

## Tema 13

### INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO

*No me acuerdo quién me explicó que eran trabajos de los campesinos de la zona, ésta la pintó el Vicente, ésta es de la Ramona, algunas firmadas y otras no pero todas tan hermosas, una vez más la visión primera del mundo, la mirada limpia del que describe su entorno como un canto de alabanza: vaquitas enanas en prados de amapola, la choza de azúcar de donde va saliendo la gente como hormigas, el caballo de ojos verdes contra un fondo de cañaverales, el bautismo en una iglesia que no cree en la perspectiva y se trepa o cae sobre sí misma, el lago con botecitos como zapatos y en último plano un pez enorme que ríe con labios de color turquesa. Entonces vino alguien a explicarme que la venta de las pinturas ayudaba a tirar adelante; nos íbamos quedando dormidos pero yo seguí todavía ojeando los cuadros amontonados en un rincón, sacando las grandes barajas de tela con las vaquitas y las flores y esa madre con dos niños en las rodillas, uno de blanco y el otro de rojo, bajo un cielo tan lleno de estrellas que la única nube quedaba como humillada en un ángulo, apretándose contra la varilla del cuadro, saliéndose ya de la tela de puro miedo.*

Julio Cortázar – Apocalipsis en Solentiname

#### Contenido

- 13.0. Introducción
- 13.1. El crecimiento en un modelo maltusiano
- 13.2. El crecimiento en un modelo neoclásico

### 13.0 INTRODUCCIÓN

Si hacemos abstracción de sus aspectos distributivos, el crecimiento económico puede definirse como la evolución en el tiempo de la renta per cápita,  $y_t$ , o sea de la cantidad que se obtiene al dividir la renta agregada,  $Y_t$ , por la población,  $N_t$ .<sup>1</sup> Por lo tanto, el crecimiento de las economías depende de la evolución relativa de la renta o de la producción agregada y de la población. Si la producción crece más deprisa que la población, la renta per cápita crece; si la población y la producción crecen a la misma tasa, la renta per cápita permanece constante, y si la producción crece más despacio que la población, la renta per cápita disminuye.

Precisar de antemano cuál va a ser la evolución futura de la renta per cápita es muy difícil. Unos economistas —a los que podríamos llamar desarrollistas— mantienen que el progreso técnico va a permitir que el crecimiento de la producción sea siempre más rápido que el de la población, y otros —más cercanos a los planteamientos de algunos grupos ecologistas— creen que el crecimiento continuado de la renta per cápita no es posible porque están convencidos de que el agotamiento de los recursos no renovables y la contaminación terminarán por frenar el progreso técnico y, en consecuencia, impedirán que el crecimiento de la producción sea más rápido que el de la población.

Este tema no pretende resolver esa polémica sino encauzarla. Y con este fin se estudian dos modelos económicos que van a ayudarnos a entender mejor ambas posturas. y, al mismo tiempo, a dar los primeros pasos en el análisis del crecimiento económico. El primero de estos modelos es el modelo de crecimiento maltusiano. Este modelo estudia la evolución a largo plazo de la renta per cápita partiendo del supuesto de que la función de producción agregada presenta rendimientos marginales decrecientes, y llega a la conclusión de que el crecimiento continuado de la renta per cápita no es posible. El segundo modelo es el modelo de crecimiento neoclásico o modelo de Solow. Este modelo estudia la evolución a largo plazo de la renta per cápita partiendo del supuesto de que la acumulación de capital permite un crecimiento sostenido de la productividad del trabajo, y llega a la conclusión

<sup>1</sup>En el Apartado 12.8 del Tema 12 hemos aprendido que el valor de la renta agregada coincide con el de la producción agregada siempre que los beneficios se definan residualmente.

de que el progreso técnico puede hacer que la renta per cápita crezca de un modo continuado. Una vez descritos estos dos modelos, se utilizan para averiguar si la política económica puede favorecer el crecimiento.

