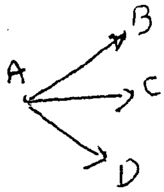
p. 7

Rio, 22/09/03

Lista 3 de C.V.G.A (Gabarito)

1. (a) 

A, B, C e D são coplanares $\iff \vec{AB}, \vec{AC}$ e $\vec{AD}$ são coplanares $\iff \underbrace{(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})}_{\text{produto misto}} = 0$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{AB} = (-3,-2,-4) \\ \vec{AC} = (-1,1,-3) \\ \vec{AD} = (-2,-1,3) \end{array}\right\} \Rightarrow (\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}) = \begin{vmatrix} -3 & -2 & -4 \\ -1 & 1 & -3 \\ -2 & -1 & -3 \end{vmatrix} = 0 //$$

(b) análogo ao exercício acima //

2. $P(3,m,n) \in s \iff 3 = 1-2t$
$\iff 2 = -2t$
$\iff t = -1$

então,
$m = -3-(-1) = -3+1 = -2 //$
e $n = -4+(-1) = -5 //$

Logo, $P(3,-2,-5) //$

3. $\vec{AB} = (1,-2,-5) \Rightarrow r: \begin{cases} x = 3+t \\ y = -1-2t \\ z = 4-5t \end{cases}$

Como $P \in r$, temos $2 = 3+t \Rightarrow t = -1$.

Então $y = -1-2(-1) = -1+2 = 1 //$
e $z = 4-5(-1) = 4+5 = 9 //$

Logo, $P(2,1,9) //$

4. a) $\begin{cases} \dfrac{x-(-1)}{3} = \dfrac{z-3}{4} \\ y = 1+0t \end{cases} \Rightarrow P(-1,1,3)$ e $\vec{v} = (3,0,4) //$

b) $\begin{cases} x = 2y \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = y \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-0}{2} = \frac{y-0}{1} \\ z = 3 + 0t \end{cases}$

$\Rightarrow P(0,0,3)$ e $\vec{v} = (2,1,0)$ //

c) $\begin{cases} x = 0 + 2t \\ y = -1 + 0t \\ z = 2 - t \end{cases} \Rightarrow P(0,-1,2)$ e $\vec{v} = (2,0,-1)$ //

d) $\begin{cases} y = 3 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = 3 + 0t \\ z = -1 + 0t \end{cases}$ com x_0 e $a \neq 0$ quaisquer

Por exemplo $\Rightarrow \begin{cases} x = 0 + t \\ y = 3 + 0t \\ z = -1 + 0t \end{cases} \Rightarrow P(0,3,-1)$ e $\vec{v} = (1,0,0)$ //

e) $\begin{cases} y = -x \\ z = 3 + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-0}{1} = \frac{y-0}{-1} = \frac{z-3}{1} \end{cases}$

$\Rightarrow P(0,0,3)$ e $\vec{v} = (1,-1,1)$ //

f) $\{ x = y = z \Rightarrow \{ \frac{x-0}{1} = \frac{y-0}{1} = \frac{z-0}{1} \Rightarrow P(0,0,0)$ e $\vec{v} = (1,1,1)$ //

5) $r: \begin{cases} x = 0 + mt \\ y = 4 + 0t \\ z = 5 + 3t \end{cases} \Rightarrow$ vetor diretor : $(m,0,3)$

$s: \begin{cases} \frac{x-(-5)}{6} = \frac{z-1}{2} \\ y = 6 + 0t \end{cases} \Rightarrow$ vetor diretor : $(6,0,2)$

Como $r \parallel s$, temos $\frac{m}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow m = 9$ //

6)

$r_1 : \begin{cases} x = \dfrac{y-3}{m} = \dfrac{z+1}{1} \end{cases} \Rightarrow$ vetor diretor : $(1, m, 1)$

$r_2 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = t \end{cases} \Rightarrow$ vetor diretor : $(2, 3, 1)$

Como $r_1 \perp r_2$, temos $1.2 + m.3 + 1.1 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 2 + 3m + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 3m + 3 = 0$

$\Leftrightarrow \quad m = -1$ //

7)

Reta determinada por A e B : Vetor diretor : $\vec{AB} = (-3, 2m, m)$

$r : \begin{cases} x = \dfrac{y-3}{m} = \dfrac{z+1}{1} \end{cases} \Rightarrow$ vetor diretor : $(1, m, 1)$

Como as retas são ortogonais, temos

$-3.1 + 2m.m + m.1 = 0$

$\Leftrightarrow \quad -3 + 2m^2 + m = 0$

$\Leftrightarrow \quad m = 1$ e $m = \dfrac{-3}{2}$ //

8) (a) Vetor diretor : $\vec{i} = (1, 0, 0)$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 0t \\ z = 4 + 0t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ z = 4 \end{cases}$ //

(b) Vetor diretor : $\vec{j} = (0, 1, 0)$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 0t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 0t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 + t \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ z = 1 \end{cases}$ //

(c) Vetor diretor : $\vec{k} = (0,0,1)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 + 0t \\ y = 3 + 0t \\ z = 4 + t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} //$$

(d) vetor diretor : $\vec{i} - \vec{j} = (1,-1,0)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 0t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} z = 2 \\ x = -y + 3 \end{cases} //$$

(e) Vetor diretor : $\vec{MN} = (0,2,-1)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 + 0t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x = 2 \\ \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-3}{-1} \end{cases} //$$

9) (a)

$$r : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = -4 + 3t \end{cases} //$$

(b) $P \in r \Leftrightarrow 5 = 3 - 2t$

$\Leftrightarrow t = -1$

Então, $m = 2 + (-1) = 2 - 1 = 1$ //

e $n = -4 + 3(-1) = -7$ //

10)

(a) $$\begin{cases} \dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-(-3)}{-4} = \dfrac{z-(-2)}{-1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y+3}{-4} = \dfrac{z+2}{-1} \end{cases} //$$

(b) Vetor diretor : $(3,-4,-1)$

$$\Rightarrow s : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - t \end{cases} //$$

c) $4 = 1 + 3t \iff t = 1$

Então, $y = 2 - 4(1) = -2$

e $z = 3 - (1) = 2$

Logo, $P(4, -2, 2)$ //

11) Vetor diretor de r: $(0, 1, 0)$

vetor diretor de s: $(1, -2, -1)$

Então $\vec{v} = (0, 1, 0) \times (1, -2, -1) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -\vec{i} - \vec{k} = (-1, 0, -1)$

Logo,

$$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 0t \\ z = 1 - t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 \\ z = 1 - t \end{cases}$$ //

12) Vetor diretor: $\vec{v} = (2, 4, 5)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 0 + 4t \\ z = -3 + 5t \end{cases} \Rightarrow t = \frac{x - 4}{2}$$

Logo,

$$\begin{cases} y = 2x - 8 \\ z = \frac{5}{2}x - 13 \end{cases}$$ //