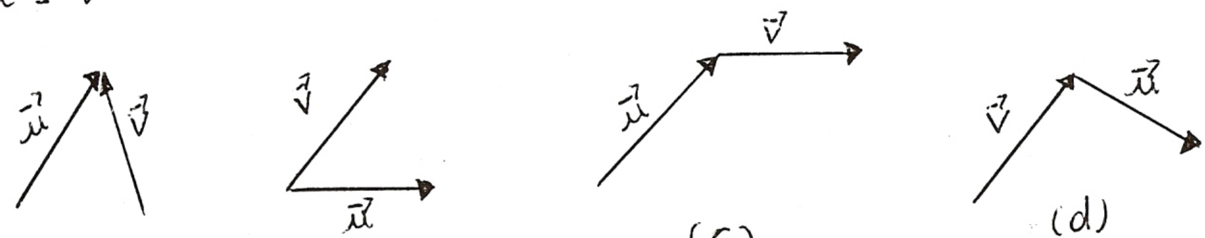
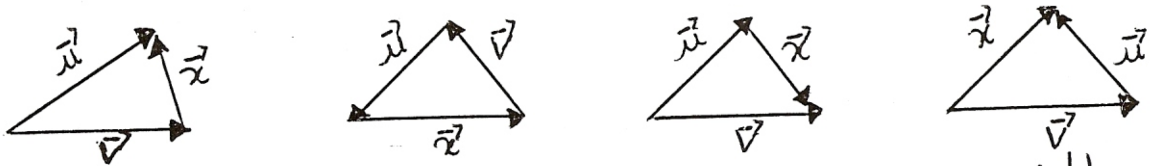
LISTA 1 DE CVGA

1. Apresentar, graficamente, um representante do vetor $\vec{u} - \vec{v}$ nos casos:



(a) (b) (c) (d)

2. Determinar o vetor $\vec{x}$ nas figuras:



(a) (b) (c) (d)

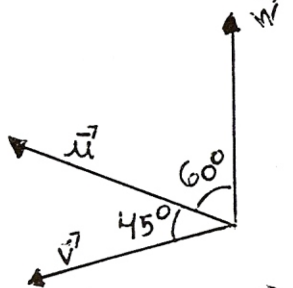
3. Sabendo que o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é de 60°, determinar o ângulo formado pelos vetores

a) $\vec{u}$ e $-\vec{v}$; b) $-\vec{u}$ e $2\vec{v}$; c) $-\vec{u}$ e $-\vec{v}$; d) $3\vec{u}$ e $5\vec{v}$.

4. Dados os vetores coplanares $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ representados na figura abaixo, determinar:

a) o ângulo entre os vetores $-3\vec{v}$ e $\vec{w}$;

b) o ângulo entre os vetores $-2\vec{u}$ e $-\vec{w}$.



5. Dados os vetores $\vec{u} = (3, -1)$ e $\vec{v} = (-1, 2)$, determinar o vetor $\vec{x}$ tal que

a) $4(\vec{u} - \vec{v}) + \frac{1}{3}\vec{x} = 2\vec{u} - \vec{x}$;

b) $3\vec{x} - (2\vec{v} - \vec{u}) = 2(4\vec{x} - 3\vec{u})$.

6. Dados os vetores $\vec{u} = (2, -4)$, $\vec{v} = (5, 1)$ e $\vec{w} = (-12, 6)$, determinar a_1 e a_2 tais que $\vec{w} = a_1\vec{u} + a_2\vec{v}$.

7- Dados os pontos $A(3,-4)$ e $B(-1,1)$ e o vetor $\vec{v} = (-2,3)$, calcular $=(-2,3)$

a) $(B-A)+2\vec{v}$;
c) $B+2(B-A)$;
b) $(A-B)-\vec{v}$;
d) $3\vec{v}-2(A-B)$.

8- Sejam os pontos $A(-5,1)$ e $B(1,3)$. Determinar o vetor $\vec{v}=(a,b)$ tal que

a) $B = A+2\vec{v}$;

b) $A = B+3\vec{v}$.

9. Qual o ponto inicial do segmento orientado que representa o vetor $\vec{v} = (-1,3)$, sabendo que sua extremidade está em $(3,1)$?

10- Encontrar o vértice oposto a B, no paralelogramo ABCD, para

a) $A(-3,-1)$, $B(4,2)$ e $C(5,5)$;

b) $A(5,1)$, $B(7,3)$ e $C(3,4)$.

11- Sendo $A(-2,3)$ e $B(6,-3)$ extremidades de um segmento, determinar

a) os pontos C, D e E que dividem o segmento AB em quatro partes de mesmo comprimento;

b) os pontos F e G que dividem o segmento AB em três partes de mesmo comprimento.

12- O ponto P pertence ao segmento de extremos $A(x_1,y_1)$ e $B(x_2,y_2)$ e a distância dele ao ponto A é a terça parte da distância dele ao ponto B. Expressar as coordenadas de P em função das coordenadas de A e B.

13.. Dados os vetores $\vec{u}=(1,-1)$, $\vec{v}=(-3,4)$ e $\vec{w}=(8,-6)$, calcular

a) $|\vec{u}|$;
b) $|\vec{v}|$;
c) $|\vec{w}|$;
d) $|\vec{u}+\vec{v}|$;
e) $|2\vec{u}-\vec{w}|$;
f) $|\vec{w}-3\vec{u}|$;
g) $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$;
h) $\left|\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}\right|$.

14. Calcular os valores de a para que o vetor $\vec{u}=(a,-2)$ tenha módulo 4.

15. Calcular os valores de a para que o vetor $\vec{u}=(a,\frac{1}{2})$ seja unitário.

16- Encontrar um ponto P do eixo OX de modo que a sua distância ao ponto $A(2,-3)$ seja igual a 5.

