

## Trabajo Práctico 3

### Modelo Lineal General y algunas extensiones

---

**Contenidos:** Variables explicativas binarias, modelos no lineales en las variables, R-cuadrado ajustado, test “F”.

#### Parte I <sup>1</sup>

##### 1. Ejercicio con variables dummies

Disponemos de datos experimentales de 100 familias con información de ahorro e ingreso anual expresados en miles de pesos. Las familias corresponden a dos regiones distintas, siendo 60 familias de la región 1 y 40 familias de la región 2.

Los datos de ahorro e ingresos para las 60 familias de la región 1 son construidos a partir de la siguiente ecuación:

$$A_i = -1.5 + 0.12 Y_i + u_i$$

Los datos de ahorro e ingresos para las 40 familias de la región 2 son construidos a partir de la siguiente ecuación:

$$A_i = -0.5 + 0.09 Y_i + u_i$$

Donde:

$A_i$  es el ahorro de la familia  $i$ .

$Y_i$  es el ingreso de la familia  $i$ .

$u_i$  es un valor obtenido de una distribución normal con media 0 y varianza  $\sigma$ .

##### Estimación con todos los datos

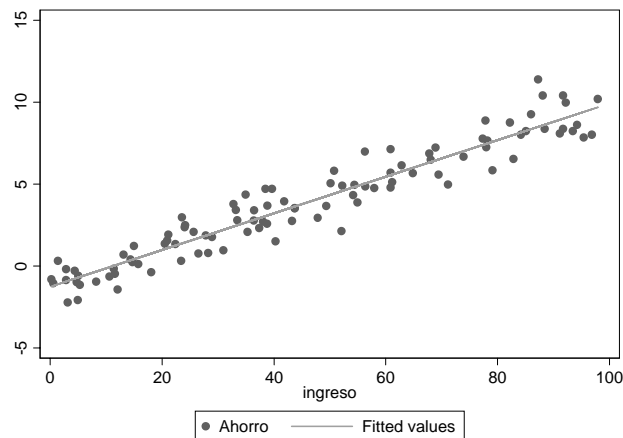
Se realizó una primera estimación con todos los datos disponibles (las 100 familias) obteniéndose los siguientes resultados.

---

<sup>1</sup> Puede utilizar calculadora o planilla de cálculo para hacer sumas o productos de datos, pero las operaciones con matrices deben hacerse *a mano*. Para los ejercicios de la Parte I no puede utilizarse STATA.

Source	SS	df	MS	Number of obs = 100		
Model	1048.76522	1	1048.76522	F( 1, 98)	= 1081.18	
Residual	95.0616049	98	.970016377	Prob > F	= 0.0000	
				R-squared	= 0.9169	
				Adj R-squared	= 0.9160	
				Root MSE	= .98489	
-----						
ahorro	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ingreso	.1118083	.0034004	32.88	0.000	.1050604	.1185562
_cons	-1.257459	.183726	-6.84	0.000	-1.622057	-.8928604

En la figura siguiente se presenta el gráfico de dispersión de todos los datos (ambas regiones) y la recta de regresión obtenida en la estimación anterior.



### Estimaciones separadas por regiones

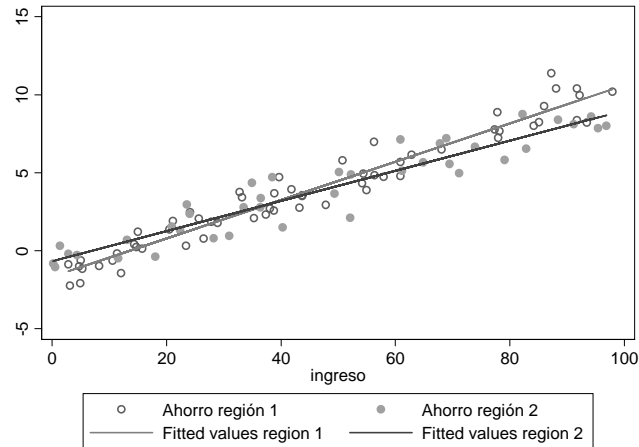
La estimación con los datos de la región 1 (60 familias) se presenta en la siguiente tabla.

