ALGUNOS DETERMIANTES DEL TIPO DE CAMBIO

Versión preliminar e inconclusa (Marzo del 2005)

DERRY QUINTANA AGUILAR
derryquintana@yahoo.es
econometrix_group@yahoo.es
http://es.geocities.com/derryquintana

I) MODELO MUNDELL-FLEMING CON TIPO DE CAMBIO FLEXIBLE

- ✓ Economía pequeña y abierta.
- ✓ Perfecta movilidad de capitales.
- ✓ Precios fijos.
- ✓ Tipo de cambio flexible.

$$Y = C(Y - \tau Y) + I(\underset{-}{r}) + \overline{G} + XN(\underset{-}{Y}, \underset{+}{Y^*}, \underset{+}{R^*})$$

$$L(\underset{+}{Y}, \underset{-}{i}) = \frac{H}{P}$$

$$i = i^* + \theta$$

Hay recursividad, ya que el nivel de producción puede hallarse en el mercado monetario pues la tasa de interés nacional se iguala a la suma del riesgo país y la tasa de interés internacional, es decir no hace falta la IS.

Matemáticamente la afirmación anterior con la ecuación de la BB

$$BP = 0 = XN(\underset{-}{Y}, \underset{+}{Y^*}, \underset{+}{R^*}) + BF(i - \underset{+}{i^*} - \theta)$$

Diferenciando totalmente.

$$XN_Y \partial Y + BF_{(.)} \partial i + XN_R \partial R = -XN_{Y^*} \partial Y^* + BF_{(.)} \partial i^* + BF_{(.)} \partial \theta$$

despejamos di

$$\partial i = \frac{-XN_Y \partial Y - XN_R \partial R - XN_{Y^*} \partial Y^* + BF_{(.)} \partial i^* + BF_{(.)} \partial \theta}{BF_{(.)}}$$

Tomamos límites cuando $BF_{(.)} \to \infty$

$$\partial i = \underset{BF_{(.)} \to \infty}{Lím} \frac{-XN_Y \partial Y - XN_R \partial R - XN_{Y^*} \partial Y^* + BF_{(.)} \partial i^* + BF_{(.)} \partial \theta}{BF_{(.)}}$$

y obtenemos la forma reducida de la tasa de interés, llamada paridad de intereses:

$$\partial i = \partial i^* + \partial \theta$$

Ahora bien, se puede obtener la forma reducida del diferencial del nivel de producción y la tasa de interés nacional con la ecuación de la LM y la paridad de intereses. Para ello se reemplaza la paridad de intereses en la LM y finalmente se despeja el diferencial de la producción.

$$L_Y dY + L_i di = \frac{1}{P} dH \text{ (LM)}$$

$$\partial i = \partial i^* + \partial \theta \quad (PI)$$

$$L_Y dY + L_i \left(\partial i^* + \partial \theta\right) = \frac{1}{P} dH$$

$$\partial Y = \frac{1}{PL_Y} \partial H - \frac{L_i}{L_Y} \partial i^* - \frac{L_i}{L_Y} \partial \theta$$

El nivel de producción esta afectado únicamente por la tasa de interés internacional, el riesgo país y la política monetaria.

Del mismo modo, para hallar el diferencial del tipo de cambio recurrimos a la IS, despejando esta última variable (R) y reemplazando las otras dos (Y, i), para finalmente obtener la forma reducida.

$$\partial Y (1 - C_{YD}(1-\tau) - XN_Y) - I_r \partial i - XN_R \partial R = \partial \overline{A} + XN_{Y^*} \partial Y^* \text{ (IS)}$$

$$XN_R \partial R = \partial Y (1 - C_{YD}(1-\tau) - XN_Y) - I_r \partial i - \partial \overline{A} - XN_{Y^*} \partial Y^*$$

A continuación, se reemplaza el nivel de producción y la tasa de interés halladas anteriormente.

$$XN_R \partial R = \left(\frac{1}{PL_Y} dH - \frac{L_i}{L_Y} \partial i^* - \frac{L_i}{L_Y} \partial \theta\right)(S_{YD} - XN_Y) - I_r \left(\partial i^* + \partial \theta\right) - \partial \overline{A} - XN_{Y^*} \partial Y^*$$

