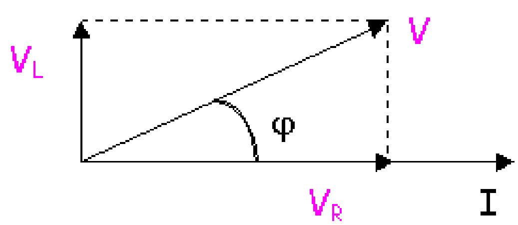
Z |φ º = R+ω ·L·i

Ley de Ohm generalizada a corriente alterna

V = Z · I ⇒ en el caso de un circuito RL ⇒

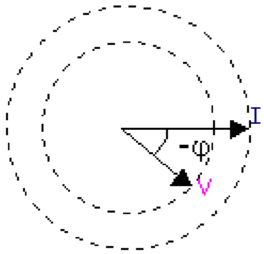
$$V = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2} \cdot I$$

En forma compleja: V|φ º = Z |φ º · I |0º



El circuito RC en corriente alterna

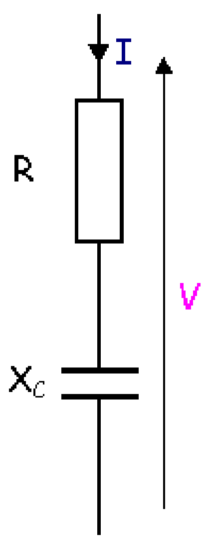
Al circular una corriente alterna por una resistencia y un condensador en serie da lugar a una tensión alterna en extremos del circuito, suma vectorial de la tensión en cada elemento.



LA TENSIÓN EN EXTREMOS DE UN CIRCUITO **RC** ESTÁ RETRASADA -φ º RESPECTO A LA INTENSIDAD QUE CIRCULA POR ÉL, SIENDO -90º < -φ < 0º

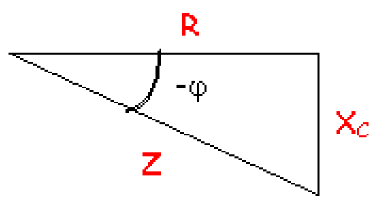
VALOR EFICAZ	VALOR COMPLEJO	VALOR INSTANTANEO	IMPEDANCIA
I	I |0º	$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}\ \omega t$	$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$
V	V |-φ º	$v(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi)$	Z |-φ º = R – (1/ω ·C)·i

Impedancia de un circuito RC



Se llama IMPEDANCIA (Z) de un circuito a la oposición que ofrece al paso de una corriente alterna. En el caso de un circuito RC la impedancia total tiene un valor que responde a la hipotenusa de un triángulo rectángulo que tiene por catetos la resistencia y la capacitancia:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$$



En forma compleja:

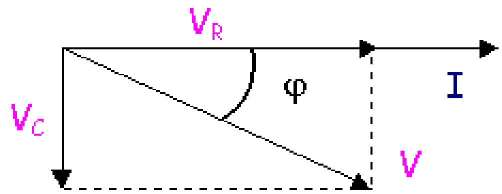
Z |-φ º = R–(1/ω·C)·i

Ley de Ohm generalizada a corriente alterna

V = Z · I ⇒ en el caso de un circuito RC ⇒

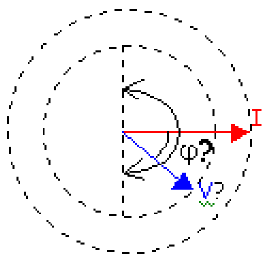
$$V = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} \cdot I$$

En forma compleja: V|-φ º = Z |-φ º · I |0º



El circuito RLC en corriente alterna

Al circular una corriente alterna por una resistencia, una bobina y un condensador en serie da lugar a una tensión alterna en extremos del circuito, suma vectorial de la tensión en cada elemento.

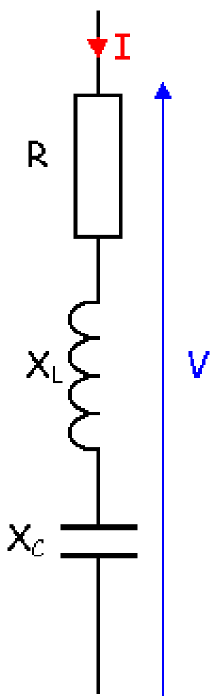


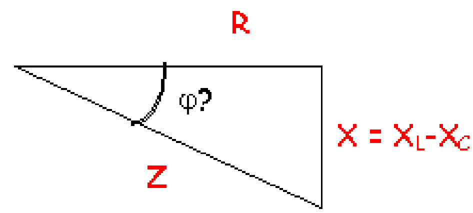
LA TENSIÓN EN EXTREMOS DE UN CIRCUITO **RLC** ESTÁ DEFASADA φ º RESPECTO A LA INTENSIDAD QUE CIRCULA POR ÉL, SIENDO -90º < φ < 90º

VALOR EFICAZ	VALOR COMPLEJO	VALOR INSTANTANEO	IMPEDANCIA
I	I |0º	$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen} \omega t$	$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$
V	V |φ º	$v(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$	Z |φ º = R +[ω ·L–(1/ω ·C)]·i

Impedancia de un circuito RLC

Se llama IMPEDANCIA (Z) de un circuito a la oposición que ofrece al paso de una corriente alterna. En el caso de un circuito RLC la impedancia total tiene un valor que responde a la hipotenusa de un triángulo rectángulo que tiene por catetos la resistencia y la reactancia (inductancia menos capacitancia):





$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$$

En forma compleja:

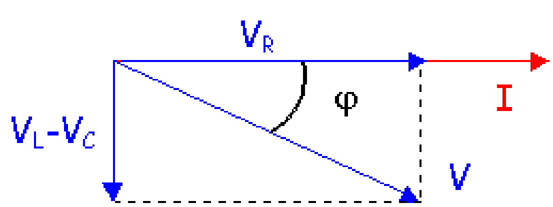
Z |φ º = R +[ω ·L– (1/ω ·C)]·i

El ángulo será positivo si predomina la inductancia sobre la capacitancia y negativo si sucede al contrario.

