

LISTA 1 DE CÁLCULO I - Prof. Edézio

1. Encontre a equação da reta normal à curva $y = \frac{2}{(x^2 - 2x - 4)^2}$ no ponto (3, 2).

2. Derive as funções abaixo:

$$a) f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 1 \quad h) F(x) = (x^2 + 4x - 5)^3$$

$$b) f(x) = \frac{1}{8}x^8 - x^4 \quad i) f(x) = (x + 4)^{-2}$$

$$c) V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad j) g(x) = (2x - 5)^{-1}(4x + 3)^{-2}$$

$$d) F(x) = x^2 + 3x + \frac{1}{x^2} \quad k) f(x) = (3x + 5)^{2/3}$$

$$e) f(s) = \sqrt{3}(s^3 - s^2) \quad l) g(x) = \sqrt{\frac{2x - 5}{3x + 1}}$$

$$f) f(x) = \frac{x^2 - a^2}{x^2 + a^2} \quad m) h(x) = \frac{\sqrt{x - 1}}{\sqrt[3]{x + 1}}$$

$$g) h(x) = (3x + 2)^2(x^2 - 1) \quad n) f(x) = \sqrt{9 + \sqrt{9 - x}}$$

3. Encontre a equação da reta normal à curva $y = x\sqrt{16 + x^2}$ na origem.

4. Derive as funções abaixo (sugestão: $|a| = \sqrt{a^2}$):

$$a) f(x) = |x^2 - 4| \quad b) g(x) = |x|^3$$

5. Derive as funções abaixo:

$$a) f(x) = \log_8(\ln x) \quad e) f(x) = \arcsen(3x)$$

$$b) f(x) = 3\cos(2x) \quad f) f(x) = \operatorname{arccotg}(3x^2)$$

$$c) f(x) = \frac{\operatorname{sen}(2x)}{\operatorname{tg} x} \quad g) f(x) = \operatorname{arctg}(1/x)$$

$$d) f(x) = \cos(\operatorname{sen} x)$$

6. Sejam $y = f(x)$ funções deriváveis, definidas implicitamente pelas equações abaixo. Calcule suas respectivas derivadas.

$$a) x^3 + 3x^2y^4 + y^3 = 6x + 1$$

$$b) x^2 + xy + x\operatorname{sen} y = y\operatorname{sen} x$$

7. Determine a equação da reta tangente e a equação da reta normal ao gráfico da função implícita, definida por $y^{1/2} + y^{1/3} + y^{1/4} = 7xy$, no ponto (3/7, 1).

8. Seja $y = x^2$, determine as retas tangentes à curva, nos pontos $x = \pm 3$.

9. Usando derivação implícita calcule y' :

$$a) x^3 + y^3 = 5 \quad c) y^3 = \frac{x-y}{x+y}$$

$$b) x^3 + x^2y + y^2 = 0 \quad d) e^y = x + y$$

10. Calcule as seguintes derivadas sucessivas, até a ordem n dada:

$$a) y = 3x^4 - 2x, n = 5 \quad c) y = \sqrt{3 - x^2}, n = 2$$

$$b) y = 3x^4 - 2x, n = 4 \quad d) y = e^{2x+1}, n = 3$$

11. Se $y = xe^{2x}$, verifique que

$$y'' - 4y = 4e^{2x}.$$

Respostas:

1. $x + 16y - 35 = 0$

$$2. \left\{ \begin{array}{ll} a) 3x^2 - 6x + 5 & h) 6(x+2)(x^2 + 4x + 5)^2 \\ b) x^7 - 4x^3 & i) -2(x+4)^{-3} \\ c) 4\pi r^2 & j) 2(-12x+17)(2x-5)^{-2}(4x+3)^{-3} \\ d) 2x + 3 - \frac{2}{x^3} & k) 2(3x+5)^{-1/3} \\ e) 3\sqrt{3}s^2 - 2\sqrt{3}s & l) \frac{17}{2\sqrt{(2x-5)(3x+1)^3}} \\ f) \frac{4xa^2}{(x^2+a^2)^2} & m) \frac{x+5}{6\sqrt{x-1}\sqrt[3]{(x+1)^4}} \\ g) 2(3x+2)(6x^2+2x-3) & n) \frac{-1}{4\sqrt{9+\sqrt{9-x}}\sqrt{9-x}} \end{array} \right.$$

3. $x + 4y = 0$

4. a) $2x\left(\frac{x^2-4}{|x^2-4|}\right)$ b) $3x|x|$

$$5. \left\{ \begin{array}{lll} a) \frac{1}{3x \ln x \cdot \ln 2} & d) -\cos x \cdot \operatorname{sen}(\operatorname{sen} x) & g) \frac{-1}{1+x^2} \\ b) -6\operatorname{sen}(2x) & e) \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} & \\ c) -4\operatorname{sen} x \cos x & f) \frac{-6x}{1+9x^4} & \end{array} \right.$$

6. a) $y' = \frac{2-x^2-2xy^4}{y^2(1+4x^2y)}$ b) $y' = \frac{y \cos x - 2x - y - \operatorname{sen} y}{x + x \cos y - \operatorname{sen} x}$

7. $y + \frac{84}{23}x - \frac{59}{23} = 0$ e $y - \frac{23}{84}x - \frac{173}{196} = 0$

$$8. \quad y - 6x + 9 = 0 \quad y + 6x + 9 = 0$$

$$a) \quad -x^2y^{-2} \qquad c) \quad \frac{1-y^3}{3xy^2+4y^3+1}$$

9.

$$b) \quad -\frac{3x^2+2xy}{x^2+2y} \qquad d) \quad \frac{1}{e^y-1}$$