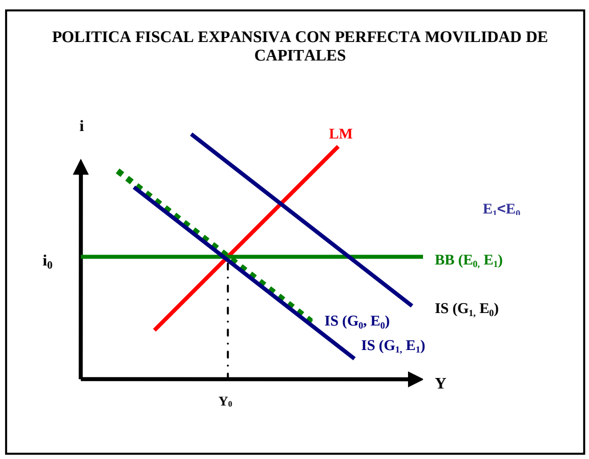
$$\partial R = \frac{1}{XN_R}\left[(S_{YD} - XN_Y)\left(\frac{1}{PL_Y} dH - \frac{L_i}{L_Y} \partial i^* - \frac{L_i}{L_Y} \partial \theta\right) - I_r \left(\partial i^* + \partial \theta\right) - \partial \overline{A} - XN_{Y^*} \partial Y^*\right]$$

III.1.-POLÍTICA FISCAL EXPANSIVA

$$\frac{\partial Y}{\partial \overline{A}} = 0$$

$$\frac{\partial i}{\partial \overline{A}} = 0$$

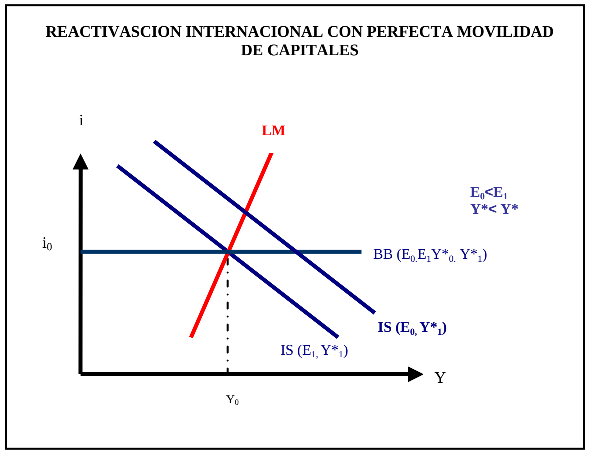
$$\frac{\partial R}{\partial \overline{A}} = \frac{1}{-XN_R} < 0$$



III.2.-REACTIVACIÓN INTERNACIONAL

$\frac{\partial Y}{\partial Y^*}=0 \quad \frac{\partial i}{\partial Y^*}=0$

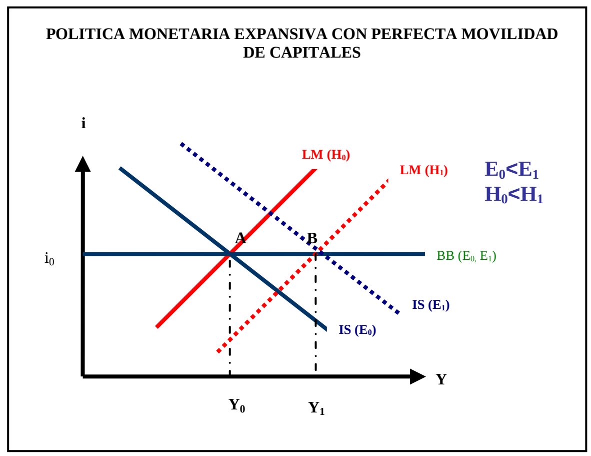
Ya que, el nivel de producción del resto del mundo no afecta a la tasa de interés ni al nivel de producción.



$$\partial R=\frac{-XN_{Y^*}\partial Y^*}{XN_R}$$

$$\frac{\partial R}{\partial Y^*}=\frac{-XN_{Y^*}}{XN_R}<0$$

III.3.-POLÍTICA MONETARIA EXPANSIVA



$$dY=\frac{1}{PL_Y}dH-\frac{L_i}{L_Y}0-\frac{L_i}{L_Y}0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial H}=\frac{1}{PL_Y}>0$$

