

CINÉTICA DE CRECIMIENTO BIOLÓGICO

3.0 REPRODUCCIÓN DE LOS MICROORGANISMOS

Ya han sido descritas las características de las bacterias y microorganismos y el porque de la importancia de tener un medio ambiente adecuado para su desarrollo y crecimiento. El control de parámetros como pH, temperatura, nutrientes, elementos traza, etc. son determinantes para este fin.

Una vez que los microorganismos se han aclimatado y disponen de todos los medios que se requieren para su crecimiento, estos consumen la materia orgánica que se encuentra presente en las aguas residuales a depurar. Cuanto mayor sea el número de microorganismos, mayor es la velocidad a la cual es utilizado el alimento o sustrato. Para óptimos resultados, debe tenerse un control en la velocidad de crecimiento y reproducción de las bacterias, para lo cual es necesario estudiar la cinética de crecimiento biológico.

CRECIMIENTO LOGARÍTMICO EN CULTIVOS POR LOTES: En cultivos por lotes, tal y como se ha descrito con anterioridad, existe una fase de crecimiento, llamada fase de crecimiento logarítmico. La velocidad de crecimiento para esta fase es directamente proporcional a la concentración de las células y está dada por la siguiente relación:

$$\frac{dX}{dt} \propto X \quad \text{si quitamos el signo de proporcionalidad} \quad \frac{dX}{dt} = \mu X = r_g \quad r_g = \mu X \quad (1)$$

r_g =Velocidad o tasa de crecimiento bacteriano en la fase de crecimiento logarítmico

μ =Velocidad específica de crecimiento

X =concentración de microorganismos

CRECIMIENTO CON SUSTRATO LIMITADO: Si el sistema tiene un limitante y este es el sustrato, una vez que éste empiece a escasear el cultivo de microorganismos termina de crecer, por lo que su crecimiento tiene un límite. En un cultivo continuo su crecimiento también es limitado, y el comportamiento del cultivo de microorganismos, sigue experimentalmente la siguiente relación propuesta por Monod.

$$\mu = \frac{\mu_m S}{K_s + S} \quad (2)$$

μ =Velocidad específica de crecimiento

μ_m =máxima velocidad de crecimiento

K_s =Constante promedio de velocidad. Concentración de sustrato a la mitad del máximo de velocidad de crecimiento. masa/unidad de volumen.

S =Concentración del sustrato. masa/unidad de volumen

Sustituyendo (1) en (2) tenemos:

$$r_g = \frac{\mu_m S X}{K_s + S} \quad (3)$$

CRECIMIENTO CELULAR Y UTILIZACIÓN DEL SUSTRATO: En un cultivo celular por lotes, tal como el que se ha descrito anteriormente, una porción del sustrato es empleado en la producción de mas material celular y el resto es oxidado a productos terminales orgánicos e inorgánicos. Para un medio específico, ha sido observado que para un sustrato determinado, la producción de nuevas células tiene un valor constante y este valor es reproducible, por lo que la siguiente ecuación relaciona la velocidad de utilización de sustrato y la velocidad de crecimiento.

$$r_g = -Y r_{su} \quad (4)$$

Y =Coeficiente de máximo rendimiento medido durante un periodo finito en la fase de crecimiento logarítmico. Se define como la masa de células formadas/masa de sustrato consumidos.

r_{su} =Velocidad de utilización del sustrato. masa/unidad de volumen×tiempo.

