

3ª LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Determinar os zeros reais das seguintes funções quadráticas:

(a) $f(x) = x^2 - 4$;

(b) $f(x) = -2x^2 + 3x$;

(c) $f(x) = x^2 - 2x - 8$;

(d) $f(x) = x^2 + 1$.

2. Resolver as inequações abaixo:

a) $x^2 - 9x + 14 \leq 0$; b) $-x^2 + x - 2 > 0$; c) $4x^2 - 4x + 1 > 0$.

3. Calcular m para que a função $f(x) = x^2 + 6x + m$ seja maior que zero para todo $x \in \mathbb{R}$.

4. Para que valores de m a função $f(x) = 3x^2 + 2x + m$ tem dois zeros reais distintos.

5. Para que valores de m a função $f(x) = (m + 8)x^2 - 6x + m$ possui um zero real duplo?

6. Determinar as imagens das funções abaixo:

a) $f(x) = x^2 + 2x - 1$; b) $f(x) = -2x^2 + 6x - 5$.

7. Diga se cada uma das funções quadráticas abaixo admite máximo ou mínimo. Indique, em cada caso, o ponto de máximo ou de mínimo e o valor máximo ou mínimo.

i) $f(x) = 3x^2 + 6x - 11$; ii) $f(x) = 4 - 2x^2$.

8. Calcular m de modo que o valor máximo de $f(x) = -x^2 + 4x + m$ seja 3.

9. Sabendo que a soma de dois números x e y é 10, calcule os valores de x e y de modo que a soma $x^2 + y^2$ seja mínima.

10. Resolva as seguintes inequações:

(a) $\frac{3x^2}{2} - \frac{24}{25} > 0$

(b) $\frac{x^2 - 1}{3} - \frac{x}{2} < 0$

(c) $8(x^2 - 3) + 1 < 5(x^2 - 1) - 6$

(d) $\frac{x^2}{x - 1} < 4$

(e) $\frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x + 4} > 0$

(f) $(x^2 - 2x - 3)(-x^2 - 3x + 4) > 0$

Respostas:

1. a) $2e - 2$; b) $0e3/2$; c) $4e - 2$; d) Não ha zeros reais.

2. a) $S = [2, 7]$; b) $S = \emptyset$; c) $S = \mathbb{R} - \{1/2\}$.

3. $m > 9$

4. $m < 1/3$

5. $m = 1$ ou $m = -9$

6. a) $Im f = [-2, +\infty)$; b) $Im f = (-\infty, -1/2]$

7. i) admite mínimo; ponto de mínimo é -1 e valor mínimo é -14;
ii) admite máximo; ponto de máximo é 0 e o valor máximo é 4.
8. $m = -1$
9. $x = y = 5$
10. (a) $S = (-\infty, -4/5) \cup (4/5, +\infty)$ (b) $S = (-1/2, 2)$ (c) $S = (-2, 2)$
(d) $S = (-\infty, 1)$ (e) $S = (-\infty, 1) \cup (2, 4) \cup (5, +\infty)$ (f) $S = (-4, -1) \cup (1, 3)$