Source	SS	df	MS	Number of obs = 60		
Model	738.30989	1	738.30989	F( 1, 58)	= 1029.70	
Residual	41.5868721	58	.717015036	Prob > F	= 0.0000	
				R-squared	= 0.9467	
				Adj R-squared	= 0.9458	
				Root MSE	= .84677	
-----						
ahorro	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ingreso	.1228824	.0038294	32.09	0.000	.1152169	.1305478
_cons	-1.669169	.2033616	-8.21	0.000	-2.076241	-1.262096

La estimación con los datos de la región 2 (40 familias) se presenta en la siguiente tabla.

Source	SS	df	MS	Number of obs = 40		
Model	325.581367	1	325.581367	F( 1, 38)	= 322.72	
Residual	38.3368901	38	1.00886553	Prob > F	= 0.0000	
				R-squared	= 0.8947	
				Adj R-squared	= 0.8919	
				Root MSE	= 1.0044	
-----						
ahorro	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ingreso	.0965929	.0053769	17.96	0.000	.0857079	.1074778
_cons	-.6707318	.2978376	-2.25	0.030	-1.273673	-.0677911

En la figura siguiente se presenta el gráfico de dispersión de todos los datos (distinguiendo las regiones) y las rectas de regresión para ambas regresiones.



### Estimación con variable dummy aditiva para distinguir regiones

Se incorpora a la estimación una variable dummy que identifica la región 1.

$$A_i = \beta_0 + \beta_1 Y_i + \beta_2 R_i + u_i$$

Donde  $R_i = 1$  cuando la familia  $i$  corresponde a la región 1 y  $R_i = 0$  en caso contrario. En la estimación con Stata la variable  $R$  se denomina  $reg1$ .

Source	SS	df	MS	Number of obs = 100		
Model	1049.82956	2	524.914779	F( 2, 97) = 541.68		
Residual	93.9972657	97	.969043976	Prob > F = 0.0000		
Total	1143.82682	99	11.5538063	R-squared = 0.9178		
				Adj R-squared = 0.9161		
				Root MSE = .9844		
ahorro	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ingreso	.1119337	.0034008	32.91	0.000	.1051842	.1186833
reg1	.2107189	.2010644	1.05	0.297	-.1883383	.6097761
_cons	-1.389611	.2227599	-6.24	0.000	-1.831728	-.9474942

### Estimación con variables dummies aditiva y multiplicativa para distinguir regiones

Se incorpora a la estimación anterior una variable dummy multiplicativa definida por  $M_i = Y_i R_i$ . En la estimación con Stata la variable  $M$  se denomina  $ingreg$ .

$$A_i = \beta_0 + \beta_1 Y_i + \beta_2 R_i + \beta_3 M_i + u_i$$

Los resultados obtenidos se presentan a continuación:

Source	SS	df	MS			
Model	1063.90306	3	354.634354	Number of obs = 100		
Residual	79.9237622	96	.832539189	F( 3, 96) = 425.97		
				Prob > F = 0.0000		
				R-squared = 0.9301		
				Adj R-squared = 0.9279		
				Root MSE = .91244		
Total	1143.82682	99	11.5538063			

	ahorro	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
ingreso		.0965929	.0048845	19.78	0.000	.0868973	.1062885
reg1		-.998437	.34817	-2.87	0.005	-1.689549	-.3073249
ingreg		.0262895	.0063942	4.11	0.000	.0135972	.0389818
_cons		-.6707318	.270561	-2.48	0.015	-1.207791	-.1336725

Se pide|

- Interprete económicamente y estadísticamente los resultados de la regresión con todos los datos sin variables dummies.
- Interprete económicamente y estadísticamente los resultados de la regresión sólo con variable dummy aditiva.
- Calcule la estimación de la ordenada al origen y la pendiente de la recta de regresión para la región 1 y la región 2, según los resultados de la estimación con variables dummies aditiva y multiplicativa.
- Compare los resultados del inciso anterior con la estimación separada por regiones y con los datos reales de  $\beta_0$  y  $\beta_1$ .
- Evalúe si la recta de regresión para la región 2 se distingue significativamente de la recta de regresión de la región 1.