### 13.1 EL CRECIMIENTO EN UN MODELO MALTUSIANO

El Reverendo Thomas R. Malthus vivió en Gran Bretaña durante la segunda mitad del siglo XVIII y el primer tercio del siglo XIX. Malthus era clérigo de la iglesia anglicana por profesión y economista por afición, y le tocó vivir durante los peores años de la revolución industrial inglesa. En esa época las condiciones de vida de la mayoría de la población eran miserables, las jornadas de trabajo eran muy largas y los salarios de los trabajadores eran tan bajos que a duras penas les permitían subsistir. Sin embargo, Malthus llegó a la conclusión de que la causa principal de la miseria no había que buscarla en el sistema de producción capitalista, ni en el reparto desigual de la riqueza, sino en el crecimiento ilimitado de la población. Estaba convencido de que las posibilidades de producción crecían siguiendo una progresión aritmética, pero que las pasiones irrefrenables de las personas —no olvidemos que Malthus se ganaba la vida predicando— daban lugar a un crecimiento geométrico de la población. En un mundo así era lógico que la renta per cápita disminuyera hasta alcanzar un nivel de estricta subsistencia que hacía que el crecimiento económico se detuviera.

Malthus publicó sus ideas por primera vez en 1798 en un libro titulado *Ensayo sobre el principio de la población*. La segunda edición, considerablemente ampliada, se publicó en 1803 con el título de *Ensayo sobre el principio de la población o revista de sus efectos pasados o presentes sobre la felicidad del hombre*. En ese libro el reverendo llega a la conclusión de que “nadie tiene derecho a la existencia si no encuentra puesto su cubierto en el banquete de la vida”.

En los apartados siguientes se construye un modelo económico sencillo que formaliza algunas de las principales ideas maltusianas. Concretamente, nuestro objetivo es diseñar un modelo en el que la población crezca más deprisa que los medios necesarios para su subsistencia y que nos permita estudiar la evolución de la renta per cápita bajo estos supuestos.

#### 13.1.1 Las mercancías del modelo maltusiano

**Supuesto M0:** *En el modelo maltusiano sólo hay dos mercancías: un factor productivo, que es el trabajo y al que vamos a llamar  $N_t$ , y un producto, al que vamos a llamar  $Y_t$ .*

La principal razón por la que suponemos que en el modelo maltusiano hay un solo factor productivo es que simplifica considerablemente el análisis. Además, a finales del siglo XVIII suponer que sólo había un factor productivo era relativamente plausible. La economía británica estaba dejando de ser una economía de antiguo régimen —basada sobre todo en la agricultura y en la ganadería— para convertirse en una economía esencialmente industrial. En las economías de antiguo régimen la tierra y el trabajo eran los principales factores de producción. Por el contrario, el capital —los aperos de labranza y las herramientas de los artesanos— jugaba un papel muy secundario. Si en un mundo con esas características suponemos que la cantidad de tierra no cambia mucho, la producción agregada dependerá sobre todo de la cantidad de trabajo y esa es la idea que se formaliza en el Supuesto M0.<sup>2</sup>

Se puede mantener que suponer que el trabajo es el principal factor de producción sigue siendo razonable durante los primeros momentos de la revolución industrial, porque las primeras tecnologías industriales —los primeros telares o los altos hornos, por ejemplo— eran muy intensivas en mano de obra y el capital, aunque cada vez fuera más importante, seguía teniendo una participación limitada en la producción. Una forma sencilla de formalizar esta idea es exigir que el trabajo agregado sea el único argumento de la función de producción agregada, o sea que  $Y = F(N)$ .

