LISTA 2 DE CVGA - Profs. Edézio e Simone

1. Determinar o vetor $\overrightarrow{v}$ paralelo ao vetor $\overrightarrow{u} = (2, -1, 3)$ tal que $\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{u} = -42$

2. Determinar o vetor $\overrightarrow{v}$,em lR^3, sabendo que $|\overrightarrow{v}| = 5$, $\overrightarrow{v}$ é ortogonal ao eixo Ox, $\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{w} = 6$ e $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$.

3. Sabendo que $|\overrightarrow{u}| = 2$, $|\overrightarrow{v}| = 3$ e $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = -1$, calcular

   a) $(\overrightarrow{u} - 3\overrightarrow{v}) \cdot \overrightarrow{u}$ *c*) $(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) \cdot (\overrightarrow{v} - 4\overrightarrow{u})$

   b) $(2\overrightarrow{v} - \overrightarrow{u}) \cdot (2\overrightarrow{v})$ *d*) $(3\overrightarrow{u} + 4\overrightarrow{v}) \cdot (-2\overrightarrow{u} - 5\overrightarrow{v})$

4. Provar que os pontos $A(-1, 2, 3)$, $B(-3, 6, 0)$ e $C(-4, 7, 2)$ são vértices de um triângulo retângulo.

5. Determinar o vetor $\overrightarrow{u}$ tal que $|\overrightarrow{u}| = 2$, o ângulo entre $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v} = (1, -1, 0)$ é $45°$ e $\overrightarrow{u}$ é ortogonal a $\overrightarrow{w} = (1, 1, 0)$.

6. Seja o vetor $\overrightarrow{v} = (2, -1, 1)$. Obter:

   a) um vetor ortogonal a $\overrightarrow{v}$;

   b) um vetor unitário ortogonal a $\overrightarrow{v}$;

   c) um vetor de módulo 4 ortogonal a $\overrightarrow{v}$.

7. Sendo $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$, $|a| = 6$ e $\left|\overrightarrow{b}\right| = 8$, calcular $\left|\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}\right|$ e $\left|\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}\right|$.

8. Seja o triângulo de vértices $A(3, 4, 4)$, $B(2, -3, 4)$ e $C(6, 0, 4)$. Determinar o ângulo interno ao vértice B. Qual o ângulo externo ao vértice B?

9. Se $|\overrightarrow{u}| = 4$, $|\overrightarrow{v}| = 2$ e $120°$ o ângulo entre os vetores $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$, determinar o ângulo entre $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$.

10. Os ângulos diretores de um vetor $\overrightarrow{a}$ são $45°, 60°$ e $120°$ e $|\overrightarrow{a}| = 2$. Determinar $\overrightarrow{a}$.

11. Os ângulos diretores de um vetor podem ser de $45°, 60°$ e $90°$? Justificar.

12. Determinar um vetor unitário ortogonal ao eixo Oz e que forme $60°$ com o vetor $\overrightarrow{i}$.

13. Determinar o vetor $\overrightarrow{a}$ de módulo 5, sabendo que é ortogonal ao eixo Oy e ao vetor $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{k}$, e forma ângulo obtuso com o vetor $\overrightarrow{i}$.

14. Dados os vetores $\overrightarrow{u} = (3, 0, 1)$ e $\overrightarrow{v} = (-2, 1, 2)$, determinar $\mathrm{proj}_{\overrightarrow{v}}\overrightarrow{u}$ e $\mathrm{proj}_{\overrightarrow{u}}\overrightarrow{v}$. Determinar os vetores projeção de $\overrightarrow{v} = 4\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j} + 2\overrightarrow{k}$ sobre os eixos cartesianos x, y e z.