Ley de Ohm generalizada a corriente alterna

V = Z · I ⇒ en un circuito RLC ⇒ $V = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} \cdot I$

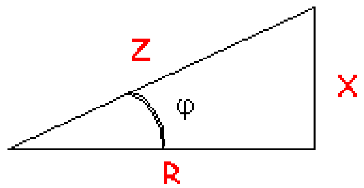
En forma compleja: V|φ º = Z |φ º · I |0º



Impedancia compleja en corriente alterna

La impedancia como cualquier número complejo puede darse por su módulo y ángulo o bien por su resistencia (parte real) y reactancia (parte imaginaria):

TRIÁNGULO DE IMPEDANCIAS		
	MÓDULO	$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$



MÓDULO	$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$
ÁNGULO	$\varphi = arc\ tan \frac{X}{R}$
RESISTENCIA	$R = Z \cdot \cos \varphi$
REACTANCIA	$X = Z \cdot \operatorname{sen} \varphi$

Forma polar: Z |φ *Forma binómica*: R + X·i

A su vez, la reactancia será la combinación de la inductancia y la capacitancia:

$$X = X_L - X_C = \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Al circular una corriente alterna por una impedancia produce una tensión alterna en sus extremos:

De módulo: $V = Z \cdot I = \sqrt{R^2 + X^2} \cdot I$

Desfasada de I: $\varphi = arc\ tan \frac{X}{R}$

Las impedancias se pueden asociar en serie y en paralelo de igual forma que las resistencias, siendo válidas las fórmulas aplicadas a aquellas, a condición de operar en forma compleja:

SERIE	PARALELO
$Z_T = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \cdots$	$Z_T = \dfrac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \cdots}$

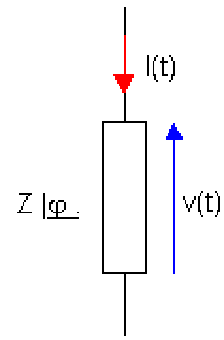
Igualmente válidas son la ley de Ohm, las leyes de Kirchhoff y los otros teoremas de resolución de circuitos siempre que se opere de forma compleja:

Ley de Ohm:	V = Z · I	
1ª ley de Kirchhoff:	∑ I = 0	(en un nudo)
2ª ley de Kirchhoff:	∑ V = 0	(en una malla cerrada)
Tensión entre dos puntos:	$V_{AB} = \sum V$	(entre A y B por cualquier camino)
Teorema de Thevenin:	V_{Th} y R_{Th}	(entre A y B)

Potencia en corriente alterna

Al circular una corriente alterna por una impedancia se desarrolla una potencia en la misma que es el producto de la tensión y la corriente instantáneas:

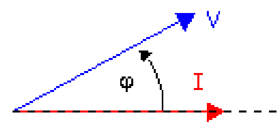
$$i(t) = I_{MAX} \cdot \operatorname{sen}(\omega t)$$
$$v(t) = V_{MAX} \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$



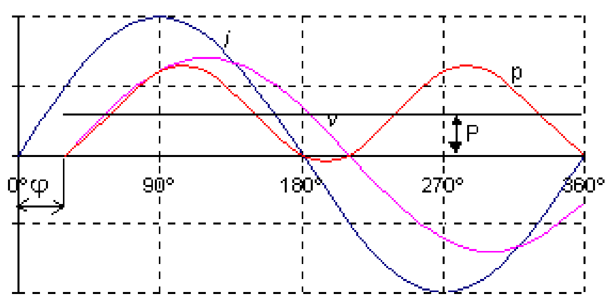
$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = V_{MAX} \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \cdot I_{MAX} \operatorname{sen}(\omega t)$$
$$p(t) = V_{MAX} \cdot I_{MAX} \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \cdot \operatorname{sen}(\omega t)$$

Transformando el producto de senos en diferencia de cosenos:

$$\operatorname{sen} A \cdot \operatorname{sen} B = \frac{1}{2}\left[\cos(A - B) - \cos(A + B)\right]$$



$$p(t) = V_{MAX} \cdot I_{MAX} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[\cos(\omega t + \varphi - \omega t) - \cos(\omega t + \varphi + \omega t)\right]$$
$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot \left[\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)\right]$$
$$p(t) = V \cdot I \cdot \cos \varphi - V \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi)$$