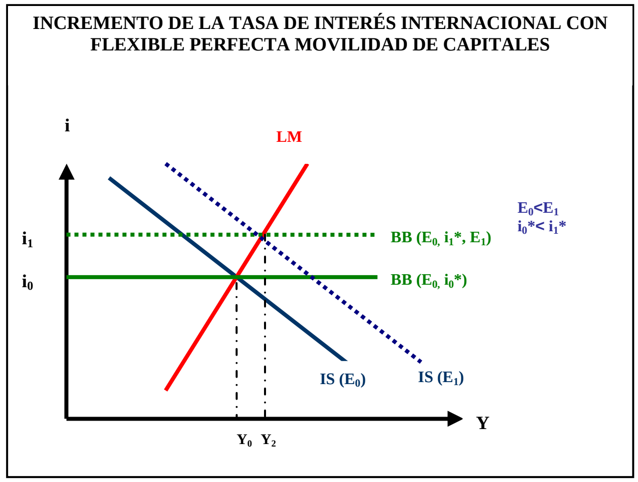
$$\frac{\partial i}{\partial H}=0$$

Ahora que obtuvimos el nivel de producción y la tasa de interés procedemos a hallar el tipo de cambio en la ecuación (IS´):

$$\partial R=\frac{1}{XN_R}\left\{\frac{1}{PL_Y}(S_{YD}-XN_Y)dH\right\}$$

$$\frac{\partial R}{\partial H}=\frac{S_{YD}-XN_Y}{XN_R PL_Y}>0$$

III.4.-CAMBIO DEL RIESGO PAÍS



$$\partial i = \partial\theta$$

$$dY = -\frac{L_i}{L_Y}\partial\theta$$

$$\frac{\partial Y}{\partial\theta} = -\frac{L_i}{L_Y} > 0$$
$$\frac{\partial i}{\partial\theta} = 1$$

Obtenido el nivel de producción y la tasa de interés, se reemplaza en la IS:

$$\partial R = \frac{1}{XN_R}\left[\left(-\frac{L_i}{L_Y}\partial\theta\right)(S_{YD} - XN_Y) - I_r\partial\theta\right]$$

$$\frac{\partial R}{\partial\theta} = \frac{-\dfrac{L_i}{L_Y}(S_{YD} - XN_Y) - I_r}{XN_R} > 0$$

Se obtienen resultados similares si únicamente cambia la tasa de interés internacional.

II) MODELO DE SOBREREACCIÓN DEL TIPO DE CAMBIO

Dornbusch (1976)

SUPUESTOS

- ✓ Economía pequeña y abierta con un régimen de tipo de cambio flexible.
- ✓ Perfecta movilidad de capitales.
- ✓ Los mercados financieros siempre están en equilibrio.
- ✓ Ajuste lento de producción.
- ✓ El mercado monetario esta en continuo equilibrio.

MODELO DEL OVERSHOOTING CAMBIARIO CON PRECIOS FIJOS

(1) $\dot{y} = \alpha\left(y^d - y\right) \quad \alpha > 0$

(2) $L^d = L^s$

(3) $y^d = cy + g - bi + d\left(e - p\right)$

(4) $L^d = ky - hi$

(5) $L^s = m - p$

(6) $i = i^* + \dot{e}$

Donde:
Variables endógenas: y, e.
Variables exógenas: g, m, i* y p
Estado estacionario.- implica que

(7) $\dot{y} = \dot{e} = 0$

Reemplazando (7) en (6)

(8) $i = i^*$

Igualando (4) y (5)

(9) $ky - hi = m - p$

(8) en (9) y despejando y de estado estacionario

(10) $\bar{y} = \frac{m}{k} - \frac{p}{k} + \frac{h}{k} i^*$

Despejando e de (3) al introducir (8) y (10)

(11) $\bar{e} = -\frac{1}{d} g + p + \frac{b}{d} i^* + \frac{s}{d} \bar{y}$

DINÁMICA

$$\frac{(c-1)}{b} y + \frac{1}{b} g + \frac{d}{b} e - \frac{d}{b} p = i$$

Reemplazando (3) en (1), despejando i en (9) e introduciéndola en (1)

(12) $\dot{y} = \alpha\left(-sy + g - b\left(\frac{k}{h} y - \frac{1}{h} m + \frac{1}{h} p\right) + d(e - p)\right)$

Despejando i en (9) e introduciéndola en (6)

(13) $\dot{e} = \frac{k}{h} y - \frac{1}{h} m + \frac{1}{h} p - i^*$

Obtengo el sistema de ecuaciones de brazo estable reemplazando (10) y (11) en (12) y (13)

