LISTA 4 DE CÁLCULO II

1. Calcule as integrais iteradas:

$$a)\int_0^1\int_0^z\int_0^{x+z} 6xz\,dydxdz \qquad b)\int_0^3\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}} ze^y\,dxdzdy$$

2. Calcule as integrais triplas:
   (a) $\int\int\int_E 2xdV$, onde $E=\{(x,y,z)|0\le y\le 2,\ 0\le x\le\sqrt{4-y^2},\ 0\le z\le y\}$
   (b) $\int\int\int_E 6xydV$, onde E está abaixo do plano $z=1+x+y$ e acima da região do plano xy limitada pelas curvas $y=\sqrt{x}$, $y=0$ e $x=1$.
   (c) $\int\int\int_E xyDV$, onde E é o sólido tetraedro com vértices $(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(0,2,0)$ e $(0,03)$.
   (d) $\int\int\int_E xdV$, onde E é limitado pelo parabolóide $x=4y^2+4z^2$ e pelo plano $x=4$.
3. Use a integral tripla para determinar o volume do tetraedro limitado pelos planos coordenados e o plano $2x+3y+6z=12$.
4. Expresse a integral $\int\int\int_E f(x,y,z)\,dV$ como uma integral iterada de seis modos diferentes, onde E é o sólido limitado pelas superfícies dadas.
   (a) $x^2+z^2=4,\ y=0,\ y=6.$
   (b) $z=0,\ z=y,\ x^2=1-y.$
5. Determine o momento de inércia para um cubo com densidade k e lados de comprimento L se um vértice está localizado na origem e três arestas estão nos eixos coordenados.
6. Calcule $\int\int\int_E\sqrt{x^2+y^2}dV$, onde E é a região contida dentro do cilindro $x^2+y^2=16$ e entre os planos $z=-5$ e $z=4$.
7. Calcule $\int\int\int_E ydV$, onde E é o sólido que está entre os cilindros $x^2+y^2=1$ e $x^2+y^2=4$, acima do plano xy e abaixo do plano $z=x+2$.
8. Calcule $\int\int\int_E x^2dV$, onde E é o sólido que está dentro do cilindro $x^2+y^2=1$, acima do plano $z=0$ e abaixo do cone $z^2=4x^2+4y^2$.
9. Determine o volume da região E limitada pelos parabolóides $z=x^2+y^2$ e $z=36-3x^2-3y^2$.
10. Calcule $\int\int\int_B(x^2+y^2+z^2)dV$, onde B é a bola unitária $x^2+y^2+z^2\le 1$.
11. Calcule $\int\int\int_E zdV$, onde E está contido entre as esferas $x^2+y^2+z^2=1$ e $x^2+y^2+z^2=4$ no primeiro octante.
12. Determine o volume e o centróide do sólido E que está acima do cone $z=\sqrt{x^2+y^2}$ e abaixo da esfera $x^2+y^2+z^2=1$.

Respostas:
1. a) 1; b) $(e^3-1)/3$
2. a) 4; b) 65/28; c) 1/10; d) $16\pi/3$.
3. 8;
4. a) $\displaystyle\int_{-2}^{2}\int_{0}^{6}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y,z)\,dzdydx;\quad \int_{0}^{6}\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y,z)\,dzdxdy$

$\displaystyle\int_{-2}^{2}\int_{0}^{6}\int_{-\sqrt{4-z^2}}^{\sqrt{4-z^2}} f(x,y,z)\,dxdydz;\quad \int_{0}^{6}\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-z^2}}^{\sqrt{4-z^2}} f(x,y,z)\,dxdzdy$

$\displaystyle\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{0}^{6} f(x,y,z)\,dydzdx;\quad \int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-z^2}}^{\sqrt{4-z^2}}\int_{0}^{6} f(x,y,z)\,dydxdz$

b) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1-x^2}\int_{0}^{y} f(x,y,z)\,dzdydx;\quad \int_{0}^{1}\int_{\sqrt{1-y}}^{-\sqrt{1-y}}\int_{0}^{y} f(x,y,z)\,dzdxdy$

$\displaystyle\int_{0}^{1}\int_{z}^{1}\int_{\sqrt{1-y}}^{-\sqrt{1-y}} f(x,y,z)\,dxdydz;\quad \int_{0}^{1}\int_{0}^{y}\int_{\sqrt{1-y}}^{-\sqrt{1-y}} f(x,y,z)\,dxdzdy$

$\displaystyle\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1-x^2}\int_{z}^{1-x^2} f(x,y,z)\,dydzdx;\quad \int_{0}^{1}\int_{-\sqrt{1-z}}^{\sqrt{1-z}}\int_{z}^{1-x^2} f(x,y,z)\,dydxdz$

5. $I_x = I_y = I_z = 2kL^5/3$; 6. 384π; 7. 0; 8. $2\pi/5$; 9. 163π; 10. $4\pi/5$;

11. $15\pi/16$; 12. $4\pi(2-\sqrt{3})$; 13. $(2\pi/3)[1-(1/\sqrt{2})]$, $(0,0,3/[8(2-\sqrt{2})])$.