En lo que respecta a la producción, en el Apartado 12.2 del Tema 12 hemos aprendido que la mayoría de los modelos macroeconómicos suponen que hay un solo producto y justifican este supuesto porque simplifica considerablemente el análisis. El Supuesto M0 se complementa con el supuesto adicional de que existe una tecnología que permite transformar la producción en consumo privado o en gasto público sin incurrir en

<sup>2</sup>Suponer que la cantidad de tierra no cambia no es del todo exacto porque se puede acondicionar más tierra para la ganadería o la agricultura roturando bosques o construyendo terrazas, por ejemplo.

coste alguno. Dicho de una forma un poco más técnica, implícitamente el Supuesto M0 establece que el consumo privado y el gasto público son mercancías perfectamente sustitutivas desde el punto de vista de la producción.

### 13.1.2 El sector exterior del modelo maltusiano

**Supuesto M1:** *Las exportaciones y las importaciones del modelo maltusiano son siempre cero.*

En esta primera aproximación al problema del crecimiento hacemos abstracción de las complicaciones que introduce el sector exterior y para ello adoptamos el Supuesto M1. Este supuesto equivale a suponer que vamos a estudiar una economía que no tiene sector exterior. Técnicamente estas economías se llaman economías cerradas. La principal justificación de este supuesto es que simplifica el análisis. Otra forma de interpretar este supuesto es pensar que el objetivo del modelo es entender el crecimiento de la economía mundial considerada como un todo.

### 13.1.3 El sector público del modelo maltusiano

**Supuesto M2:** *El sector público del modelo maltusiano compra mercancías públicas,  $G_t$ , recauda impuestos,  $T_t$ , realiza transferencias a los hogares,  $Z_t$ , y mantiene en todo momento un presupuesto equilibrado.*

Las funciones del sector público del modelo maltusiano son una simplificación de las que describíamos en el Apartado 12.3 del Tema 12. Concretamente, el modelo maltusiano supone que el sector público no puede endeudarse y que no utiliza la política monetaria. Por lo tanto, para saber cuál es la política económica nos basta con conocer las secuencias de gasto público, impuestos y transferencias. Además, como se supone que el sector público mantiene en todo momento un presupuesto equilibrado, esas secuencias deben cumplir la siguiente restricción presupuestaria:

$$G_t + Z_t = T_t \quad (13.0)$$

Una forma equivalente de formular este supuesto es exigir que los

déficits y los superávits públicos y, por lo tanto, el ahorro del sector público sean siempre cero.

### 13.1.4 Los hogares del modelo maltusiano

Los hogares del modelo maltusiano son una versión muy simplificada de los hogares que se describen en el Apartado 12.4 del Tema 12. En los apartados siguientes se describen la evolución de la población, las relaciones de propiedad y las decisiones que toman los hogares de este modelo.

#### La evolución de la población

El núcleo central del modelo maltusiano es su teoría sobre la evolución de la población. Según el modelo maltusiano el crecimiento de la población es el principal determinante del comportamiento del modelo en el largo plazo. Concretamente los supuestos maltusianos sobre las tasas de natalidad y de mortalidad son los siguientes:

**Supuesto M3:** *La tasa de natalidad,  $a$ , es independiente del consumo per cápita,  $c$ .*

**Supuesto M4:** *La tasa de mortalidad,  $m(c)$ , depende inversamente del consumo per cápita: cuanto menor es el consumo per cápita, mayor es la tasa de mortalidad y cuanto mayor es el consumo per cápita, menor es la tasa de mortalidad.*

El Supuesto M3 se justifica porque Malthus pensaba que la tasa de natalidad está determinada por la pasión entre los sexos que, según el reverendo, es una de las constantes de la naturaleza, y por costumbres profundamente arraigadas y relativamente invariables como la edad media del matrimonio y el uso de métodos anticonceptivos. Por lo tanto, para Malthus la tasa de natalidad es esencialmente independiente del nivel de vida. En consecuencia, la tasa de natalidad expresada como función del consumo per cápita, que es la variable que se usa para cuantificar el nivel de vida, debería ser constante. Esta idea se formaliza exigiendo que  $a(c) = a$ .<sup>3</sup>