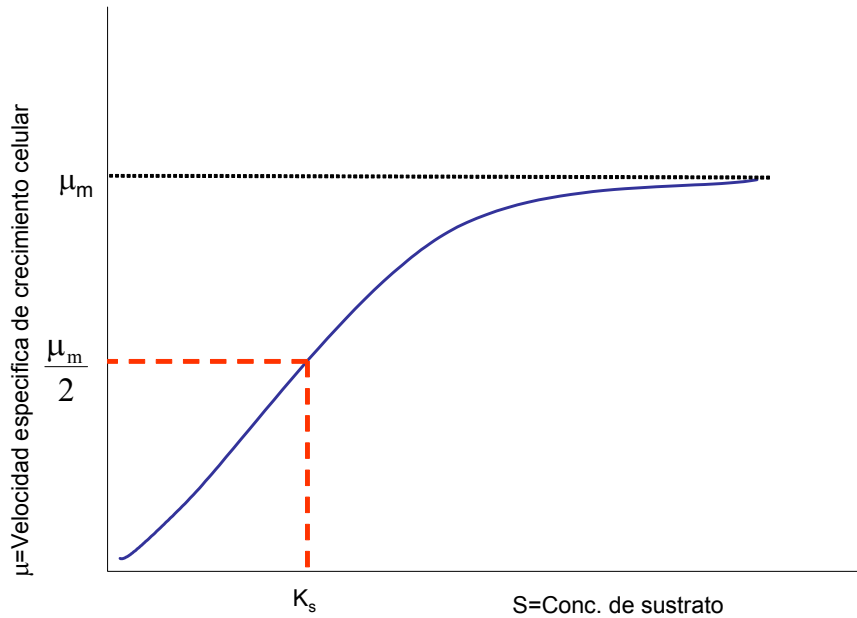


Figura 1: Velocidad de crecimiento celular y concentración de sustrato para determinación de las constantes de crecimiento biológico de la ecuación de Monod.

Sustituyendo (4) en (3)

$$r_{su} = - \frac{\mu_m SX}{Y(K_s + S)} \quad (5)$$

El término $\mu_m/Y=k$, donde k es definida como la máxima velocidad de utilización de sustrato por unidad de masa de microorganismos. La ecuación (5) queda de la forma:

$$r_{su} = - \frac{kSX}{K_s + S} \quad (6)$$

EFFECTOS DEL METABOLISMO ENDÓGENO: En sistemas bacteriológicos no todas las células se encuentran en la fase de crecimiento logarítmico. Parte de la energía producida al consumir el sustrato no es empleada para la síntesis de nuevo material celular, sino que se emplea en los requerimientos propios de la célula. Otros factores tales como la muerte natural de parte de las células y la extinción de poblaciones de microorganismos por depredadores también deben ser considerados. Este decremento en la masa celular es considerado como un todo y es directamente proporcional a la concentración de organismos. Este decremento se conoce en la literatura como decaimiento endógeno.

$$r_d = k_d X \quad (7)$$

Si se corrige por este efecto, $r'_g = r_g - r_d$ donde r'_g es la tasa o velocidad neta de crecimiento de las bacterias; r_g es la velocidad de crecimiento bacteriano en la fase logarítmica y r_d es la velocidad de decaimiento por respiración endógena.

$$r'_g = r_g - r_d \quad r'_g = -Yr_{su} - k_d X$$

$$r'_g = \frac{\mu_m S X}{K_s + S} - k_d X \quad (8)$$

El rendimiento observado Y_{obs} se define como la relación entre la velocidad de decaimiento por respiración endógena y la velocidad neta de crecimiento de las bacterias

$$Y_{obs} = \frac{r'_g}{r_g} \quad (9)$$

3.1 BALANCE DE MATERIA EN REACTORES BIOLÓGICOS

Considérese un sistema de tratamiento secundario, en el cual el agua va a ser procesada en un tratamiento secundario, en un digestor aeróbico de mezclado completo sin recirculación (Figura 1).

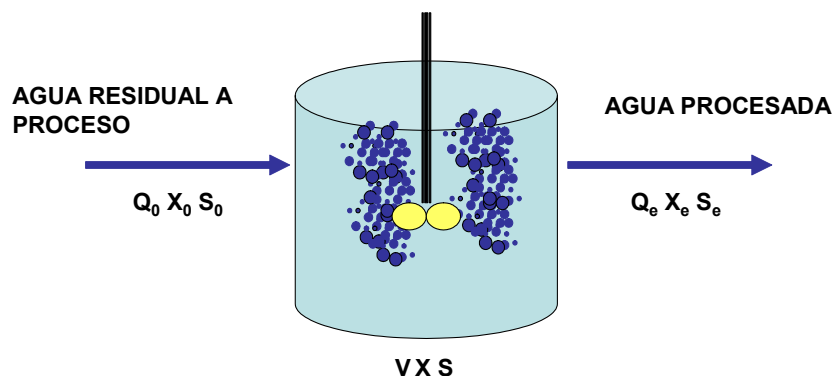


Figura 2: Balance de materia en un reactor abierto

En este tipo de reactor el agua a procesar entra directamente al digestor en donde se asume se tienen las condiciones adecuadas para el crecimiento microbiano como son: pH, temperatura, nutrientes, etc. además del oxígeno necesario para que la ruta de descomposición del material orgánico sea la aerobia.