El resultado es la suma de un valor constante

P=V·I·cosφ --- *potencia activa*

más un valor senoidal de frecuencia doble a la de la tensión y la intensidad

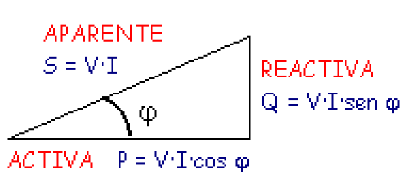
ω ’ = 2ω --- *potencia reactiva*

φ =ángulo de **I** *a* **V**

$\varphi = \varphi_V - \varphi_I$

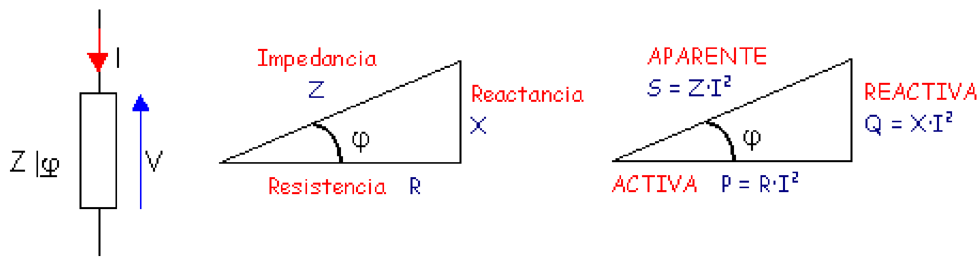
El valor constante es el valor medio de la potencia e indica la realmente transformada, mientras que la componente senoidal se está absorbiendo y devolviendo a la red alternativamente.

La potencia puede descomponerse en el llamado *triángulo de potencias*:

TRIÁNGULO DE POTENCIAS			
	POTENCIA APARENTE	$S = V \cdot I$	(VA) *Voltioamperios*
	POTENCIA ACTIVA	$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi$	(W) *Vatios*
	POTENCIA REACTIVA	$Q = V \cdot I \cdot \operatorname{sen} \varphi$	(VAr) *Voltioamperios reactivos*

POTENCIA APARENTE	Es la potencia total desarrollada en la impedancia, combinación de las otras dos, y para ella debe de estar dimensionada la instalación.
POTENCIA ACTIVA	Representa la potencia realmente aprovechada en la impedancia.
POTENCIA REACTIVA	Es absorbida durante ¼ de periodo y devuelta a la red en el ¼ de periodo siguiente por el receptor.

Las potencias en una impedancia también se pueden calcular:



Aparente: $S = Z \cdot I^2$ --- Activa: $P = R \cdot I^2$ --- Reactiva: $Q = X \cdot I^2$

Potencia compleja

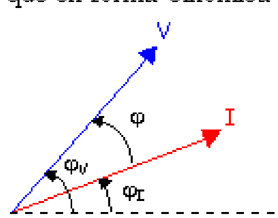
En forma compleja la potencia se puede calcular como producto complejo de la tensión por la conjugada de la intensidad.

La conjugada tiene el mismo módulo que la intensidad y el ángulo cambiado de signo, para que el producto de la diferencia de ángulos y no la suma ($\varphi = \varphi_V - \varphi_I$).

Con $\overline{V} = V\underline{|\varphi_V}$ e $\overline{I} = I\underline{|\varphi_I}$

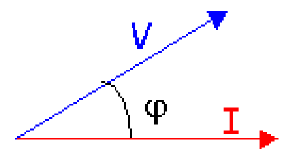
La potencia será : $\overline{S} = \overline{V} \cdot \overline{I}^* = V\underline{|\varphi_V} \cdot I\underline{|-\varphi_I} = V \cdot I\underline{|\varphi_V - \varphi_I} = S\underline{|\varphi}$

que en forma binómica será : $\overline{S} = P + Q \cdot j$



Factor de potencia

En corriente alterna la potencia realmente desarrollada en el receptor (potencia activa), responde a la fórmula:



$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Esta potencia puede ser menor que V·I ya que se ve afectada por un factor que puede variar entre cero y uno. Este factor recibe el nombre de factor de potencia:

FACTOR DE POTENCIA: Coseno del ángulo que forman la intensidad y la tensión.

$$F.d.p. = \cos \varphi$$

$$0 \leq F.d.p. \leq 1$$

La instalación ideal será aquella que tiene factor de potencia unidad:

$$\varphi = 0^{o} \Rightarrow \cos \varphi = 1$$

En este caso la tensión y la intensidad están en fase y la potencia activa coincide con la potencia aparente, siendo nula la potencia reactiva. De este modo la potencia realmente transformada coincide con la total y la instalación no necesita ser sobredimensionada, ni es preciso suministrar en ningún momento una potencia mayor de la que realmente se va a transformar.

Se admiten como buenos F.d.p. = 0,8 e incluso menores, pero por debajo de 0,7, las compañías eléctricas pueden penalizar el consumo y por debajo de 0,5 pueden llegar a cortar el suministro.

