2ª LISTA DE EXERCÍCIOS

Conteúdo: Funções do 1º grau, A reta no $\mathbb{R}^2$, Funções quadráticas e Funções modulares.

1. Seja f a função do 1º grau tal que $f(3) = 0$ e $f(0) = -1$. Calcule o valor de $f(6)$.

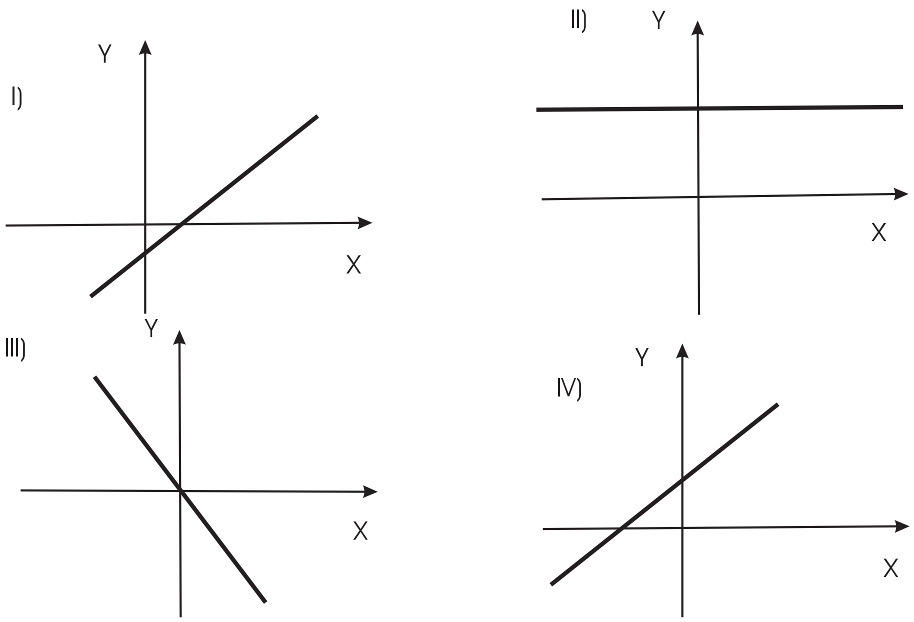
2. Classifique as funções abaixo em crescentes ou decrescentes:

   (a) $f(x) = x - 3$;

   (b) $f(x) = -\dfrac{x}{2} + 1$;

   (c) $f(x) = \dfrac{2x+1}{3} - \dfrac{3x+5}{4}$.

3. Os gráficos abaixo representam funções $f(x) = ax + b$. Determine, em cada item, os sinais de a e b.



Nos exerícios 4 à 8, encontrar a equação da reta que satisfaça as condições dadas.

4. Passa pelo ponto $(-3, -4)$ e é paralela ao eixo dos x;

5. Passa pelo ponto $(1, -7)$ e é paralela ao eixo dos y;

6. Passa pelos pontos $(1,3)$ e $(2,-2)$;
7. Passa por $(-2,-5)$ e tem inclinação $\sqrt{3}$;
8. Passa pela origem e divide ao meio o ângulo entre os eixos no segundo e no quarto quadrantes;
9. Dada a reta r com equação $2x-5y=10$ e o ponto $P(5,1)$, encontrar a equação da reta que passe por P e:

   a) seja paralela à reta r;

   b) seja perpendicular à reta r.
10. Determinar os zeros das seguintes funções:

    (i) $f(x)=2x-1$;

    (ii) $f(x)=5x+10$;
11. Estudar o sinal das funções abaixo:

    $(i)\ f(x)=-x+3$; $\quad (ii)\ f(x)=5x+10$;

    $(iii)\ f(x)=(x+3)^2-(x-2)^2$; $\quad (iv)\ f(x)=(x+1)(x-3)$;

    $(v)\ f(x)=\dfrac{-x+1}{x-2}$.
12. Resolver a inequação $(1-x)(1+x)\geq 0$.
13. Determinar o domínio das seguintes funções definidas por:

    $$(a)\ f(x)=\sqrt{(2x-1)(x+3)}; \qquad (b)\ f(x)=\sqrt{\frac{1-2x}{2x-3}}.$$
14. Resolva as inequações:

    $$(i)\ \frac{x+3}{-3x+2}\leq 0; \qquad (ii)\ \frac{x-5}{2x-4}\geq 1$$
15. Determinar os zeros reais das seguintes funções quadráticas:

    $(a)\ f(x)=x^2-4$; $\quad (b)\ f(x)=-2x^2+3x$; $\quad (c)\ f(x)=x^2-2x-8$;

    $(d)\ f(x)=x^2+1$; $\quad (e)\ f(x)=x^2+4x+4$; $\quad (f)\ f(x)=x^2+x+1$.
16. Resolver as inequações abaixo:

    $$a)\ x^2-9x+14\leq 0; \quad b)\ -x^2+x-2>0; \quad c)\ 4x^2-4x+1>0.$$

17. Calcular m para que a função $f(x) = x^2 + 6x + m$ seja maior que zero para todo $x \in IR$

18. Para que valores de m função $f(x) = 3x^2 + 2x + m$ tem dois zeros reais distintos?

19. Para que valores de m a função $f(x) = (m + 8)x^2 - 6x + m$ possui um zero real duplo?

20. Determine o domínio das seguintes funções:

    a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 12}$; *b)* $g(x) = \sqrt{-x^2 + 10x - 24}$.