<sup>3</sup>En este tema y en el siguiente las variables agregadas se representan con letras mayúsculas y las variables per cápita se representan con letras minúsculas. Por ejemplo,

En lo que respecta a la tasa de mortalidad, Malthus se dio cuenta de que la alimentación, la higiene y la calidad de la asistencia médica son sus principales determinantes. Como estas variables dependen del consumo per cápita, cuando éste aumenta, la alimentación y la salud de las personas mejoran y, en consecuencia, la tasa de mortalidad disminuye. Por el contrario, cuando el consumo per cápita disminuye, la alimentación y las condiciones sanitarias empeoran y la tasa de mortalidad aumenta. Por lo tanto, Malthus pensaba que la tasa de mortalidad es una función decreciente del consumo per cápita. Estas ideas se recogen en el Supuesto M4 que formalmente exige que la pendiente de la tasa de mortalidad expresada como función del consumo per cápita sea siempre negativa, o sea que  $\Delta m(c)/\Delta c < 0$ .

Una consecuencia de los Supuestos M3 y M4 es que la evolución de la población en el modelo maltusiano es la siguiente:

$$N_{t+1} = N_t + A_t - M_t = [1 + a - m(c_t)]N_t \quad (13.1)$$

En la expresión (13.1) la variable  $N_t$  es la población al principio del periodo  $t$ , y  $A_t$  y  $M_t$  son, respectivamente, el número de nacimientos y el número de fallecimientos que se producen durante ese periodo.

*Ejercicio 13.0:* Considere una economía cuya población inicial es  $N_0 = 10$  millones de personas, su tasa de natalidad es  $a = 0,02$  y su tasa de mortalidad expresada como función del consumo per cápita es  $m(c) = 0,015/c$  y (a) obtenga una expresión que le permita obtener la tasa de crecimiento de la población como función de  $c$ ; (b) suponga que  $c = 1$  y calcule el número de nacidos, el de fallecidos y la población de los periodos  $t = 1, 2, 3$  y (c) suponga que  $c = 0,5$  y repita este ejercicio.

### La propiedad de los factores productivos

**Supuesto M5:** Los hogares del modelo maltusiano son propietarios de su tiempo.

el consumo agregado es  $C$  y el consumo per cápita es  $c = C/N$ .

El Supuesto M5 establece que en el modelo maltusiano la propiedad de los factores productivos corresponde al sector privado. Este supuesto ya se ha comentado con detalle en el Apartado 12.4.1 del Tema 12.

### La asignación de los factores productivos

**Supuesto M6:** Todas las personas del modelo maltusiano dedican todo su tiempo disponible a trabajar.

El Supuesto M6 simplifica considerablemente la decisión de trabajar de los hogares del modelo. Equivale a suponer que los hogares están dispuestos a trabajar a tiempo completo a cualquier salario. Para que esto ocurra, los hogares tienen que valorar tanto el consumo o tan poco el ocio que, sea cual sea el salario, siempre dedican todo su tiempo disponible a trabajar. Cuando las condiciones de vida de las personas son tan miserables que las personas tienen que trabajar todo el día para sobrevivir, el Supuesto M6 no está demasiado alejado de la realidad. Formalmente este supuesto implica que la jornada laboral en el modelo maltusiano dura 14 horas, o sea que  $h_t = 14$ . Otra consecuencia de este supuesto es que el modelo maltusiano no hace distinción entre la población total y la población empleada y, por lo tanto, la variable  $N_t$  denota, al mismo tiempo, la población y el empleo. A Lucas se le acaba de ocurrir que el Supuesto M6 también implica que en el modelo maltusiano no hay ni niños, ni estudiantes, ni jubilados, ni vagos.

*Ejercicio 13.1:* Calcule las tasas de actividad, de empleo y de paro del modelo maltusiano.