En este digestor, el sustrato contenido en el agua residual es convertido a gases y nuevas células por los microorganismos presentes en el medio.

Después de un cierto tiempo, la cantidad de biomasa (sólidos volátiles suspendidos) se incrementa a expensas de la DBO o sustrato que disminuye. El balance de masa para un digestor aerobio con mezclado total sin recirculación de lodos es:

$$Q_0 X_0 + V(r'_g) = Q_e X_e \quad (10)$$

Q_0 =Flujo de agua en el influente.

Q_e =Flujo de agua producto o agua en el efluente.

S_0 =Concentración de sustrato en el influente.

S =Concentración de sustrato en el reactor.

S_e =Concentración de sustrato en el efluente

X_0 =Concentración de biomasa en el influente.

X =Concentración o masa de biomasa en el reactor.

X_e =Concentración o masa de biomasa en el efluente

V =Volumen del reactor.

r'_g =Tasa o velocidad real de crecimiento de los microorganismos.

$$Q_0 X_0 + V \left[\frac{\mu_m X S}{K_s + S} - k_d X \right] = Q_e X_e$$

En este caso $X_e = X$ y $X_0 = 0$ y también $Q_0 = Q_e = Q$

$$\frac{1}{\theta} = \frac{Q}{V} = \frac{\mu_m S}{K_s + S} - k_d$$

De igual forma un balance del sustrato es:

$$Q_0 S_0 + V \left[\frac{\mu_m X S}{Y(K_s + S)} \right] = Q_e S_e$$

Para este caso especial $S_e = S$ y $X_e = 0$ y también $Q_0 = Q_e = Q$

$$Q(S_0 - S) = -V \left[\frac{\mu_m X S}{Y(K_s + S)} \right] \quad S_0 - S = -\frac{V}{Q} \left[\frac{\mu_m X S}{Y(K_s + S)} \right] \quad k = \frac{\mu_m}{Y}$$

$$S_0 - S = -\theta \left[\frac{k X S}{(K_s + S)} \right]$$

Combinando estas ecuaciones con otras ya anteriormente deducidas podemos determinar X la concentración de células conociendo los coeficientes cinéticos y también es posible determinar S , la concentración de sustrato en el agua después de la digestión aerobia.

$$X = \frac{\mu_m (S_0 - S)}{k(1 + k_d \theta)} = \frac{Y(S_0 - S)}{1 + k_d \theta} \quad (11)$$

$$S = \frac{K_s(1 + k_d \theta)}{[\theta(Yk - k_d)] - 1} \quad (12)$$

DETERMINACIÓN DE LOS COEFICIENTES CINÉTICOS: Desde el punto de vista práctico un reactor de flujo estable sin recirculación no es muy conveniente en el proceso de lodos activados, sin embargo, de este modelo teórico se pueden reproducir pruebas a escala piloto para determinar los coeficientes cinéticos como k , K_s , Y , k_d , etc, los cuales son los mismos para un agua residual cuando en la realidad se opera en condiciones similares a como se efectuaron las pruebas.

Se puede establecer que:

$$r_{su} = -\frac{k X S}{K_s + S} = -\frac{S_0 - S}{\theta X} \text{ y también } \frac{X \theta}{S_0 - S} = \frac{K_s}{k} \frac{1}{S} + \frac{1}{k} \quad (13)$$

La anterior ecuación es similar a la ecuación de una línea recta $y = mx + b$ en la cual si graficamos

$$y = \frac{X \theta}{S_0 - S} \quad x = \frac{1}{S} \quad m = \frac{K_s}{k} \quad b = \frac{1}{k} \quad (14)$$

Graficando valores que se pueden determinar experimentalmente se pueden obtener los valores de k y K_s

Los valores de Y y k_d se pueden determinar graficando $(1/\theta_c)$ contra $(-r_{su}/X)$ a partir de la ecuación:

$$\frac{1}{\theta_c} = -Y \frac{r_{su}}{X} - k_d \quad (15)$$

En el grafico obtenido Y es la pendiente de la recta y k_d es la intersección de la grafica con el eje de ordenadas

REACTOR BIOLÓGICO CON RECIRCULACIÓN DE LODOS: En un digestor biológico se requiere separar las células formadas del agua depurada por lo que se integra un sedimentador al sistema de tratamiento.