Corrección del factor de potencia

Como la mayoría de las instalaciones son inductivas, se puede mejorar el F.d.p. de un circuito o instalación colocando un condensador o batería de condensadores en paralelo con ella.

$$\cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi'$$

El condensador debe reducir la potencia reactiva de Q a Q’ entregando una potencia capacitiva (negativa) Q_C.

$$\tan\varphi = \frac{Q}{P} \Rightarrow Q = P\cdot\tan\varphi$$

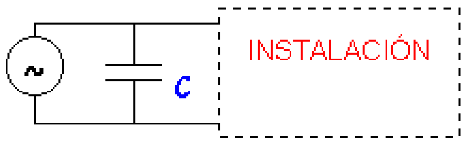
$$\tan\varphi' = \frac{Q'}{P} \Rightarrow Q' = P\cdot\tan\varphi'$$

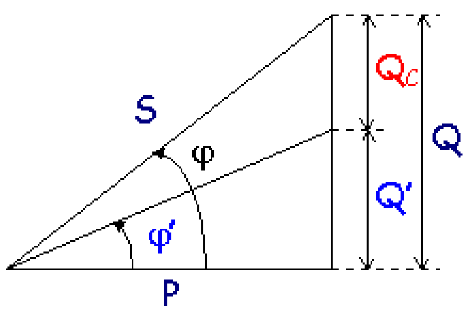
$$Q_C = Q - Q' = P\cdot\tan\varphi - P\cdot\tan\varphi' = P\cdot(\tan\varphi - \tan\varphi')$$

$$Q_C = \frac{V^2}{X_C} = V^2\cdot\omega\cdot C$$

$$V^2\cdot\omega\cdot C = P\cdot(\tan\varphi - \tan\varphi')$$

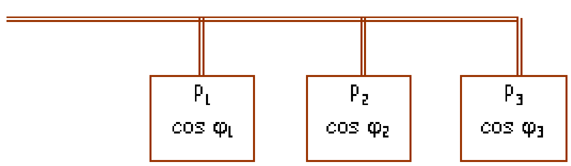
$$C = \frac{P}{V^2\cdot\omega}\cdot(\tan\varphi - \tan\varphi')$$

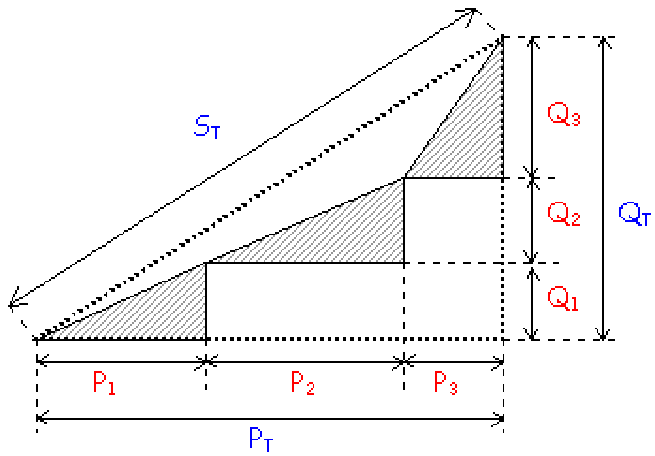




Cargas alimentadas en paralelo

Cuando varias cargas funcionan en paralelo en una instalación las potencias deben sumarse en forma compleja o vectorial. La potencia aparente debe calcularse como combinación de la suma de potencias activas, por un lado, y de potencias reactivas por otro, y no de forma directa:



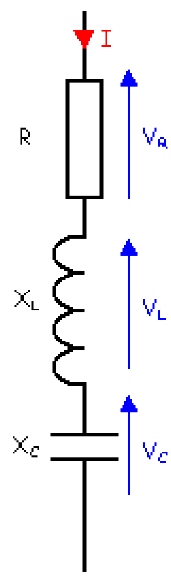


$$P_T = P_1 + P_2 + P_3$$
$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$
$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

Para calcular las potencias reactivas:

$$\varphi = arc\ \cos\varphi \quad \Rightarrow \quad Q = P \cdot tan\,\varphi$$

Resonancia del circuito serie

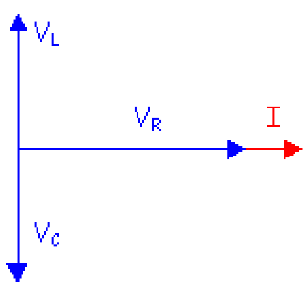


Dado que la inductancia depende directamente de la frecuencia mientras la capacitancia lo hace inversamente, al aumentar la frecuencia, crecerá la primera y se reducirá la segunda:

INDUCTANCIA: $X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$ Aumenta al aumentar *f*.

CAPACITANCIA: $X_C = \dfrac{1}{\omega \cdot C} = \dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$ Disminuye al aumentar *f*.

Para una frecuencia cero (corriente continua) la inductancia vale cero (cortocircuito) y la capacitancia infinito (circuito abierto).



En un circuito serie RLC, existirá una cierta frecuencia a la que se igualen y anulen (por ser opuestas) la inductancia y la capacitancia. A esa frecuencia la impedancia del circuito será mínima y de un valor igual a la resistencia del mismo:

$$X_L = X_C \quad \Rightarrow \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2} = R$$

A esta frecuencia se le llama frecuencia de resonancia:

$$X_L = X_C \quad \Rightarrow \quad \omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot C}$$

$$f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{L \cdot C}}$$

Cuando un circuito serie entra en resonancia, la intensidad sólo está limitada por la resistencia y puede tomar un valor muy alto.

Aún cuando las tensiones en la bobina y el condensador se igualan y se anulan, siguen existiendo y pueden tener valores muy altos y peligrosos.