### La asignación de la renta

**Supuesto M7:** Los hogares del modelo maltusiano dedican toda su renta disponible al consumo.

El Supuesto M7 equivale a suponer que el ahorro del sector privado es siempre cero y su expresión formal es la siguiente:

$$C_t = (Y_t + Z_t) - T_t \quad (13.2)$$

Este supuesto, que a primera vista puede parecer excesivamente simplificador, es relativamente plausible en las economías de subsistencia. En estas economías, los hogares no tienen incentivos para ahorrar por dos razones: en primer lugar porque la renta disponible es tan baja que difícilmente pueden hacerlo y, en segundo lugar, porque si las condiciones de vida son tan miserables que la supervivencia de los hogares está amenazada, ahorrar para consumir en el futuro no tiene mucho sentido. La expresión formal del ahorro de los hogares del modelo maltusiano,  $A_{Ht}$ , es la siguiente:

$$A_{Ht} = (Y_t + Z_t - T_t) - C_t = 0 \quad (13.3)$$

*Ejercicio 13.2:* Considere un modelo maltusiano en el que no hay sector público y en el que, por lo tanto,  $Z_t = T_t = G_t = 0$ , y exprese el consumo per cápita como función de la renta per cápita.

### 13.1.5 Las empresas del modelo maltusiano

Como ocurría en el modelo macroeconómico básico, el modelo maltusiano supone que la producción corre a cargo de las empresas y que puede describirse mediante una función de producción agregada. El modelo maltusiano supone que la función de producción agregada cumple los siguientes supuestos:

**Supuesto M8:** La producción agregada es creciente en la cantidad de trabajo.

**Supuesto M9:** La productividad marginal del trabajo es siempre decreciente.

El Supuesto M8 ya se ha comentado en el Apartado 2.5 del Tema 2. y recoge la idea de que cuanto mayor sea la fuerza de trabajo empleada, mayor será la producción total. Esta idea se formaliza exigiendo que la pendiente de la función de producción agregada sea siempre positiva, o sea que  $\Delta Y / \Delta N > 0$ .

El Supuesto M9 establece que los rendimientos marginales del trabajo son decrecientes y juega un papel fundamental en los resultados del

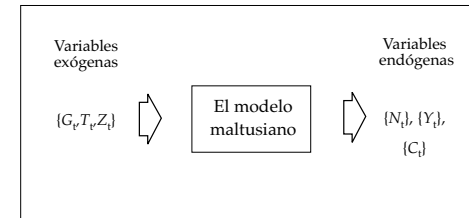


Gráfico 13.0: Las variables exógenas y endógenas del modelo de crecimiento maltusiano.

modelo maltusiano. Malthus estaba convencido de que la naturaleza era cíclica con sus criaturas. Una manera de formalizar esta idea es exigir que los rendimientos marginales del trabajo sean decrecientes. Por lo tanto, en el modelo maltusiano cuando aumenta el empleo aumenta la producción pero el rendimiento marginal de cada trabajador es cada vez menor. Una consecuencia de este supuesto es que llega un momento en que el rendimiento marginal del trabajo es tan pequeño que ni siquiera es suficiente para garantizar la supervivencia del último trabajador contratado. Formalmente el Supuesto M9 exige que la función de producción agregada sea cóncava con respecto al origen en todo su dominio de definición, o sea que  $\Delta PMgN / \Delta N < 0$ .

*Ejercicio 13.3:* Suponga que en una economía maltusiana la función de producción agregada es  $Y_t = N_t^\alpha$ , que  $\alpha = 0,5$  y que en esa economía hay 1.000 trabajadores y (a) determine si la función de producción propuesta cumple los Supuestos M8 y M9; (b) estudie sus rendimientos a escala, y (c) suponga que el Ministerio de Industria le encarga un informe sobre el tamaño que deberían tener las empresas para maximizar la producción y especifique cuáles serían las conclusiones de su informe.