21. Determinar as imagens das funções a abaixo:

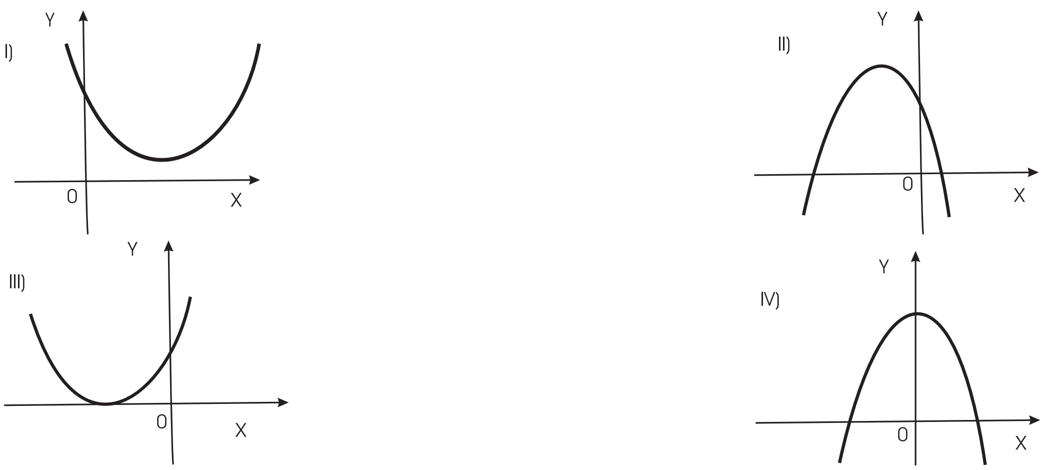
    a) $f(x) = x^2 + 2x - 1$; *b)* $f(x) = -2x^2 + 6x - 5$.

22. Diga se cada uma das funções quadráticas abaixo admite máximo ou mínimo. Indique, em cada caso, o ponto de máximo ou de mínimo e o valor máximo ou mínimo.

    a) $f(x) = 3x^2 + 6x - 11$; *b)* $f(x) = 4 - 2x^2$.

23. Calcular m de modo que o valor máximo de $f(x) = -x^2 + 4x + m$ seja 3.

24. Os gráficos abaixo representam funções $f(x) = ax^2 + bx + c$. Determine, em cada caso, os sinais de a, b, c e Δ.



25. Sabendo que a soma de dois números x e y é 10, calcule os valores de x e y de modo que a soma $x^2 + y^2$ seja mínima.

26. Resolva, com auxílio da interpretação geométrica do módulo, as equações e inequações a seguir:

    $(a)\ |x| = 1;$ $(b)\ |x| > 5;$ $(c)\ |x| \leq 2;$

    $(d)\ |x| \geq 3;$ $(e)\ 1 \leq |x| \leq 3;$ $(f)\ |4x + 3| = 7;$

    $(g)\ |5x - 3| = |3x + 5|;$ $(h)\ |x^2 - 5x + 5| = 1;$ $(i)\ |x + 4| \leq 7;$

    $(j)\ |3x - 4| \leq 2;$ $(k)\ |3x - 5| \geq -1;$ $(l)\ |3x + 1| > 1.$

27. Esboce os gráficos das funções abaixo, determinando seu domínio e imagem.

    $(a)\ f(x) = |x|;$ $(b)\ f(x) = |x| + 1;$ $(c)\ f(x) = \dfrac{x}{|x|};$ $(d)\ f(x) = |x + 2|.$

RESPOSTAS:

1) 1; 2) a) crescente; b) decrescente; c) decrescemte;

3) $(I)\ a > 0\ e\ b < 0;$ $(II)\ a = 0\ e\ b > 0;$ $(III)\ a < 0\ e\ b = 0;$ $(IV)\ a > 0\ e\ b > 0;$

4) $y = -4;$ 5) $x = 1;$ 6) $y + 5x - 8 = 0;$ 7) $y - \sqrt{3}(x + 2) + 5 = 0;$ 8) $x + y = 0;$ 9) $a)\ 5y - 2x + 5 = 0$ $b)\ 2y + 5x = 27$

10) $(i) 1/2;$ $(ii)\ -2;$

11) $(i)\ f(x) > 0\ se\ x < 3,\ f(x) < 0\ se\ x > 3,\ f(x) = 0\ se\ x = 3;$

$(ii)\ f(x) > 0\ se\ x > -2,\ f(x) < 0\ se\ x < -2,\ f(x) = 0\ se\ x = -2;$

$(iii)\ f(x) > 0\ se\ x > -1/2,\ f(x) < 0\ se\ x < -1/2,\ f(x) = 0\ se\ x = -1/2;$

$(iv)\ f(x) > 0\ se\ x < -1\ ou\ x > 3,\ f(x) < 0\ se\ -1 < x < 3,\ f(x) = 0\ se\ x = -1\ ou\ x = 3;$

$(v)\ f(x) > 0\ se\ 1 < x < 2,\ f(x) < 0\ se\ x < 1\ ou\ x > 2,\ f(x) = 0\ se\ x = 1;$ Para $x = 2, f(x)$ não é definida.