Ejemplo:

Calcula la intensidad y la tensión en cada elemento en un circuito serie formado por una resistencia de 1Ω , una bobina de 1 H y un condensador de 100 μ F, cuando está alimentado a 220V y entra en resonancia.

$$f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{1 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}} = 15{,}9155 \quad \Rightarrow \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f_r = 2 \cdot \pi \, 15{,}9155 = 100$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C})^2} = R = 1 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{V}{Z} = \frac{220}{1} = 220 \ A$$

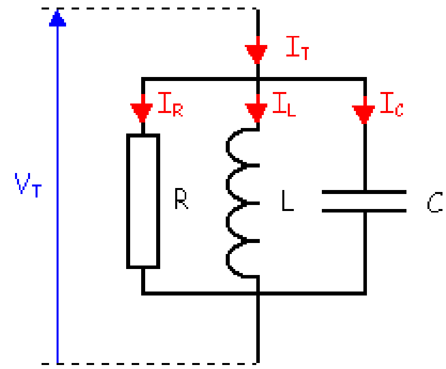
$$R = 1 \quad \Rightarrow \quad V_R = R \cdot I = 1 \cdot 220 = 220 \, V$$

$$X_L = \omega \cdot L = 100 \cdot 1 = 100 \quad \Rightarrow \quad V_L = X_L \cdot I = 100 \cdot 220 = 22000 \, V$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{100 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 100 \quad \Rightarrow \quad V_C = X_C \cdot I = 100 \cdot 220 = 22000 \, V$$

Aunque la alimentación es de 220V en la bobina y en el condensador aparecen 22.000V.

Resonancia del circuito paralelo

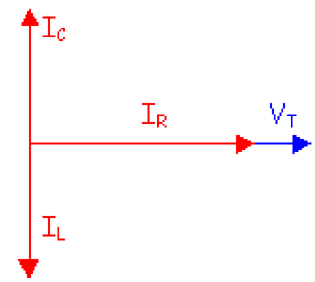


Dado que la inductancia depende directamente de la frecuencia y la capacitancia inversamente:

INDUCTANCIA: $X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$
Aumenta con *f*.

CAPACITANCIA: $X_C = \dfrac{1}{\omega \cdot C} = \dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$
Disminuye con *f*.

En un circuito paralelo RLC, existirá una cierta frecuencia a la que se igualen la inductancia y la capacitancia.



A esa frecuencia la intensidad que circula por el condensador es igual a la que circula por la bobina, pero opuesta (defasada 180º), por lo que ambas se anulan dando la impresión de que la única intensidad que circula es la que pasa a través de la resistencia.

$$X_L = X_C \quad \Rightarrow \quad I_C = I_L \quad \text{(pero opuestas)} \quad \Rightarrow \quad I_T = I_R$$

- La tensión es la misma en los tres elementos.
- La intensidad está en fase con la tensión en la resistencia, atrasada 90º en la bobina y adelantada 90º en el condensador.

A esta frecuencia se le llama frecuencia de resonancia:

$$X_L = X_C \quad \Rightarrow \quad \omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_r \cdot C}$$

Cuando al variar la frecuencia un circuito paralelo entra en resonancia, su impedancia se hace máxima, y la intensidad que sale al exterior es la que pasa por la resistencia. Sin embargo, a pesar de que la intensidad que circula por el condensador se anula con la que pasa por la bobina, estas intensidades existen y pueden ser muy altas y peligrosas.

Ejemplo:

Calcula la intensidad total y la intensidad en cada elemento en un circuito paralelo formado por una resistencia de 100Ω , una bobina de 1 mH y un condensador de 1000 µ F, cuando está alimentado a 220V y entra en resonancia.

$$f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{1 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \cdot 10^{-6}}} = 159{,}155$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f_r = 2 \cdot \pi\, 159{,}155 = 1000$$

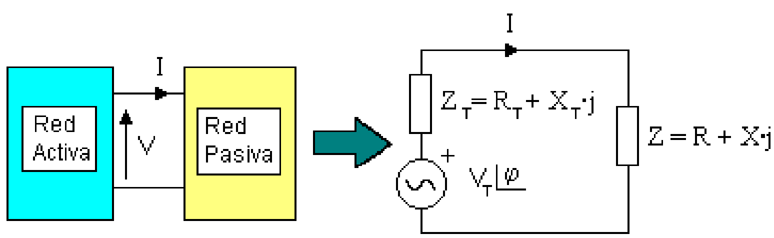
$$R = 100 \quad \Rightarrow \quad I_R = \frac{V_T}{R} = \frac{220}{100} = 2{,}2\ A \quad \Rightarrow \quad I_T = I_R = 2{,}2\ A$$

$$X_L = \omega \cdot L = 1000 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 1 \quad \Rightarrow \quad I_L = \frac{V_T}{X_L} = \frac{220}{1} = 220\ A$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{1000 \cdot 1000 \cdot 10^{-6}} = 1 \quad \Rightarrow \quad I_C = \frac{V_T}{X_C} = \frac{220}{1} = 220\ A$$

Transferencia de máxima potencia

Si tenemos una red activa que alimenta a una red pasiva, podemos sustituir la primera por su circuito equivalente de Thévenin y la segunda por su impedancia equivalente.



La potencia activa disipada en la red pasiva será el producto de la resistencia por el cuadrado de la intensidad que circula por ella:

$$P = R \cdot I^2 \quad \Rightarrow \quad P = V_T^2 \cdot \frac{R}{(R + R_T)^2 + (X + X_T)^2}$$

Como puede observarse la potencia disipada es función de R y de X.