Para tal fin, después de permanecer en el reactor un tiempo de retención que depende del flujo y del volumen del tanque digestor, el agua pasa a un tanque clarificador o sedimentador para separar las células (SVS) del agua depurada.

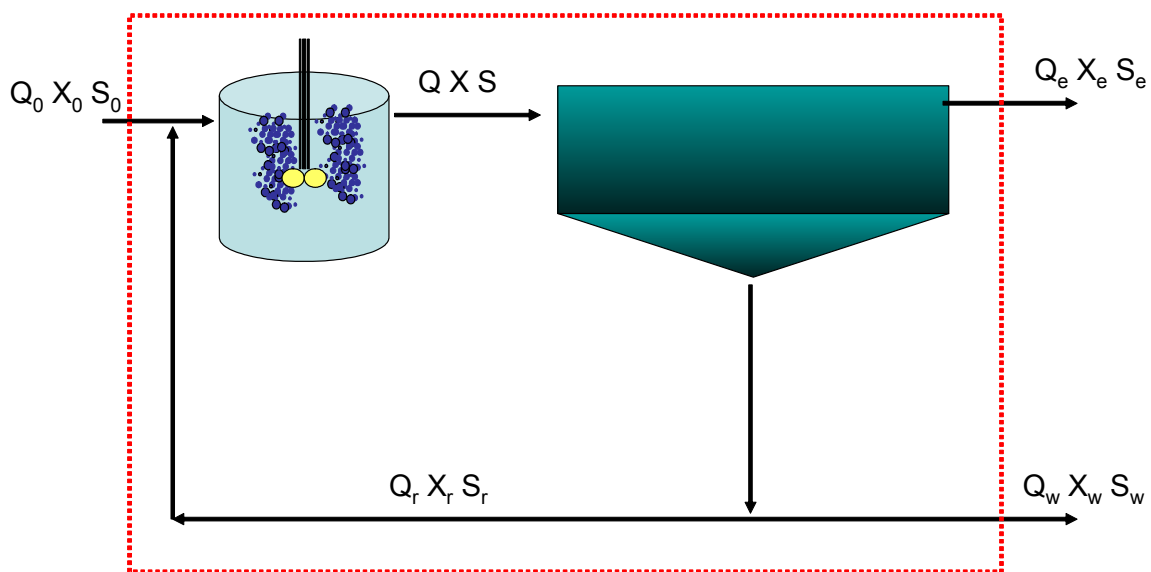


Figura 3: Balance de materia en un digestor aerobio

Si las células que se forman en el reactor biológico se reciclan al tanque de reacción, estas consumen aceleradamente el sustrato que se desea remover del agua residual.

Estos microorganismos ya están maduros y adaptados al medio o entorno en el cual se efectúa el proceso biológico, por lo que en el proceso convencional de lodos activados, la recirculación de las células generadas en el reactor es una práctica convencional en todos los procesos de lodos activados en sus diferentes modalidades.

Al conglomerado de células que se obtiene en el sedimentador después de separar el agua depurada del sedimento se le llama lodos ya que su apariencia es la de un lodo, aunque su composición es de un 70-80% de material orgánico y el resto es de tipo inorgánico como arcillas, feldespatos, silicatos, etc.

El término activados se debe a que su actividad biológica es sumamente alta y los microorganismos presentes en los lodos activados están sumamente “activos” y dispuestos a consumir el sustrato que se encuentre disponible en su entorno.

Balance de biomasa (microorganismos): Considérese un reactor, en el cual se está llevando a cabo una digestión aeróbica de materia orgánica. Aplicando un balance de la biomasa o masa de microorganismos sobre este sistema tenemos:

$$\text{BIOMASA QUE ENTRA} + \text{BIOMASA PRODUCIDA} = \text{BIOMASA QUE SALE}$$

$$Q_0 X_0 + V(r'_g) = Q_e X_e + Q_w X_w \quad (16)$$

Q_0 =Flujo de agua en el influente.

Q_w =Flujo de lodos extraídos o desechados.

Q_e =Flujo de agua producto o agua en el efluente.

Q_r =Flujo de lodos que se recirculan al digester biológico.

X_0 =Concentración de biomasa en el influente.

X =Concentración o masa de biomasa en el reactor.

$X_w = X_r$ =Concentración o masa de los biomasa en el sedimentador secundario, en el retorno de lodos y en los lodos residuales extraídos.