El Ejercicio 13.3 debería haber puesto de manifiesto que los rendimientos a escala de las funciones de producción que cumplen los Supuestos M0 y M9 son siempre decrecientes y que, en este caso, la producción total aumenta con el número de empresas y la organización industrial de la

economía se convierte en un problema delicado. Como el objetivo del modelo maltusiano es estudiar la evolución de la renta per cápita a largo plazo, y como este objetivo tiene poco que ver con la organización industrial de la economía, para simplificar el análisis vamos a suponer que en el modelo maltusiano hay una sola empresa. El Supuesto M10 recoge esta idea.

**Supuesto M10:** *En el modelo maltusiano hay una sola empresa.*

### 13.1.6 La caracterización del modelo maltusiano

El modelo maltusiano que hemos descrito en las páginas anteriores puede caracterizarse mediante el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= F(N_t) \\ C_t &= Y_t + Z_t - T_t \\ c_t &= C_t/N_t \\ N_{t+1} &= [1 + a - m(c_t)]N_t \end{aligned} \right\} \quad (13.4)$$

Estas ecuaciones constituyen una descripción completa del modelo porque si sabemos cuáles son la población inicial y la política económica, podemos calcular la evolución en el tiempo de la población, de la producción agregada, y del consumo agregado. Técnicamente las variables que un modelo toma como dadas —en este caso el gasto público, los impuestos y las transferencias— se llaman variables exógenas, y las variables que el modelo genera —en este caso la población, la producción y el consumo— se llaman variables endógenas. El Gráfico 13.0 identifica a las variables exógenas y endógenas del modelo maltusiano.

### 13.1.7 La simulación del modelo maltusiano

Simular un modelo consiste en obtener series temporales de sus variables endógenas. Los modelos económicos que pueden simularse son literalmente maquetas simplificadas de las economías del mundo real y pueden usarse para experimentar con distintas políticas económicas sin incurrir en los costes que supondría hacer esos experimentos en las economías del mundo real. El modelo de crecimiento maltusiano es un modelo de este tipo.

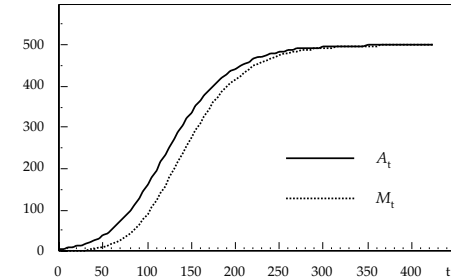


Gráfico 13.1: La evolución de los nacimientos y los fallecimientos en el modelo maltusiano.

**Ejercicio 13.4:** *¿Cree que la renta per cápita del modelo maltusiano crece de una forma continuada, o cree que a partir de un determinado momento la renta per cápita se estanca y el crecimiento se detiene?*

Una forma de contestar a la pregunta que nos plantea el Ejercicio 13.4 es simular el modelo maltusiano y estudiar el comportamiento a largo plazo de la serie de la renta per cápita que obtengamos de la simulación. Para simular el modelo maltusiano, primero tenemos que elegir formas funcionales explícitas para la función de producción y para la función de la tasa de natalidad y un valor numérico para la tasa de natalidad. Una vez que hayamos elegido ese valor y esas funciones, podemos utilizar las ecuaciones del sistema (13.4) para simular el comportamiento de las variables endógenas del modelo para unas condiciones iniciales y una política económica determinadas. Eso es precisamente lo que el Ejercicio 13.5 nos propone que hagamos.