Al tratarse de una función de dos variables, la condición para que la potencia sea máxima es que sus derivadas parciales sean igual a cero. Resolviendo el sitema se puede demostrar que la potencia en la carga es máxima cuando:

$$\mathbf{Z = R_T - X_T \cdot j = Z_T^*}$$

Es decir, se consigue máxima potencia activa en la carga haciendo la impedancia de carga igual a la conjugada de la impedancia de Thevenin.

Igualmente, se puede demostrar que si se desea conectar una resistencia óhmica pura el valor a darle para que la transferencia de potencia sea máxima es un valor igual al módulo de la impedancia de Thevenin.

Corriente eléctrica

Problemas

Resistividad y conductividad

1. ¿A qué temperatura tiene el aluminio una resistividad de 0,03 $\Omega \cdot mm^2/m$?

T = 31,22º C.

2. Halla la resistividad del cobre a 40º C.

ρ = 0,01926.

3. Halla la resistencia por metro lineal de un hilo de cobre de 0,2 mm de diámetro a la temperatura de 50º C.

R = 635,53 mΩ.

4. Hallar la conductancia de una pletina de aluminio de 20 m de largo y sección 20 x 5 mm.

G = $175 \cdot 10^{-6}$.

5. Mediante un hilo de cobre de 0,2 mm de diámetro se pretende realizar una resistencia de 1 Ω, ¿cuántos metros se necesitan?

L = 1,759 m.

6. ¿Cuál debe ser el incremento de tempetratura de un hilo de cobre para que su resistividad aumente en un 10%?

ΔT = 25,445º C

7. Un hilo de cobre de 20 m y 0,2 Ω, ¿de qué diámetro es?

D = 1,5 mm.

Ley de Ohm

8. Halla la tensión que es necesario aplicar a una resistencia de 1 kΩ para que se establezca una corriente de 30 mA.

V = 30 V.

9. Calcula el valor de una resistencia que permite el paso de una intensidad de 0,76 amperios al aplicar a sus extremos una tensión de 380 voltios.

R = 500 Ω.

10. Una pila de 15 V y 1 Ω de resistencia interna alimenta una resistencia de carga de 3 Ω a través de una línea de cobre de 0,5 mm^2 de sección y 25 m de longitud. Calcula la corriente que circula.

I = 3,0656 A

11. En un circuito formado por una pila de 24 V y 2 Ω de resistencia interna y una resistencia de carga de 10 Ω circula una intensidad de 1,5 A. ¿Cuál es la resistencia de la línea? Si la línea está formada por conductores de cobre de 0,5 mm^2 de sección, ¿cuál es la longitud de los conductores?

R_L = 4 Ω. ; L = 112 m.

12. Por una resistencia de 100 Ω está circulando una intensidad de 2,2 A. Si la línea la forma un conductor de cobre de 1 mm de diámetro y 20 m de longitud y el generador que la alimenta tiene una resistencia interna de 1,2 Ω . Calcula:

a. La tensión del generador.
b. La caída de tensión en la línea.
c. La sección del conductor para mantener la caída de tensión si la longitud del conductor aumenta a 65 m.

V = 223,64 V. ; V_{RL} = 1,00056 V. ; S' = 2,5525 mm^2

Potencia y energía

13. Por una lámpara de 100 W circula una corriente de 0,5 A. Halla su resistencia.

R = 400 Ω.

14. Calcula la intensidad máxima admisible por una resistencia de 1 kΩ y 0,4 W.

I = 20 mA.

15. El traje de un piloto se calienta eléctricamente a una tensión de 15 V y gasta 45 W. Calcula la intensidad y la resistencia del hilo empleado.

I = 3 A. ; R = 5 Ω.

16. Halla la potencia y la energía de una plancha eléctrica de 220 V y 48,4 Ω en media hora de uso.

P = 1000 W. ; E = 1,8 MJ.

Calor específico

17. Con un horno eléctrico se pretende elevar 80º C la temperatura de un litro de agua en 5 minutos. Calcula la potencia, la resistencia y la intensidad, si la tensión de uso es de 160 V.

P = 1111 W. ; R = 23,04 Ω. ; I = 6,94 A.

18. Halla la resistencia de un termo eléctrico sin pérdidas que, funcionando a 220 V, ha de calentar 60,5 litros de agua desde 10 ºC a 60 ºC en 5 minutos.

R = 1,152 Ω.

19. Calcular la intensidad que debe circular por una resistencia calefactora de 7,7 Ω para calentar 100 gramos de aceite de 25 ºC hasta 200 ºC en 1 minuto si su calor específico es de 0,44 Cal /g. ºC.

I = 8,3A.

20. Calcular la cantidad de aceite que se puede calentar de 0 ºC a 200 ºC en 4 minutos, con una resistencia calefactora de 50 ohmios y 220 V, si su calor específico es de 0,44 Cal /g. ºC.

m = 633,6 g

21. Calcular la tensión a aplicar a una resistencia calefactora de 10 kΩ para calentar 110 gramos de aluminio de calor específico 0,22 Cal /g. ºC, de 20 ºC hasta 70 ºC en un minuto.

V = 916,66 V.

Rendimiento y pérdidas.

22. Una pila de 110 V y 2 Ω de resistencia interna alimenta una resistencia calefactora de 6 Ω a través de unos conductores de 0,5 Ω de resistencia. Halla la potencia de la resistencia calefactora, la potencia perdida, la caída de tensión en la línea y el rendimiento del circuito.