X_e =Concentración o masa de biomasa en el efluente

V =Volumen del reactor.

r'_g =Tasa o velocidad real de crecimiento de los microorganismos.

$$r'_g = (\mu_m X S / (K_s + S)) - k_d X$$

$$Q_0 X_0 + V \left[\frac{\mu_m X S}{K_s + S} - k_d X \right] = Q_e X_e + Q_w X_w \quad (17)$$

Si X_0 y $X_e = 0$ La ecuación se reduce a:

$$V \left[\frac{\mu_m X S}{K_s + S} - k_d X \right] = Q_w X_w \quad (18)$$

$$\frac{\mu_m X S}{K_s + S} = \frac{Q_w X_w}{V} + k_d X \quad (19)$$

Dividiendo la ecuación anterior entre X

$$\frac{\mu_m S}{K_s + S} = \frac{Q_w X_w}{V X} + k_d \quad (20)$$

BALANCE DE SUSTRATO (DBO):

Si aplicamos el balance en el mismo sistema para el sustrato tenemos:

$$\text{SUSTRATO QUE ENTRA} - \text{SUSTRATO CONSUMIDO} = \text{SUSTRATO QUE SALE}$$

$$Q_0 S_0 + V \left[\frac{\mu_m X S}{Y(K_s + S)} \right] = Q_e S_e + Q_w S_w \quad (21)$$

Donde

S_0 es la cantidad de sustrato en la entrada

S es la concentración de sustrato en el reactor

S_w concentración de sustrato en el sedimentador secundario y en los lodos

S_e concentración de sustrato en el efluente

Pero $S = S_e = S_w$ y también $Q_e = Q_0 - Q_w$

$$Q_0 S_0 + V \left[\frac{\mu_m X S}{Y(K_s + S)} \right] = (Q_0 - Q_w) S + Q_w S_w$$

Rearreglando la ecuación anterior queda:

$$\left[\frac{V \mu_m X S}{Y(K_s + S)} \right] = Q_0 (S_0 - S) \quad (22)$$

Dividiendo la ecuación entre VX y rearreglando:

$$\frac{\mu_m S}{K_s + S} = \frac{Q_0 Y (S_0 - S)}{VX} \quad (23)$$

Igualando las ecuaciones 20 y 23 tenemos:

$$\frac{Q_w X_w}{VX} + k_d = \frac{Q_0 Y (S_0 - S)}{VX} \quad (24)$$

El tiempo de estancia o de retención de los lodos en el proceso θ_c estará dado por la ecuación 25

$$\frac{VX}{Q_w X_w} = \theta_c \quad (25)$$

El tiempo de residencia ó tiempo de retención hidráulico θ es:

$$\frac{V}{Q_0} = \theta \quad (26)$$

En este caso θ_c es el tiempo de residencia de los lodos en el reactor y θ el tiempo de residencia del agua en el mismo reactor de volumen V.

Sustituyendo las ecuaciones θ y θ_c por su equivalente en la ecuación 24:

$$\frac{1}{\theta_c} = \frac{Y(S_0 - S)}{\theta X} - k_d \quad (27)$$

Otras ecuaciones de importancia para el proceso son:

$$U = -\frac{r_{su}}{X} \quad (28) \quad r_{su} = -\frac{S_0 - S}{\theta} \quad (29) \quad U = \frac{S_0 - S}{\theta X} = \frac{Q}{V} \left(\frac{S_0 - S}{X} \right) \quad (30)$$

En estas últimas ecuaciones los términos nuevos tienen el siguiente significado:

U=Velocidad específica de utilización del sustrato.

Y_{obs} =Rendimiento Observado

El rendimiento observado Y_{obs} , es descrito por las ecuación 31

$$Y_{obs} = \frac{YU - k_d}{U} \quad (31)$$

Un término que está muy relacionado con la velocidad específica de sustrato, y que es muy útil y muy frecuentemente empleada en la práctica, es la relación sustrato/microorganismos (F/M; Food/Microorganism)

$$F/M = \frac{S_0}{X_0} \quad (32)$$

$$F/M = \frac{(F/M)E}{100} \quad (33)$$

E que es la eficiencia del proceso en conversión de sustrato a células y gases, se determina con la ecuación 34.

$$E = \frac{(S_0 - S)}{100} \quad (34)$$

En estas ecuaciones y en todas las demás derivadas en el tratamiento de la cinética del proceso biológico, SSV, son los Sólidos Suspendidos Volátiles o sea la biomasa.

