

1ª LISTA DE EXERCÍCIOS
Conteúdo: Funções

1. Sendo $f(x) = (x - 3)^3$, calcule:

a) $f(2)$; *b)* $f(0)$; *c)* $f(-2)$; *d)* $-f(-1)$; *e)* $f(2x + 1)$.

2. Dado $f(x + 1) = \frac{x + 1}{x - 1}$, determine o valor de $f(3)$.

3. Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \text{ é racional} \\ -1, & \text{se } x \text{ é irracional} \end{cases}$$

Determine: $f(1/2)$, $f(\pi)$, $f(2,1313\dots)$ e $f(\sqrt{2})$.

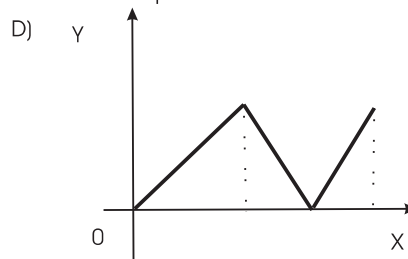
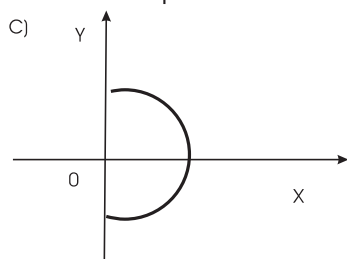
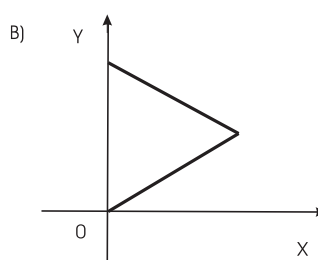
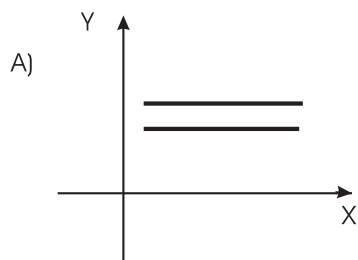
4. Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & \text{se } x > 3 \\ x^2 - 2, & \text{se } -2 \leq x \leq 3 \\ 2x + 3, & \text{se } x < -2 \end{cases}$$

Determine:

i) $f(2)$; *ii)* $f(0)$; *iii)* $f(-1)$; *iv)* $f(-3)$.

5. Qual dos seguintes gráficos define uma função:



6. Uma função f associa a cada número natural n a raiz quadrada positiva do menor quadrado perfeito maior que n . Calcule $f(10) + f(15) + f(25)$.
7. Seja f a função definida por $f(x) = \frac{x^2 + 8x}{x^3 + x^2}$. Determine o domínio de f .
8. Determine o domínio e a imagem e esboce o gráfico das seguintes funções:
- a) $f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq -1 \\ -2, & -1 < x < 1 \\ 3, & x \geq 1 \end{cases}$
- b) $f(x) = \begin{cases} x + 5, & x \neq 2 \\ 1, & x = 2 \end{cases}$
- c) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$.
9. Determine o domínio e a imagem das seguintes funções:
- a) $g(x) = 3x - 1$; b) $f(x) = x^2$; c) $k(x) = \frac{1}{x}$;
d) $T(x) = \frac{1}{x + 1}$; e) $g(x) = \frac{1}{x^2}$; f) $y = \sqrt{x}$;
g) $y = \sqrt{x - 1}$; h) $h(x) = \sqrt{4 - x^2}$; i) $M(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$;
j) $G(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 1}$.
10. Sejam as funções $f(x) = 5x$ e $g(x) = 3x^2$. Determine as compostas $f \circ g$ e $g \circ f$.
11. Dados $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = x - 1$ funções reais. Determine $(g \circ f)(y - 1)$.
12. Sendo $f(x) = \frac{1 - x}{1 + x}$ ($x \neq -1$), calcule $f(f(f(2)))$.
13. Considere a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3, & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 5, & \text{se } 1 < x \leq 4 \\ x - 4, & \text{se } x > 4 \end{cases}$$

Determine o valor de $f(f(f(2)))$,

14. Determine a função inversa das seguintes funções:

$$i) f(x) = 3x; \quad ii) f(x) = 3x - 2;$$

$$iii) f(x) = x^5 - 1; \quad iv) f(x) = \frac{2x - 1}{3x + 2}.$$

15. Determine o conjunto imagem da inversa da função $f(x) = \frac{5}{x^3 - x}$.

Sugestão: Observe que $(x, y) \in f$ se, e somente se, $(y, x) \in f^{-1}$.

RESPOSTAS:

1) a) -1 ; b) -27 ; c) -125 ; d) 64 ; e) $(2x - 2)^3$.

2) 3 ; 3) $f(1/2) = 1$, $f(\pi) = -1$; $f(2, 1313\dots) = 1$; $f(\sqrt{2}) = -1$.

4) i) 2 ; ii) -2 ; iii) -1 ; iv) -3 . 5) d ; 6) 14 ; 7) $\mathbb{R} - \{0, -1\}$;

8) a) $Dom f = \mathbb{R}$ e $Im f = \{-2, 2, 3\}$; b) $Dom f = \mathbb{R}$ e $Im f = \mathbb{R} - \{7\}$;

c) $Dom f = \mathbb{R} - \{3\}$ e $Im f = \mathbb{R} - \{6\}$;

9) a) $Dom g = \mathbb{R}$ e $Im g = \mathbb{R}$; b) $Dom f = \mathbb{R}$ e $Im f = \mathbb{R}_+$;

c) $Dom k = \mathbb{R}^*$ e $Im k = \mathbb{R}^*$; d) $Dom T = \mathbb{R} - \{-1\}$ e $Im T = \mathbb{R}^*$;

e) $Dom g = \mathbb{R}^*$ e $Im g = \mathbb{R}_+$; f) $Dom y = [0, +\infty)$ e $Im y = [0, +\infty)$;

g) $Dom y = [1, +\infty)$ e $Im y = [0, +\infty)$; h) $Dom h = [-2, 2]$ e $Im h = [0, 2]$;

i) $Dom M = \mathbb{R} - \{-1\}$ e $Im M = \mathbb{R}^*$; j) $Dom G = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ e

$Im G = \mathbb{R} - \{0, 1/2\}$.

10) $(f \circ g)(x) = 15x^2$ e $(g \circ f)(x) = 75x^2$; 11) $(y - 1)^2$; 12) $-1/3$; 13) 1 ;

14) i) $f^{-1}(x) = \frac{x}{3}$; ii) $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$ iii) $f^{-1}(x) = \sqrt[5]{x+1}$;

iv) $f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{2-3x}$.

15) $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$.