P_R = 1004,8 W ; $P_{Perdida}$ = 418,7 W ; V_L = 6,47 V : η = 70,6 %

23. Un receptor conectado a 220 V absorbe una intensidad de 2 A. Si funciona con un rendimiento del 85%, ¿cuál es el valor de la potencia perdida?

$P_{Perdida}$ = 66 W

24. Calcular la sección mínima de los conductores de cobre que

alimenten con 0,5 A una carga situada a 240 m de distancia para que la caída de tensión máxima en la línea sea del 0,5% de la tensión de alimentación que es de 220 V.

$S = 3,9\ mm^2$

25. Una pila de 0,8 Ω de resistencia interna alimenta una carga de 9 Ω con un rendimiento del 90%. Calcula la resistencia de la línea.

$R_L = 0,2\ \Omega$

26. Si una resistencia de 10 Ω soporta una tensión de 20 V. ¿Qué intensidad pasa por ella? ¿Qué potencia disipa? Si está alimentada por una batería de 24 V y de 1 Ω de resistencia interna. ¿Qué resistencia tendrá la línea? ¿Qué longitud tendrá si está constituida por conductores de cobre de 0,01786 $\Omega\cdot mm^2/m$ y de 1.5 mm^2 de sección?

$I = 2\ A$; $P = 200\ W$; $R_L = 1\ \Omega$; $L = 84\ m$

27. Calcular el calor disipado diariamente en una línea de conductores de cobre de 2,5 mm^2 de sección que alimenta una carga de 2000 W - 220 V conectada a una red que dista 100 metros.

$Q = 2,45\ Mcal$

28. Por un conductor de 4 mm^2 de sección y 200 metros de longitud circula una intensidad de 5 A. Calcular la caída de tensión si es de aluminio. ($\rho_{Al} = 0,02857$).

$V_L = 7,1425\ V$

29. Un circuito alimenta una lámpara de 4W - 12 V con una batería de 1 Ω de resistencia interna. Si la línea tiene una resistencia de 1,5 Ω , calcular la potencia útil, la potencia perdida y el rendimiento del circuito.

$P_{Util} = 4\ W$; $P_{Perdida} = 0,277\ W$; $\eta = 93,5\ \%$

30. Un circuito alimenta con corriente continua una lámpara de 8 Ω de resistencia con una batería de 24 V y 1 Ω de resistencia interna. Si la línea tiene 20 metros de longitud total, una sección de 1 mm^2 y es de cobre ($\rho_{Cu} = 0,01786$). Calcular:

a. La resistencia de la línea.
b. La intensidad que circula por el circuito.
c. La potencia perdida en la línea.
d. El rendimiento del circuito.
e. El calor disipado en la lámpara diariamente.

R_L = 0,3572 Ω ; I = 2,565 A ; P_{RL} = 2,35 W ;
η = 85,5 % ; Q = 165.888 cal

31. Una resistencia de 160 Ω soporta una tensión de 40 V, estando alimentada por una batería de 1 Ω de resistencia interna, situada a 60 metros de distancia, a través de conductores de cobre de 0,01786 Ωmm^2/m de 1.5 mm2 de sección. Calcular:

a. La potencia en la resistencia.
b. El calor que se disipa en la resistencia en una hora.
c. La resistencia de la línea.
d. La caída de tensión en la línea.
e. La potencia total entregada por la pila.

P_R = 10 W ; Q_R = 8640 cal ; R_L = 1,4288 Ω ;
V_{RL} = 0,0893 V ; P_{Total} = 10,0681 W

32. Calcular el rendimiento de un circuito que alimenta una resistencia de 10 Ω con una batería de 12 V y 1 Ω de resistencia interna si la línea tiene una resistencia de 1,5 Ω.

η = 80 %

33. Calcular la resistencia de carga alimentada por una batería de 12 V con una resistencia interna de 0,6 Ω a través de una línea de 2 Ω con una intensidad de 0,5 A. ¿Cuál es el rendimiento del circuito?

R_C = 21,4 Ω ; η = 89,16 %

34. Calcular la tensión de una batería de 1,2 Ω de resistencia interna que alimenta una resistencia de 40 Ω a través de una línea de 2 Ω suministrando una intensidad de 0,5 A. ¿Cuál es la potencia perdida en el circuito? ¿Y la útil?

$V_P = 21{,}6$ V ; $P_{Perdida} = 0{,}8$ W ; $P_{Util} = 10$ W

35. Una resistencia de 140 Ω soporta una tensión de 60 V, estando alimentada por una batería de 1 Ω de resistencia interna, situada a 200 metros de distancia, mediante conductores de cobre de 0,01786 $\Omega mm^2/m$ de 2.5 mm^2 de sección. Calcular:

a. La intensidad en la resistencia.
b. La resistencia de la línea.
c. El calor que disipa la línea en una hora.
d. La caída de tensión en la línea.
e. El rendimiento del circuito.

$I = 0{,}42857$ A ; $R_L = 2{,}8576\ \Omega$; $Q_{RL} = 453{,}5$ cal ;
$V_{RL} = 1{,}224$ V ; $\eta = 97{,}32$ %

36. Por un conductor de 4 mm^2 de sección y 240 metros de longitud circula una intensidad de 10 A. Calcular la caída de tensión en el conductor si es de aluminio ($\rho_{Al} = 0{,}02857$).