## Parte II<sup>2</sup>

### 2. Curva de Engel

En este ejercicio se retoma el análisis de la curva de Engel del gasto en alimentos del Trabajo Práctico N° 1. La base de datos disponible contiene información sobre el ingreso per cápita familiar (ipcf) y el gasto en alimentos per cápita (gasto\_alimentos) de 1748 hogares con ingresos y gastos en alimentos positivos en el año 2002. Las dos variables se encuentran medidas en pesos corrientes.

Se empleará el siguiente modelo:

$$g_i = \alpha + \beta \cdot y_i + u_i \quad i = 1, \dots, 1748$$

donde  $g$  es el logaritmo natural del gasto en alimentos per cápita,  $y$  es el logaritmo del ingreso per cápita familiar y  $u$  es un término de error.

- Explique el significado económico de los parámetros de este modelo.
- Transforme las variables. Realice el diagrama de dispersión de las variables transformadas y compárelo con el diagrama obtenido en el inciso b) del ejercicio de curva de Engel del Trabajo Práctico N° 1.
- Estime el modelo por MCO.
- Evalúe la hipótesis de significatividad individual de cada coeficiente e intérpretelos económicamente.
- Utilice el modelo para validar o refutar la siguiente afirmación: “el gasto en alimentos posee elasticidad unitaria”
- Compare el valor de la elasticidad-ingreso del gasto en alimentos con las obtenidas en el inciso h) del Trabajo Práctico 1. Comente. ¿Se mantienen las conclusiones referidas al tipo de bien?

En la literatura de curvas de Engel se encuentra muy difundida la especificación conocida como Working- Leser:

$$s_i = \beta_0 + \beta_1 y_i + u_i \quad i = 1, \dots, 1748$$

donde  $s$  es la participación del gasto en alimentos en el ingreso, y es el logaritmo natural del ingreso per cápita familiar y  $u$  es un término de error.

- Construya la nueva variable y estime el modelo por MCO.
- Interprete cuidadosamente los resultados obtenidos.
- Analice si se cumple la ley de Engel.
- Compare con los modelos anteriores.

---

<sup>2</sup> Los ejercicios de la Parte II están pensados para resolver usando STATA.

### 3. Ecuaciones de ingresos y retornos a la educación

Una rama de la economía laboral se concentra en el estudio de los determinantes de los ingresos laborales. ¿Qué hace que un individuo gane más que otro?. Citando a Adam Smith en *La Riqueza de las Naciones* (libro I, Cap. 10): “Los salarios crecen con la dificultad y el costo de aprender una tarea”. Esto plantea un nexo teórico entre la educación y los salarios: la educación aumenta la productividad del trabajador y consecuentemente su salario.

Una herramienta para estudiar empíricamente la relación entre la educación y los salarios son las llamadas *ecuaciones de ingresos* ó *ecuaciones de Mincer*.<sup>3</sup> La ecuación (1) es la especificación más básica de una ecuación de ingresos:

$$(1) \quad \ln Y_i = \alpha + \beta \text{edu}_i + Z_i' \delta + \mu_i$$

donde  $Y$  son los ingresos laborales por hora o salarios horarios,  $\text{edu}$  son los años de educación formal,  $Z$  son otras variables que se considera que pueden afectar los salarios y  $\mu$  es un término aleatorio que supondremos que cumple con los supuestos clásicos.

La ecuación de ingresos (1) es lo que se conoce como un modelo de precios hedónicos. El bien mano de obra tiene múltiples características. Su precio en equilibrio (el salario de mercado) puede interpretarse como que surge de la interacción de diferentes mercados implícitos, cada uno correspondiente a una de esas características. El análisis empírico de las ecuaciones de Mincer permite estimar la contribución de cada una de las características del trabajador a su salario.

¿Cuáles son las características que determinan el salario? Capacidades adquiridas como consecuencia de la inversión en capital humano (educación formal, experiencia laboral), capacidades debidas a habilidades innatas del individuo (“inteligencia”), tipo de empleo (rama de actividad, por ejemplo), base de contrato part-time o full-time, género y otros factores como la pertenencia a una unión sindical, la raza del individuo o su región de residencia.