(14) $\dot{y} = -\alpha s\left(y - \bar{y}\right) + \alpha d\left(e - \bar{e}\right)$

(15) $\dot{e} = \frac{k}{h}\left(y - \bar{y}\right)$

Formulando el sistema matricial:

(16) $\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha s & \alpha d \\ \frac{k}{h} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y - \bar{y} \\ e - \bar{e} \end{bmatrix}$

El equilibrio es un punto de silla dado que la traza es negativa y el determinante negativo, sólo habrá una senda que me llevara al punto de silla (*saddle path*):
Pendiente cuando y`=0, de (11):

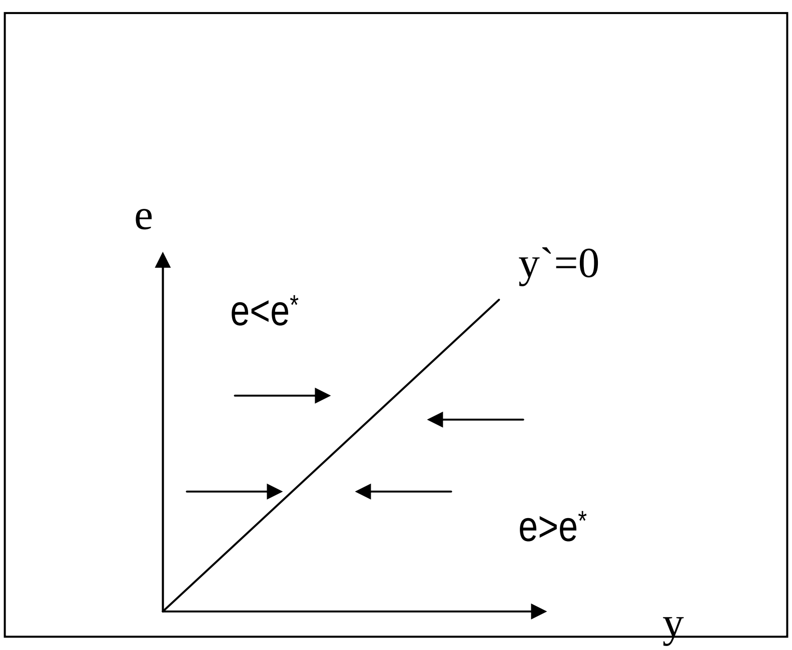
(17) $\frac{\delta e}{\delta y} = \frac{s}{d} \succ 0$

En (14):
Si e>e* entonces y↓, pues nos encontramos debajo de la curva de demarcación entonces y cae dado que:

(18) $\frac{\delta \dot{y}}{\delta y} = -\alpha s < 0$

Si e<e* entonces y↑, pues nos encontramos encima de la curva de demarcación entonces y aumenta por que la relación es inversa.

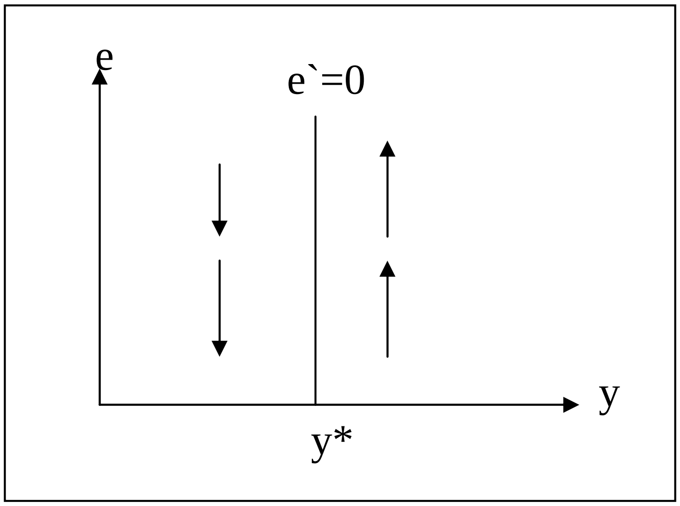
En el siguiente dibujo se muestra lo mencionado:



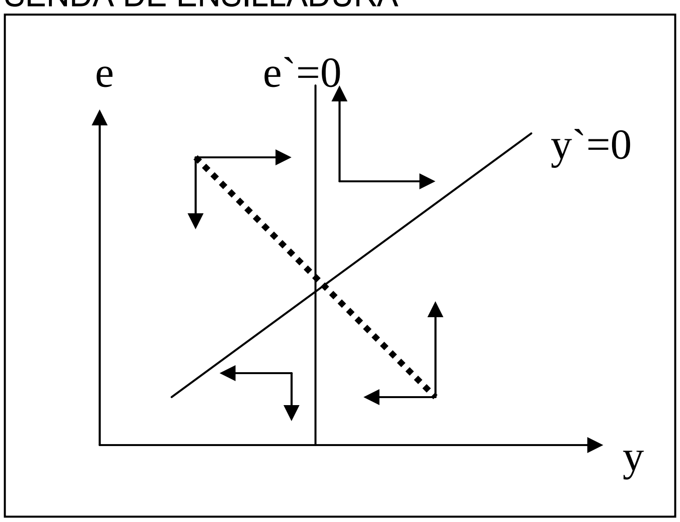
Pendiente cuando e`=0

De (10) se obtiene que la pendiente es infinita por lo que la curva de demarcación es una vertical en el ortante (e, y)

En (15):
Si $y>y^*$ entonces e↑, en este caso nos encontramos a la derecha de la curva de demarcación.
Si $y<y^*$ entonces e↓, nos encontramos a la izquierda.



SENDA DE ENSILLADURA

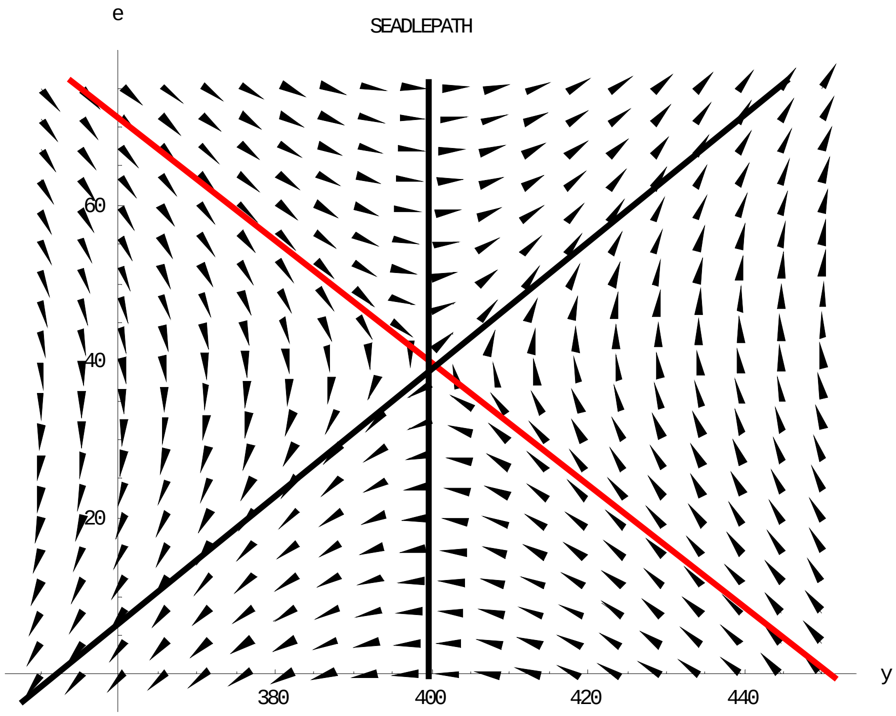


Ejemplo numérico.

PARÁMETROS
α=0.3
b=1.1
c=0.8
d=1.5
k=0.25
h=0.5
s=1-c

VARIABLES
g=20
p=0
m=100

i=0



En el gráfico del campo vectorial, las dos líneas negras que representan las curvas de demarcación, la línea roja que representa *SENDA DE ENSILLADURA*.