$V_{RL} = 17{,}142$ V

37. Calcular la resistencia interna de una batería de 12 V que alimenta una resistencia de 20 Ω a través de una línea de 2 Ω suministrando una intensidad de 0,5 A. ¿Cuál es el rendimiento del circuito?

$r_i = 2\ \Omega$; $\eta = 83{,}33$ %

38. Calcular la sección a instalar, de conductores de cobre, para que una resistencia de 2200 W - 220 V conectada a una red que dista 140 metros produzca una caída de tensión máxima del 3%.

$S = 7{,}577\ mm^2$

39. Trazar la gráfica de la curva de la resistencia de un metro de bismuto en función de la sección para secciones de 1.5, 2.5, 4, 6, 10, 16 y 25 mm^2 si su resistividad es de 1,2 $\Omega mm^2/m$. ¿Cuál es la resistencia aproximada de 1 metro de bismuto de 8 mm^2 de sección? ¿Qué sección tendrá un metro de conductor de bismuto si su resistencia es de 0,08 Ω?

S	1,5	2,5	4	6	10	16	25
R mΩ/m	800	480	300	200	120	75	48
R = 150 mΩ ; S = 15 mm^2							

40. Trazar la curva de la resistencia de un metro de tungsteno con secciones de 1.5, 2.5, 4, 6, 10, 16 y 25 mm^2 si su resistividad es de 0,055 Ωmm^2/m. ¿Cuál es la resistencia de 1 metro de tungsteno de 13 mm^2 de sección? ¿Qué sección tendrá un metro de conductor de tungsteno si su resistencia son 0,011 Ω?

S	1,5	2,5	4	6	10	16	25
R mΩ/m	36	22	13,75	9,1	5,5	3,4	2,2
R = 4,23 mΩ ; S = 5 mm^2							

41. Calcular la sección a instalar, de conductores de aluminio, para que una resistencia de 1100 W - 220 V conectada a una red que dista 77 metros produzca una caída de tensión máxima del 1%.

S = 10 mm^2

42. Por un conductor de 210 metros de longitud y 2,5 mm^2 de sección circula una intensidad de 6 A. Calcular la caída de tensión si es de cobre o aluminio.

V_L (cobre) = 9 V ; V_L (aluminio) = 14,4 V

43. Para que una resistencia de 1000 W - 220 V conectada a una red que dista 40 metros produzca una caída de tensión máxima del 3%, ¿cuál será la sección, de conductores de cobre, a instalar?

S = 1 mm^2

44. Calcular el calor disipado diariamente por una línea de cobre de 4 mm2 de sección y 80 m de longitud si tiene aplicada una tensión de 220 V y presenta una caída de tensión del 3%.

Q = 2,53 Mcal

45. Un circuito alimenta una lámpara con 8 Ω de resistencia con una

batería de 50 V y 1,2 Ω de resistencia interna. Si la línea tiene una resistencia de 1,5 Ω , calcular la potencia útil, la potencia perdida y el rendimiento del circuito. ¿Cuál es la caída de tensión en la línea?

P_{Util} = 174,68 W ; $P_{Perdida}$ = 58,96 W ; η = 74,76 % ; V_L = 7 V

46. Por un conductor de 16 mm^2 de sección y 200 metros de longitud circula una intensidad de 45 A. Calcular la caída de tensión si es de aluminio. (ρ_{Al} = 0,02857).

V_L = 16 V

47. Calcular la resistencia de carga alimentada por una batería de 110 V con una resistencia interna de 1,6 Ω a través de una línea de 2 Ω con una intensidad de 5 A. ¿Cuál es el rendimiento del circuito?

R_C = 18,4 Ω ; η = 83,63 %

48. Calcular el calor disipado diariamente en una línea de conductores de cobre de 120 mm^2 de sección que alimenta una carga de 40 kW - 220 V conectada a una red que dista 100 metros (considerar ida y vuelta). (ρ_{Cu} = 0,01786)

Q = 20,4 Mcal

49. Calcular el valor de la resistencia que al aplicarle 220 V disipa una potencia de 20 W.

R = 2420 Ω

Transferencia de máxima potencia

50. Calcula la resistencia de carga a conectar a una pila de 40 V y 0,6 Ω de resistencia interna para que la transferencia de potencia a la carga sea máxima si la resistencia de la línea es de 0,4 Ω . ¿Cuál es el valor de dicha potencia máxima?

R_C = 1 Ω ; P_{Max} = 400 W

51. Se desea alimentar una resistencia de carga a través de una línea sin resistencia con una batería de 24 V y 2 Ω de resistencia interna.

¿Qué valor debemos dar a la resistencia de carga para obtener en ella la máxima potencia? ¿Cuál es esta potencia?

$R_C = 2\ \Omega$; $P_{Max} = 72$ W

52. ¿Cuál es la potencia máxima que se puede dar a una resistencia de carga por medio de una línea sin resistencia con una batería de 12 V y 1,6 Ω de resistencia interna? ¿Qué valor debemos dar a la resistencia de carga para conseguir esa potencia máxima?

$P_{Max} = 22{,}5$ W ; $R_C = 1{,}6\ \Omega$

53. Se dispone de una batería de 24 V y 1 Ω de resistencia interna para alimentar una resistencia de carga a través de una línea sin resistencia. ¿Cuál es la potencia máxima que podemos obtener en la carga? ¿Qué valor debemos dar a la carga para obtener en ella esa potencia?

$P_{Max} = 144$ W ; $R_C = 1\ \Omega$