**Ejercicio 13.5:** *Santa Rita es una economía pequeña en la que no hay sector público y, por lo tanto, el gasto público,  $G_t$ , las transferencias,  $Z_t$ , y los impuestos,  $T_t$ , son siempre cero. Suponga que la población inicial es  $N_0 = 100$ , que la tasa de natalidad es  $a = 0,05$ , que la tasa de mortalidad expresada como función del consumo per cápita es  $m(c_t) = 0,0005/c_t$ , que la función de producción agregada es  $Y_t = N_t^\alpha$  y que  $\alpha = 0,5$  y (a)*

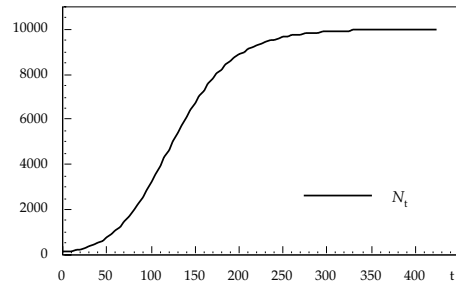


Gráfico 13.2: La evolución de la población en el modelo maltusiano.

calcule la población, la producción agregada, el consumo agregado, el consumo per cápita y la renta per cápita de los periodos  $t = 0, 1, 2$  y (b) repita los cálculos anteriores para los periodos  $t = 3, 4, 5, \dots$

Contestar al apartado (a) del Ejercicio 13.5 es relativamente sencillo. Como sabemos que  $N_0 = 100$  y que  $T_t = Z_t = 0$ , las ecuaciones del sistema (13.4) nos permiten calcular directamente los valores de todas las variables endógenas del modelo. Concretamente usando los datos del Ejercicio 13.5 obtenemos que  $Y_0 = 10$ ,  $C_0 = 10$ ,  $c_0 = 0,1$  y  $N_1 = 104,5$ . Repitiendo estos cálculos dos veces más se obtienen los valores de las variables endógenas correspondientes a los periodos  $t = 1$  y  $t = 2$ . Sin embargo, para contestar al apartado (b) de ese ejercicio, tenemos que repetir esos cálculos muchas veces más, y hacerlo sin la ayuda de un ordenador o de una calculadora programable es una tarea muy tediosa.

*Ejercicio 13.6: Escriba un algoritmo, o sea una descripción detallada de una secuencia de instrucciones ejecutables por un ordenador, que le permita contestar al apartado (b) del Ejercicio 13.5.*

Los Gráficos 13.1, 13.2 y 13.3 representan los primeros cuatrocientos periodos del modelo maltusiano descrito en el Ejercicio 13.5 que se ha simulado con la ayuda de un programa en FORTRAN que transcribe el algoritmo que se pedía en el Ejercicio 13.6. Los Gráficos 13.1 y 13.2 representan

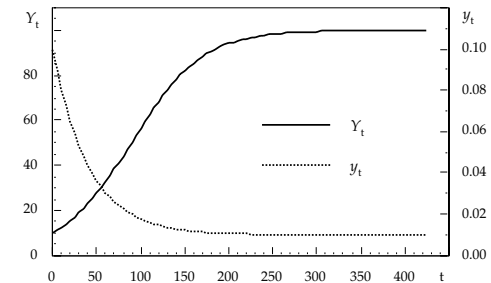


Gráfico 13.3: La evolución de la producción y de la renta per cápita en el modelo maltusiano.

la evolución en el tiempo de los nacimientos, de los fallecimientos y de la población y el Gráfico 13.3 representa la evolución en el tiempo de la producción y de la renta per cápita. Como el Gráfico 13.1 pone de manifiesto, aproximadamente a partir de 400 periodos el número de nacimientos coincide con el de defunciones y, en consecuencia, la población total deja de cambiar. Una vez que el crecimiento de la población se detiene, la producción, la renta per cápita y el consumo per cápita también permanecen constantes. Cuando esto ocurre, decimos que el modelo maltusiano ha llegado a su estado estacionario. El estado estacionario de un modelo también se llama equilibrio estacionario y equilibrio a largo plazo.