Concentrémonos en la contribución de la educación a los salarios. Derivando (1) con respecto a  $\text{edu}$  se obtiene:

$$(2) \quad \beta = \frac{\partial \ln Y}{\partial \text{edu}} = \frac{\partial Y}{\partial \text{edu}} \frac{1}{Y} \cong \frac{dY/Y}{d(\text{edu})} = \text{retorno a la educación}$$

Es decir, el coeficiente  $\beta$  es la semielasticidad del salario horario con respecto a la educación: esperaríamos que un año más de educación formal aumente el salario por hora en  $\beta \times 100\%$ . Por este motivo  $\beta$  se conoce como el *retorno a la educación*.

El objetivo de este ejercicio es estimar e interpretar ecuaciones de ingresos utilizando información proveniente de la Encuesta Permanente de Hogares (EPH).

---

<sup>3</sup> Mincer, J. (1974). Schooling, experience, and earnings. National Bureau of Economic Research. Columbia University Press. New York.

La EPH es relevada por el Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC) y es la principal encuesta de hogares que se realiza en Argentina. Actualmente cubre 31 aglomerados urbanos de más de 100.000 habitantes, que representan al 71% del total de la población urbana y 62% de la población total del país. Mediante la EPH se recaba información sobre características demográficas, educativas y laborales de los hogares y los individuos que los componen.

La base de datos *eph.xls* cuenta con información extraída de la EPH del primer trimestre del año 2003 para la submuestra de individuos entre 25 y 65 años de edad del Area Metropolitana (Conurbano y Ciudad de Buenos Aires). Se incluyen las siguientes variables:<sup>4</sup>

- ◆ Código de identificación (codusu)
- ◆ Edad del individuo (h12)
- ◆ Género del individuo (h13)
- ◆ total de horas trabajada semanales (p15t)
- ◆ categorías educativas (p56)
- ◆ finalización o no del nivel educativo (p58)
- ◆ salario horario (inghora)

Se pide

- a) Estime el modelo (1). Como variables explicativas incluidas en el vector  $Z$  utilice los años de educación<sup>5</sup>, la edad, el género y el tipo de contrato (full time o part time)<sup>6</sup> del individuo. Interprete económica y estadísticamente el efecto estimado de cada una de las variables sobre los salarios horarios.
- b) Considere la siguiente hipótesis de investigación: “Los retornos a la educación varían entre géneros”. A partir del modelo estimado en (a), proponga una nueva especificación que permita evaluar la validez de la hipótesis anterior. Estime el modelo y evalúe la hipótesis. Grafique.
- c) Estime nuevamente el modelo en (a) pero en lugar de emplear los años de educación utilice dummies por grupos educativos (usar como categoría base u omitida un nivel de primaria incompleta). ¿Cuál es el retorno a la educación estimado de completar la escuela primaria? ¿Y de pasar de un nivel educativo de primaria completa a secundaria completa? ¿Y de secundaria completa a superior completa?. Grafique.
- d) El “retorno a la edad” (semielasticidad de los salarios respecto de la edad) refleja el hecho de que a mayor edad potencialmente mayor sería la experiencia laboral del individuo y, consecuentemente, mayor su productividad. Sin embargo, podría esperarse que el retorno a la edad no sea constante: la capacidad de

---

<sup>4</sup> Adicionalmente se incluye como material el archivo *eph.pdf* que contiene una descripción de la *eph*.

<sup>5</sup> La variable años de educación debe construirse utilizando las variables *p56* y *p58*.

<sup>6</sup> La variable full-time/part-time debe construirse utilizando la variable *p15t*.

aprender a hacer una tarea puede variar a lo largo de la vida, las técnicas aprendidas pueden depreciarse cuando aparecen nuevas tecnologías, etc. Para explorar esta posibilidad se pide que estime el mismo modelo estimado en (a) agregando un término con la edad al cuadrado. Evalúe las siguientes hipótesis nulas: (d.1) la edad tiene un efecto lineal sobre el logaritmo de los salarios horarios y (d.2) la edad no es relevante para explicar al logaritmo de los salarios. ¿Cuál es el retorno estimado a la edad para una persona de 30 años? ¿Y para una persona de 55 años?. Grafique la relación edad – logaritmo del salario horario para el rango de edad relevante en la muestra.