Los SSV es la cantidad de masa que se volatiliza cuando una muestra de los lodos activados se calcinan a 600°C. La masa que se volatiliza a esta temperatura es la materia orgánica. Aunque no es del todo correcto, se considera que esta cantidad de materia corresponde a la masa de microorganismos en los lodos activados del reactor. En mediciones mas precisas se ha encontrado que esta simplificación es una buena aproximación a los valores reales, por lo cual en lo sucesivo la cantidad de sólidos suspendidos volátiles (SSV), serán considerados igual a la masa biológica activa.

El sustrato es medido como Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO), por lo que en lo sucesivo al referirse a concentración de sustrato está implícito que es la DBO medida en pruebas de laboratorio

3.2 PRODUCCIÓN DE LODOS:

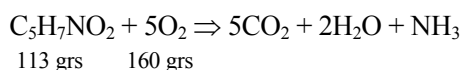
El determinar y poder predecir cual es la cantidad de lodos que se produce es sumamente importante. La cantidad de lodos producidos es:

$$P_x = Y_{\text{obs}} Q_0 (S_0 - S) \quad (35)$$

P_x = Cantidad de lodos que se producen por día, por unidad de masa de DBO removida.

3.3 REQUERIMIENTOS DE OXIGENO:

Si se considera una simplificación del proceso biológico y se representa por la siguiente ecuación:



Donde $\text{C}_5\text{H}_7\text{NO}_2$ es una forma simple de representar la composición química de un conjunto de células o biomasa, entonces la cantidad de oxígeno que requieren de acuerdo a la estequiometría de la reacción es de $160/113=1.42$ grs. de oxígeno/gr de biomasa o de células.

La cantidad de oxígeno demandada o requerida para la oxidación bioquímica, sería la que se necesita para la oxidación del material orgánico menos la que se requiere en las células o lodos de desecho producidos en el sistema.

$$\text{O}_2 \text{ Requerido} = Q_0 (S_0 - S) - 1.42 (P_x)$$

La cantidad de aire que se suministra debe ser suficiente para:

- Satisfacer la DBO a remover
- Satisfacer la demanda de oxígeno de los organismos en fase endógena
- Efectuar un mezclado y mantener los sólidos en suspensión
- Mantener una cantidad de oxígeno disuelto de 1 a 2 ppm

En la práctica los valores que se manejan son:

Para relaciones F/M mayores de 0.3 los requerimientos son de 30 a 55 mts³/Kg de DBO removida. Para menores relaciones F/M el consumo de oxígeno puede incrementarse hasta 75-115 mts³/Kg de DBO. Para sistemas de inyección de aire la cantidad requerida es de 3.75 a 15 m³ de aire/m³ de agua, con un valor de 7.5 m³ de aire/m³ de agua como un valor estándar.

RESUMEN DE TÉRMINOS CINÉTICOS EN TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES

μ =Velocidad específica de crecimiento

μ_m =máxima velocidad de crecimiento

K_s =Constante promedio de velocidad. Concentración de sustrato a la mitad del máximo de velocidad de crecimiento. mg DBO/L

S =Concentración del sustrato. mg DBO/L

r_g =velocidad o tasa de crecimiento celular

$r_g = -Yr_{su}$

Y =Coeficiente de máximo rendimiento medido durante un periodo finito en la fase de crecimiento logarítmico. Se define como la masa de células formadas/masa de sustrato consumidos.

r_{su} =Velocidad de utilización del sustrato. masa/unidad de volumen×tiempo.