III) MODELO CON EXPECTATIVAS RACIONALES

Este modelo necesitamos la ecuación de arbitraje y la LM

LM nacional

$$\frac{M}{P} = Y^k e^{\beta_0 - \beta_1 i}$$

LM Internacional

$$\frac{M*}{P*} = Y*^k \; e^{\beta_0 - \beta_1 i*}$$

Ello suponiendo que los parámetros estructurales son iguales para la economía doméstica y el resto del mundo:

La ecuación de arbitraje viene dada por:

$$i = i* + de$$

$$de = LnE^e_{t+1} - LnE_t = e^e_{t+1} - e_t$$

Asumiendo que se cumple la ley del precio único, en este caso la versión absoluta de la paridad de poder de compra:

$$R_t = \frac{E_t P^*_t}{P_t} = 1$$

Tomando logaritmos neperianos a las ecuaciones LM:

$$m - p = ky - \lambda i$$

$$m* - p* = ky* - \lambda i*$$

Tomando logaritmos neperianos al tipo de cambio real en el momento t:

$$e_t + p^*_t - p_t = 0$$

$$m_t - e_t - m^*_t = ky_t - ky^*_t - \lambda e^e_{t+1} + \lambda e_t$$

Despejando e en el periodo t:

$$e_t = \frac{1}{1+\lambda}\left(m - m^*\right)_t + \frac{k}{1+\lambda}(y^*_t - y_t) + \frac{\lambda}{1+\lambda} e^e_{t+1}$$

Si los agentes forman sus expectativas de manera racional, para el periodo t+1 tendremos:

$$e^e_{t+1} = \frac{1}{1+\lambda}\left(m - m^*\right)^e_{t+1} + \frac{k}{1+\lambda}(y^*_t - y_t)^e_{t+1} + \frac{\lambda}{1+\lambda} e^e_{t+2}$$

sucesivamente…

$$e_t = \frac{1}{1+\lambda}\left(m - m^*\right)_t + \frac{k}{1+\lambda}(y^*_t - y_t) + \frac{\lambda}{1+\lambda}\left[\frac{1}{1+\lambda}\left(m - m^*\right)^e_{t+1} + \frac{k}{1+\lambda}(y^*_t - y_t)^e_{t+1} + (...)\right]$$

Forward looking:

$$e_t = \frac{1}{1+\lambda}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i \left(m - m^*\right)^e_{t+i} + \frac{k}{1+\lambda}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i \left(y^* - y\right)^e_{t+i}$$

Steady state cuando la tasa de crecimiento monetario y el crecimiento de la producción es igual en la economía doméstica e internacional.

$$e = k\left(y^* - y\right) + \left(m - m^*\right) = p - p*$$

Steady state cuando la tasa de crecimiento monetario es igual en la economía doméstica y en el resto del mundo, mas no los niveles de producción:

$$e = k\left(y^* - y\right)$$

Steady state cuando la tasa de crecimiento económico es igual en la economía doméstica y en el resto del mundo, mas no la tasa de crecimiento monetario:

$$e = m - m^*$$

Incremento transitorio de la tasa de crecimiento monetario esperado en el periodo t+1, cuando el crecimiento económico es igual en ambas economías.

$$0 \prec \frac{\partial e_t}{\partial m^e_{t+1}} = \frac{1}{1+\lambda}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right) \prec 1$$

Incremento permanente de la tasa de crecimiento monetario de la economía doméstica, cuando el crecimiento económico es igual es igual en ambas economías en el largo plazo:

$$\frac{\partial e_t}{\partial \overline{m}} = \frac{1}{1+\lambda}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i = 1$$

BIBLIOGRAFÍA

BLANCHARD, O., FISHER, S. (1989). *"Lectures on Macroeconomics"*. MIT Press.

CHIANG, A. C. (1987). *"Métodos fundamentales de economía matemática"*, 3ª ed, McGraw-Hill.

DORNBUSCH, R. (1976). *"Expectations and Exchange Rate Dynamics"*, Journal of Political Economy, 6: 1161-1176.

DORNBUSCH, R (1999). *"Macroeconomía"*. 8° Edición, McGraw Hill.

JIMÉNEZ, F. y otros. *"Macroeconomía: enfoques y modelos nuevos ejercicios resueltos"*. En línea <http://www.pucp.edu.pe/economia/pdf/DDD208.pdf >

JIMÉNEZ, F. (1998) *"Notas sobre la determinación y dinámica del tipo de cambio"*. En línea <http://www.pucp.edu.pe/economia/pdf/DDD158.pdf >

MENDOZA, W., (2002) *"La Macroeconomía de una Economía Abierta en el Corto Plazo: Del Modelo Mundell-Fleming a la Demanda Agregada".* En línea <http://www.pucp.edu.pe/economia/pdf/DDD220.pdf >

ROCA, R. *"El modelo IS-LM de una economía abierta".* En línea <http://economia.unmsm.edu.pe/prof/rroca>