**UNIVERSIDADE VEIGA DE ALMEIDA**
**Estatística I**
Prof$^{\underline{o}}$ Edézio

EXPERIÊNCIAS ALEATÓRIAS

São muitas as atividades científicas ou cotidianas que não apresentam um resultado previsível:
$E_1$: Retirar uma carta de um baralho com 52 cartas e observar o seu naipe;
$E_2$: Jogar uma moeda 10 vezes e observar o número de caras obtidas;
$E_3$: Jogar um dado e observar o número mostrado na face de cima.
$E_4$: Adivinhar o sexo de uma criança.
$E_5$: Jogar duas moedas e observar o resultado.

São atividades que possuem três características comuns:

**i.** Em todos eles, conhecemos previamente o conjunto de resultados possíveis;

**ii.** Ao mesmo tempo, desconhecemos o resultado que se obterá uma vez executada a experiência. Trata-se, portanto, de um resultado que não se pode prever;

**iii.** Além disso, as experiências podem ser repetidas tantas vezes quantas forem necessárias, em condições praticamente idênticas.

Todas as atividades que apresentam as características anteriores são chamadas experiências aleatórias. Assim chamamos de **experimento aleatório** todo experimento que, sob condições idênticas, tem resultados imprevisíveis.

ESPAÇO AMOSTRAL

Chamamos de espaço amostral o conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Representaremo o espaço amostral pela letra S.

Exemplos: Vamos determinar o espaço amostral dos experimentos acima:
$S_1 = \{\text{copas, ouro, espada, paus}\}$;
$S_2 = \{0, 1, 2, 3, ..., 9, 10\}$;
$S_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
$S_4 = \{\text{masculino, feminino}\}$;
$S_5 = \{(C, C), (C, K), (K, C), (K, K)\}$.
S pode ser finito ou infinito.

EVENTO

Dado um **espaço amostral**, qualquer **subconjunto** formado será denominado **evento**, indicado pela letra E. Diremos que o evento ocorreu quando, na realização de um experimento aleatório, o resultado obtido pertencer a esse subconjunto. Em particular S e Ø (conjunto vazio) são eventos. S é dito o evento certo e Ø evento impossível.

Se A e B são eventos então:
i) $A \bigcup B$ é o evento que ocorre se ocorre A ou B ocorre ou ambos;
ii) $A \bigcap B$ é o evento que ocorre se A e B ocorrem;
iii) $\overline{A}$ ou $A^C$ é o evento que ocorre se A não ocorre.

Exemplos:

a) Sejam o experimento $E_3$ e seu espaço amostral $S_3$. Seja A o evento ocorrer múltiplo de 2. Então $A = \{2, 4, 6\}$.

b) Seja o experimento $E_5$ e seu espaço amostral $S_5$. Seja B o evento ocorrer pelo menos uma cara. Então $B = \{(C, K), (K, K), (K, C)\}$.

Sendo S finito com n elemento pode-se verificar que $2^n$ é o número total de eventos extraídos de S.

EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS

Dois eventos A e B são denominados mutuamente exclusivos se eles não puderem ocorrer simultaneamente, isto é, $A \bigcap B = \emptyset$

Exemplo: Sejam o experimento $E_3$ e seu espaço amostral $S_3$. Considere os eventos A: ocorrer número par e B: ocorrer número ímpar. Então $A = \{2, 4, 6\}$ , $B = \{1, 3, 5\}$ e $A \bigcap B = \emptyset$.

PROBABILIDADE

Dado um espaço amostral S, a probabilidade de um evento A ocorrer, P(A), é um a função definida em S que associa a cada evento um número real, satisfazendo os seguintes axiomas:

i) $0 \leq P(A) \leq 1$;

ii) $P(S) = 1$;

iii) Se $A \bigcap B = \emptyset$ então $P(A \bigcup B) = P(A) + P(B)$;

iv) Se $A_1, A_2, ..., A_n, ...$, forem dois a dois, eventos mutuamente excludentes, então $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n) + ...$

Principais teoremas

1. $P(\emptyset) = 0$;
2. Se $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$;
3. Se $A \subset B$ então $P(A) \leq P(B)$;
4. $P(A \bigcup B) = P(A) + P(B) - P(A \bigcap B)$;

Probabilidades dos espaços amostrais finitos

Seja um espaço amostral finito $S = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$. A cada evento simples $\{a_i\}$ associamos um número $p_i$ denominada probabilidade de $\{a_i\}$ satisfazendo as seguintes condições:

a) $p_i \geq 0$, $i = 1, 2, ..., n$;

b) $p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$.

Espaços amostrais finitos equiprováveis

Quando nós associamos a cada ponto amostral a mesma probabilidade, o espaço amostral chama-se equiprovável ou uniforme. Em particular se S possui n pontos então a probabilidade de cada ponto será 1/n. Por outro lado, se um evento A contém r pontos então

$$P(A) = r.\frac{1}{n} = \frac{r}{n}$$

Assim definimos:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número total de casos}}$$

Exemplos:

1. Escolha aleatoriamente uma carta de um baralho de 52 cartas. Sejam os eventos: A: a carta é de ouros, e B: a carta é uma figura.
Calcular $P(A), P(B), P(A \bigcap B)$ e $P(A \bigcup B)$.

2.Se P(A) = 1/2, P(B)=1/4 e A e B são mutuamente exclusivos. Calcular:

a) $P(\overline{A})$;

b) $P(\overline{B})$;

c) $P(A \bigcup B)$;

d) $P(\overline{A \bigcup B})$;

e) $P(\overline{A} \bigcap B)$.