

Métodos Quantitativos

Prof. Edézio

Ementa

- A apresentação da PO
- Modelos e Forma-Padrão de PPL
- Solução Gráfica de um PPL
- Problema de Transporte e Alocação
- Teoria dos Jogos
- Problemas de Rede
- Simulações

Bibliografia

- Caixeta, Filho ; José, V., Pesquisa Operacional – Técnicas de Otimização, Ed. Atlas São Paulo, 2004.
- Silva, Ermes Medeiros ..et al.I., Pesquisa Operacional, Ed. Atlas São Paulo, 1998.

Pesquisa Operacional Histórico

Teoria Matemática na Administração

- Surgiu com a concepção da P.O. no decorrer da II Guerra Mundial
- Aplicação do método científico na melhoria dos armamentos e técnicas militares.
- Adotada após 1945 nas empresas públicas americanas.
- Ênfase na decisão
- CAUSAS BÁSICAS
 - 1947 – Von Neumann e Morgenstern - Teoria dos Jogos.
 - 1954 – Wald e Savage - Teoria Estatística da Decisão.
 - Herbert Simon - Estudo do processo decisório (Teoria das Decisões).
 - Existência de Decisões Programáveis e não programáveis.
 - Desenvolvimento dos computadores.

O que é a PO?

- A Pesquisa Operacional é uma ciência aplicada voltada para a resolução de problemas reais envolvendo situações de tomada de decisão, através de modelos matemáticos habitualmente processados computacionalmente.

Ela aplica conceitos e métodos de outras disciplinas científicas na concepção, no planejamento ou na operação de sistemas para atingir seus objetivos.

Objetivo

- Procura introduzir elementos de objetividade e racionalidade nos processos de tomada de decisão, sem descuidar no entanto dos elementos subjetivos e de enquadramento organizacional que caracterizam os problemas.

Teoria da decisão

- Procura explicar o comportamento do agente racional e visa o desenvolvimento de métodos e técnicas capazes de auxiliar os decisores a realizarem escolhas de uma forma eficiente e eficaz. Uso de uma abordagem sistemática, quantitativa e normativa.

Processo Decisorial Teoria da Decisão

- Seqüência de etapas que formam uma decisão.
- As duas perspectivas da tomada de decisão:
 - Perspectiva do Processo – Concentra-se no processo decisório.
 - Definição do problema.
 - Alternativas possíveis de solução.
 - Escolha da melhor alternativa.
 - Perspectiva do Problema – Orientada para a solução de problemas. Preocupa-se mais com a eficiência da decisão.

Tipos de Problemas

- Problemas Estruturados
 - Decisões sob Certeza
 - Variáveis conhecidas e relação entre ação e resultados é determinística.
 - Decisões sob Risco
 - Variáveis conhecidas e relação entre ação e resultados é probabilística.
 - Decisões sob Incerteza
 - Variáveis conhecidas e relação entre ação e resultados é desconhecida ou incerta.

- Problemas Não-Estruturados
 - Uma ou mais de suas variáveis são desconhecidas ou não pode ser determinada com algum grau de confiança.

Pesquisa Operacional

- “A **Pesquisa Operacional** utiliza qualquer meio científico, matemático ou lógico, para fazer frente aos problemas que se apresentam quando o executivo procura um raciocínio eficaz para enfrentar seus problemas de decisão.”

- Método da Pesquisa Operacional:
 - Formular o problema
 - Construir um modelo matemático para representar o sistema
 - Deduzir uma solução do modelo
 - Testar o modelo e a solução
 - Estabelecer controle sobre a solução
 - Pôr a solução em funcionamento

Campo de Aplicação e Técnicas de Pesquisa Operacional

- Campos de aplicação da Pesquisa Operacional
 - Em relação às pessoas
 - Organização e Gerência
 - Absenteísmo e relações de trabalho
 - Economia
 - Decisões individuais
 - Pesquisa de mercado
 - Em relação às pessoas e máquinas (produção)
 - Eficiência e Produtividade
 - Organização de Fluxos em Fábricas
 - Métodos de Controle de Qualidade, inspeção e amostragem
 - Prevenção de acidentes
 - Organização de mudanças tecnológicas
 - Em relação aos movimentos
 - Transporte, estoque, distribuição e manipulação (Logística)
 - Comunicação.
- Técnicas de Pesquisa Operacional
 - Teoria dos Jogos
 - Teoria dos Grafos (PERT/CPM)
 - Teoria das Filas
 - Teoria da Simulação
 - Programação Linear
 - Probabilidade e Estatística Matemática
 - Programação Dinâmica

Alguns problemas de PO

- PROGRAMAÇÃO LINEAR
 - tem sido usada com sucesso na solução de problemas relativos à alocação de pessoal, mistura de materiais, distribuição, transporte, carteira de investimento.
- PROGRAMAÇÃO DINAMICA
 - tem sido aplicada também com sucesso a áreas como planejamento de despesas de publicidade, distribuição do esforço de vendas e programação de produção.
- TEORIA DAS FILAS
 - tem tido aplicação na solução de problemas relativos a congestionamento de tráfego, máquinas de serviços sujeitas a quebra, determinação do nível de uma força de serviço, programação do tráfego aéreo, projetos de represas, programação de produção e operação de hospitais.

Fases de um Estudo em P.O.