15. Dados os vetores $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$ e $\overrightarrow{v} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$, determinar o módulo e o ângulo que os seguintes vetores forma com o vetor $\overrightarrow{i}$:

    a) $\overrightarrow{u}$ *c*) $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ *e*) $\overrightarrow{v} - \overrightarrow{u}$

    b) $\overrightarrow{v}$ *d*) $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$

16. Determinar um vetor simultaneamente ortogonal aos vetores $\overrightarrow{u}+2\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{v}-\overrightarrow{u}$, sendo $\overrightarrow{u}=(-3,2,0)$ e $\overrightarrow{v}=(0,-1,-2)$.

17. Dados os vetores $\overrightarrow{u}=(1,1,0)$ e $\overrightarrow{v}=(-1,1,2)$, determinar:

    a) um vetor unitário simultaneamente ortogonal a $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$;

    b) um vetor de módulo 5 simultaneamente ortogonal a $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$.

18. Determinar $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$, sabendo que $|\overrightarrow{u}\times\overrightarrow{v}|=12$, $|\overrightarrow{u}|=13$ e $\overrightarrow{v}$ é unitário.

19. Dados os vetores $\overrightarrow{u}=(3,-1,2)$ e $\overrightarrow{v}=(-2,2,1)$, calcular:

    a) a área do paralelogramo determinado por $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$;

    b) a altura do paralelogramo relativa à base definida pelo vetor $\overrightarrow{v}$.

20. Mostrar que o quadrilátero ABCD de vértices $A\,(4,1,2)$, $B\,(5,0,1)$, $C\,(-1,2,-2)$ e $D\,(-2,3,-1)$ é um paralelogramo e calcular sua área.

Respostas:

1. $(-6,3,-9)$
2. $(0,3,4)$ ou $(0,3,-4)$
3. $a)$ 7, $b)$ 38, $c)$ -4, $d)$ -181.
4. $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=0$
5. $\left(1,-1,\sqrt{2}\right)$ ou $\left(1,-1,-\sqrt{2}\right)$
6. a) Dentre os infinitos possíveis: $(1,1,-1)$

   b) Um deles: $\left(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}},-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

   c) Um deles: $\left(\frac{4}{\sqrt{3}},\frac{4}{\sqrt{3}},-\frac{4}{\sqrt{3}}\right)$
7. 10 e 10
8. $45°$ e $135°$
9. arc $\cos\frac{3}{\sqrt{21}}\cong 49°6'$
10. $\overrightarrow{a}=\left(\sqrt{2},1,-1\right)$
11. Não pois, $\cos^2 45^o+\cos^2 60^o+\cos^2 90^o\neq 1$
12. $\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0\right)$ ou $\left(\frac{1}{2},\frac{-\sqrt{3}}{2},0\right)$
13. $\overrightarrow{a}=\left(-2\sqrt{5},0,-\sqrt{5}\right)$
14. $\left(\frac{8}{9},\frac{-4}{9},\frac{-8}{9}\right)$ e $\left(-\frac{6}{5},0,-\frac{2}{5}\right)$; $4\overrightarrow{i}$, $-3\overrightarrow{j}$, $2\overrightarrow{k}$
15. $a)$ $\sqrt{2}$, $45°$ $b)$ $\sqrt{5}$, $\arccos(\dfrac{2}{\sqrt{5}})$ $c)$ 3, 0^o $d)$ $\sqrt{5}$, arccos $\left(\dfrac{-1}{\sqrt{5}}\right)$ $e)$ $\sqrt{5}$, arccos $\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)$.

16. Um deles: $(\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}) \times (\overrightarrow{v} - \overrightarrow{u}) = (-12, -18, 9)$
17. a) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ou $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

    b) $\left(\frac{5}{\sqrt{3}}, -\frac{5}{\sqrt{3}}, \frac{5}{\sqrt{3}}\right)$ ou $\left(-\frac{5}{\sqrt{3}}, \frac{5}{\sqrt{3}}, -\frac{5}{\sqrt{3}}\right)$
18. 5 ou -5
19. a) $3\sqrt{10}$ b) $\sqrt{10}$
20. $\sqrt{122}$