12) $S = \{x \in I\!R / -1 \leq x \leq 1\} = [-1, 1];$

13) $(a)\ Dom\, f = \left\{x \in I\!R / x \leq -3 \vee x \geq \dfrac{1}{2}\right\} = (-\infty, -3] \bigcup \left[\dfrac{1}{2}, +\infty\right);$

$(b)\ Dom\, f = \left\{x \in I\!R / \dfrac{1}{2} \leq x < \dfrac{3}{2}\right\} = \left[\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right).$

14) $(i)\ S = \left\{x \in I\!R / x \leq -3 \vee x > \dfrac{2}{3}\right\} = (-\infty, -3] \bigcup \left[\dfrac{2}{3}, +\infty\right);$

(ii) $S = \{x \in lR / -1 < x < 2\} = (-1, 2)$.

15) $a)$ 2 e $-$ 2; $b)$ 0 e 3/2; $c)$ 4 e $-$ 2; $d)$ Não há zeros reais; $e)$ -2; $f)$ Não há zeros reais.

16) $a) S = [2, 7]$; $b) S = \emptyset$; $c) S = IR - \{1/2\}$.

17) $m > 9$; 18) $m < 1/3$; 19) $m = 1$ ou $m = -9$;

20) $a)$ $Dom\, f = (-\infty, 3] \bigcup [4, +\infty)$; $b)$ $Dom\, f = [4, 6]$;

21) $a) Imf = [-2, +\infty[$ $b)$ $] - \infty, -1/2]$.

22) $a)$ Admite mímimo; ponto de mímimo é -1 e o valor mínimo é -14;
$b)$ Admite máximo; ponto de máximo é 0 e o valor máximo é 4;

23) $m = -1$;

24) $i)$ $a > 0,\ b < 0,\ c > 0\ e\ \Delta < 0$; $ii)$ $a < 0,\ b < 0,\ c > 0\ e\ \Delta > 0$;
$iii)$ $a > 0,\ b > 0,\ c > 0\ e\ \Delta = 0$; $iv)$ $a < 0,\ b = 0,\ c > 0\ e\ \Delta > 0$.

25) $x = y = 5$;

26) $a)$ $S = \{-1, 1\}$; $b)$ $S = (\infty, -5) \bigcup (5, +\infty)$; $c)$ $S = [-2, 2]$; $d)$ $(-\infty, -3] \bigcup [3, +\infty)$; $e)$ $S = [-3, -1] \bigcup [1, 3]$; $f)$ $S = \{1, -5/2\}$; $g)$ $S = \{-1/4, 4\}$; $h)$ $S = \{1, 2, 3, 4\}$; $i)$ $S = (-11, 3)$; $j)$ $S = [2/3, 2]$; $k)$ $S = lR$; $l)$ $S = (-\infty, -2/3) \bigcup (0, +\infty)$.

27)

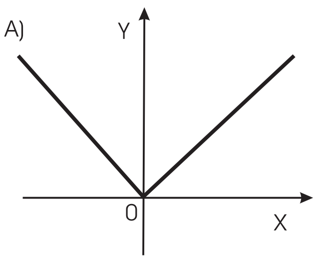


Figura 1: $Dom\, f = lR$ e $Im\, f = lR_+$

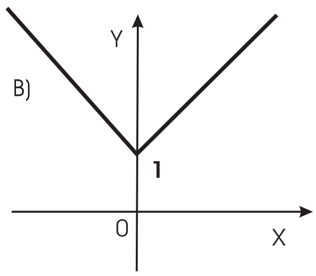


Figura 2: $Dom\, f = lR$ e $Im\, f = [1, +\infty)$

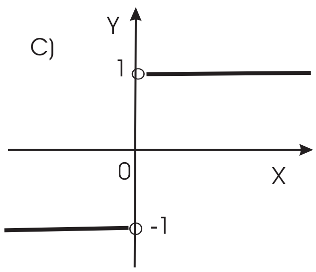


Figura 3: $Dom\, f = lR^*$ e $Im\, f = \{-1, 1\}$

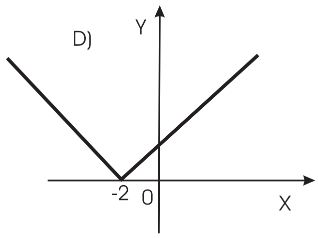


Figura 4: $Dom\, f = lR$ e $Im\, f = [0, +\infty)$