- Formulação do problema;
- Construção do modelo do sistema;
 - Modelos Matemáticos
 - Variáveis controladas ou de decisão
 - Variáveis não controladas
 - Qual o Objetivo ?
 - Quais as restrições ?
- Cálculo da solução através do modelo;
- Teste do modelo e da solução;
- Estabelecimento de controles da solução;
- Implantação e acompanhamento;

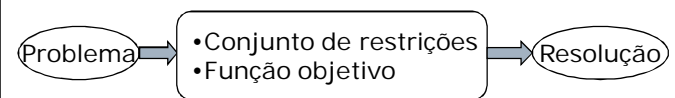
O que é otimização?

- A otimização estuda como descrever e atingir o melhor (máximo/mínimo), supondo que sabe-se como medi-lo e como comparar o que é bom e o que é mal.
- A otimização permite estabelecer com precisão alguns conceitos econômicos, como custo de oportunidade, taxas de substituição e outros conceitos de micro economia.

PROGRAMAÇÃO LINEAR

□ É uma técnica de otimização bastante utilizada na resolução de problemas que tenham seus modelos representado por [expressões lineares](#). Pela sua simplicidade e a possibilidade de aplicação em uma considerável diversidade de problemas, tornou-se um recurso bastante difundido.

Técnica de PL



- Conjunto de restrições, são as expressões contornais do problema, ou seja, todas as disponibilidades e limitações levantadas do problema, numa linguagem matemática comparativa: desigualdades ou igualdades (\leq , \geq ou $=$).
- A função objetivo, é obtida com as mesmas variáveis das restrições, com o objetivo de ser maximizada ou minimizada, com a resolução do sistema restritivo.

Quanto a resolução

- Problema com duas variáveis
 - Gráfica
 - Análise matemática
 - Algoritmo (Método Simplex)
- Problema com um n° qualquer de variáveis
 - Análise matemática
 - Algoritmo (Método Simplex)
- Aplicativo computacional LINDO, SOLVER-EXCEL
 - <http://www.lindo.com>

Programação Linear

- Modelo matemático mais simples
- Solução programável em computadores
- Aplicação em sistemas estruturados como produção, finanças, controle de estoques, marketing e vendas
- O Modelo matemático é composto de:
 - Função Objetiva Linear
 - Restrições
 - Técnicas
 - De não negatividade

- Exemplo:

Função objetivo a ser maximizada:

$$\text{Lucro} = 2x + 3y$$

Restrições Técnicas:

$$4x + 3y \leq 10$$

$$6x - y \geq 20$$

Restrições de não negatividade:

$$X \geq 0$$

$$Y \geq 0$$

MODELOS DE PPL

Exemplo 1

- Um fazendeiro deseja otimizar as plantações de arroz e milho na sua fazenda. O fazendeiro quer saber as áreas de arroz (x) e milho (y) que devem ser plantadas para que o seu lucro nas plantações sejam o máximo. O seu lucro por unidade de área plantada de arroz é 5 u.m., e por unidade de área plantada de milho é 2 u.m.

As áreas plantadas de arroz e milho não devem ser maiores que 3 e 4 respectivamente. Cada unidade de área plantada de arroz consome 1 homem-hora. Cada unidade de área plantada de milho consome 2 homens-hora. O consumo total de homens-hora nas duas plantações não deve ser maior que 9.

Solução

Chamemos de x a área a ser plantada de arroz e y a de milho. Do enunciado concluímos

Função objetivo a ser maximizada:

$$\text{Lucro} = 5x + 2y$$

Restrições Técnicas:

$$x + 2y \leq 9$$

$$x \leq 3$$

$$y \leq 4$$

Restrições de não negatividade:

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Exemplo 2

- Uma empresa fabrica dois produtos P1 e P2. O lucro unitário do produto P1 é de 1.000 unidades monetárias e o lucro unitário de P2 é de 1.800 unidades monetárias. A empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e de 30 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo anual de produção disponível para isso é de 1.200 horas. A demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais para P1 e 30 unidades anuais para P2. Qual é o plano de produção para que a empresa maximize seu lucro nesses itens? Construa o modelo de programação linear para esse caso.

Solução

Chamemos de x a quantidade anual a produzir de P1 e y a quantidade anual a produzir de P2.

Função objetivo a ser maximizada:

$$\text{Lucro} = 1000x + 1800y$$

Restrições Técnicas:

$$20x + 30y \leq 1200$$

$$x \leq 40$$

$$y \leq 30$$

Restrições de não negatividade:

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Exemplo 3

- Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas. A necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades por dia e a de proteínas de 36 unidades por dia. Uma pessoa tem disponível carne e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas. Cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas.

Qual a quantidade diária de carne e ovos que deve ser consumida para suprir as necessidades de vitaminas e proteínas com o menor custo possível? Cada unidade de carne custa 3 unidades monetárias e cada unidade de ovo custa 2,5 unidades monetárias.

Solução

Chamemos de x a quantidade de carne a consumir no dia e y a quantidade de ovos a consumir no dia.

Função objetivo a ser minimizada:

$$\text{Custo} = 3x + 2,5y$$

Restrições Técnicas:

$$4x + 8y \geq 32$$

$$6x + 6y \geq 36$$

Restrições de não negatividade:

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$