17- Dado o vetor $\vec{v} = (1,-3)$, determinar o vetor paralelo a $\vec{v}$ que tenha:

a) sentido contrário ao de $\vec{v}$ e duas vezes o módulo de $\vec{v}$;

b) o mesmo sentido de $\vec{v}$ e módulo 2;

c) sentido contrário ao de $\vec{v}$ e módulo 4.

18- Determinar o vetor $\vec{v}$ paralelo ao vetor $\vec{u} = (2,-1)$ tal que $\vec{v} \cdot \vec{u} = -20$.

19- Determinar o vetor $\vec{v}$ sabendo que $|\vec{v}| = 5$, $\vec{v}$ é ortogonal ao eixo OX, $\vec{v} \cdot \vec{w} = 6$ e $\vec{w} = \vec{i} + 2\vec{j}$.

20- Sabendo que $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$ e $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$, calcular

a) $(\vec{u} - 3\vec{v}) \cdot \vec{u}$

b) $(2\vec{v} - \vec{u}) \cdot (2\vec{v})$

c) $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{v} - 4\vec{u})$

d) $(3\vec{u} + 4\vec{v}) \cdot (-2\vec{u} - 5\vec{v})$

21- Seja o vetor $\vec{v} = (2,-1)$. Obter:

a) um vetor ortogonal a $\vec{v}$;

b) um vetor unitário ortogonal a $\vec{v}$;

c) um vetor de módulo 4 ortogonal a $\vec{v}$.

22- Sendo $\vec{a} \perp \vec{b}$, $|\vec{a}| = 6$ e $|\vec{b}| = 8$, calcular $|\vec{a} + \vec{b}|$ e $|\vec{a} - \vec{b}|$.

23- Seja o triângulo de vértices $A(3,4)$, $B(2,-3)$ e $C(6,0)$. Determinar o ângulo interno ao vértice B. Qual o ângulo externo ao vértice B?

24- Se $|\vec{u}| = 4$, $|\vec{v}| = 2$ e 120° o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determinar o ângulo entre $\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - \vec{v}$.

Respostas:

2 - (a) $\vec{u} - \vec{v}$;
(b) $-\vec{u} - \vec{v}$;
(c) $\vec{v} - \vec{u}$;
(d) $\vec{u} + \vec{v}$.

3 - (a) 120°;
(b) 120°;
(c) 60°;
(d) 60°.

4 - (a) 75°;
(b) 60°.

5 - (a) $\left(-\frac{15}{2}, \frac{15}{2}\right)$;
(b) $\left(\frac{23}{5}, -\frac{11}{5}\right)$.

6 - $a_1 = -1$ e $a_2 = 2$

7 - (a) $(-8, 11)$;
(b) $(6, -8)$;
(c) $(-9, 11)$;
(d) $(-14, 19)$.

8 - (a) $\vec{v} = (3, 1)$;
(b) $\vec{v} = \left(-2, -\frac{2}{3}\right)$.

9 - $(4, -2)$.

10 - $D(-2, 2)$ e $D(1, 2)$.

11 - (a) $C(0, 3/2)$; $D(2, 0)$; $E(4, -3/2)$
(b) $F(2/3, 1)$; $G(10/3, -1)$.

12 - $P\left(\frac{3}{4}x_1 + \frac{x_2}{4}, \frac{3}{4}y_1 + \frac{y_2}{4}\right)$.

13 - (a) $\sqrt{2}$;
(b) 5;
(c) 10;
(d) $\sqrt{13}$;
(e) $2\sqrt{13}$;
(f) $\sqrt{34}$;
(g) $(-3/5, 4/5)$;
(h) 1.

14 - $\pm 2\sqrt{3}$.

15 - $\pm \sqrt{3}/2$.

16 - $(6, 0)$ ou $(-2, 0)$.

17 - (a) $(-2, 6)$;
(b) $(2/\sqrt{10}, -6/\sqrt{10})$;
(c) $(-4/\sqrt{10}, 12/\sqrt{10})$.

18 - $(-8, 4)$

19 - $(0, 3, 4)$ ou $(0, 3, -4)$

20 - a) 7; b) 38; c) −4; d) −181.

21 - a) Dentre os infinitos possíveis: $(1, 2$
b) um deles: $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$
c) um deles: $\left(\frac{4}{\sqrt{5}}, \frac{8}{\sqrt{5}}\right)$

22 - 10 e 10

23 - 45° e 135°

24 - $\arccos \frac{3}{\sqrt{21}} \cong 49^\circ 6'$

25 - $\left(\frac{12}{5}, -\frac{6}{5}\right)$ e $(-2, 0)$; $4\vec{i}$, $-3\vec{j}$

26 - a) $\sqrt{2}$, 45° b) $\sqrt{5}$, $\arccos\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$
c) 3, 0° d) $\sqrt{5}$, $\arccos\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right)$
e) $\sqrt{5}$, $\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

25- Dados os vetores $\vec{u} = (3,0)$ e $\vec{v} = (-2,1)$, determinar $proj_{\vec{v}}\vec{u}$ e $proj_{\vec{u}}\vec{v}$. Determinar os vetores projeção de $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ sobre os eixos cartesianos x e y.

26- Dados os vetores $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j}$ e $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$, determinar o módulo e o ângulo que os seguintes vetores formam com o vetor $\vec{i}$:

a) $\vec{u}$

b) $\vec{v}$

c) $\vec{u} + \vec{v}$

d) $\vec{u} - \vec{v}$

e) $\vec{v} - \vec{u}$