r_d =velocidad de decaimiento por metabolismo endógeno

$r_d = k_d X$

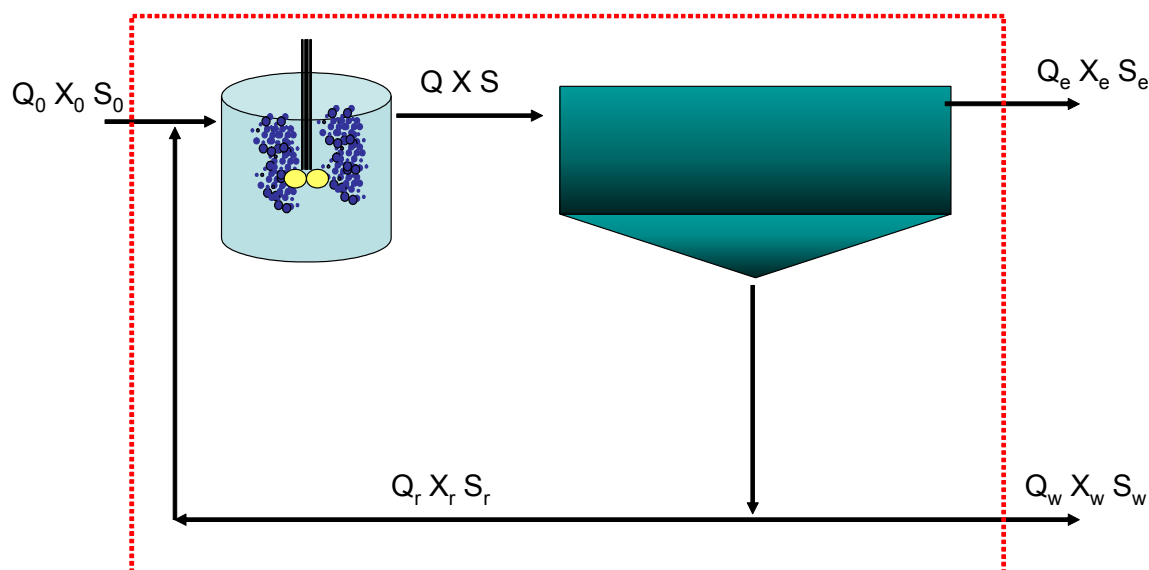
k_d =constante específica de velocidad de decaimiento endógeno días⁻¹

X =concentración de células en el reactor mg SVS/L

$r'_g = r_g - r_d$

r'_g =velocidad neta de crecimiento de células en el reactor

$r'_g = (\mu_m X S / (K_s + S)) - k_d X$



θ_c es el tiempo de residencia de los lodos en el reactor

Q_0 =Flujo de agua en el influente. mts³/dia

Q_w =Flujo de lodos extraídos o desechados. mts³/dia

Q_e =Flujo de agua producto o agua en el efluente. mts³/dia

Q_r =Flujo de lodos que se reciclan al digestor biológico. mts³/dia

X_0 =Concentración de biomasa en el influente. mg SVS/L o grs SVS/mt³

X =Concentración o masa de biomasa en el reactor. mg SVS/L o grs SVS/mt³

$X_w = X_r$ =Concentración o masa de los biomasa en el sedimentador secundario, en el retorno de lodos y en los lodos residuales extraídos. mg SVS/L o grs SVS/mt³

X_e =Concentración o masa de biomasa en el efluente mg SVS/L o grs SVS/mt³
 V =Volumen del reactor. mt³

$$\frac{VX}{Q_w X_w} = \theta_c \quad \text{dias} \quad :$$

θ el tiempo de residencia del agua en el mismo reactor de volumen V .

$$\frac{V}{Q_0} = \theta \quad \text{dias}$$

$$\frac{1}{\theta_c} = \frac{Y(S_0 - S)}{\theta X} - k_d \quad \text{dias}^{-1}$$

$$U = -\frac{r_{su}}{X} \quad (28) \quad \text{mg DBO/mg SVS-dia}$$

$$r_{su} = -\frac{S_0 - S}{\theta} \quad \text{mg DBO/L-dia}$$

$$U = \frac{S_0 - S}{\theta X} = \frac{Q}{V} \left(\frac{S_0 - S}{X} \right)$$

U =Velocidad específica de utilización del sustrato.

Y_{obs} =Rendimiento Observado

El rendimiento observado Y_{obs} es

$$Y_{obs} = \frac{YU - k_d}{U} \quad \text{mg SVS /mg DBO}$$

(FM; Food/Microorganism o relacion de sustrato a biomasa en el reactor)

$$FM = \frac{S_0}{X\theta} \quad \text{mg DBO/mg SVS-dia}$$

E que es la eficiencia del proceso en conversión de sustrato a células y gases

$$E = \frac{(S_0 - S)}{S_0} \times 100$$

Valores de los coeficientes cinéticos para aguas residuales municipales, en el proceso de lodos activados.

<i>Coficiente Cinético</i>	<i>Unidades</i>	<i>Rango de Valores</i>	<i>Valor típico</i>
k	d ⁻¹	2-10	5
K_s	mg DBO/L	25-100	60
Y	mg SVS/mg DBO	0.4 a 0.8	0.6
k_d	d ⁻¹	0.04-0.075	0.06