### 13.1.8 La solución del modelo maltusiano

El método que hemos seguido en el apartado anterior ilustra la evolución en el tiempo del modelo maltusiano. En este apartado nos planteamos un objetivo un poco más ambicioso: queremos resolver el modelo analíticamente sin tener que simular su comportamiento. Para conseguirlo, necesitamos un método que nos permita calcular el equilibrio estacionario del modelo —o sea, los valores de la población, la producción y el consumo a los que convergerían esas variables si simuláramos el modelo durante un periodo de tiempo suficientemente largo—. Formalmente, la definición del equilibrio estacionario del modelo maltusiano es la siguiente:

**Definición 13.0: Equilibrio estacionario del modelo maltusiano.**

En el modelo maltusiano que hemos descrito en este tema un equilibrio estacionario es el vector de valores invariantes de la población, la producción y el consumo,  $(N^*, Y^*, C^*)$ , a los que converge el modelo.

*Ejercicio 13.7: Calcule el equilibrio estacionario de la economía que se describe en el Ejercicio 13.5.*

Para contestar a la pregunta que plantea el Ejercicio 13.7 vamos a empezar por simplificar el sistema (13.4). En las economías sin sector público como la que se describe en el Ejercicio 13.5, como las transferencias y los impuestos son siempre cero, la tercera ecuación de sistema (13.4) pasa a ser simplemente  $C_t = Y_t$  y el sistema (13.4) pasa a ser el siguiente:

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= F(N_t) \\ C_t &= Y_t \\ c_t &= C_t/N_t \\ N_{t+1} &= [1 + a - m(c_t)]N_t \end{aligned} \right\} \quad (13.5)$$

En general, resolver sistemas de ecuaciones como el sistema (13.5) es difícil porque la última ecuación es una ecuación en diferencias, o sea, una ecuación en la que aparecen variables en distintos momentos del tiempo, y muchas veces esas ecuaciones no tienen solución. Afortunadamente, en este caso la solución existe y encontrarla es relativamente sencillo. Para facilitarnos la tarea vamos a recurrir al método gráfico. Concretamente vamos a empezar por representar las tasas de natalidad y de mortalidad típicas del modelo maltusiano.

*Ejercicio 13.8: Compruebe que las funciones que se representan en el Gráfico 13.4 cumplen los Supuestos M3 y M4.*

El Gráfico 13.4 pone de manifiesto que existe exactamente un valor del consumo per cápita,  $c^*$ , que hace que las tasas de natalidad y de mortalidad coincidan.<sup>4</sup> Cuando esto ocurre, el número de nacimientos coincide con el número de defunciones y la población permanece constante. Para todos

<sup>4</sup>Este resultado es una consecuencia de los Supuestos M3 y M4 que garantizan que el punto de intersección de  $a(c)$  y  $m(c)$ , si existe, es único.

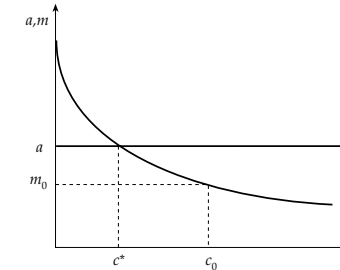


Gráfico 13.4: El consumo per cápita de equilibrio estacionario en el modelo maltusiano.

los demás valores del consumo per cápita, o bien la tasa de natalidad es mayor que la tasa de mortalidad y la población aumenta, o bien la tasa de natalidad es menor que la tasa de mortalidad y la población disminuye. Para calcular ese valor del consumo per cápita, igualamos las tasas de natalidad y mortalidad y resolvemos la ecuación resultante,  $a = m(c)$ .

El paso siguiente es calcular los valores del consumo agregado y de la población de equilibrio estacionario,  $C^*$  y  $N^*$ , cuyo cociente es el consumo per cápita de equilibrio estacionario,  $c^*$ , que acabamos de calcular. Para facilitarnos esa tarea vamos a recurrir al Gráfico 13.5 que representa la función de consumo agregado de un modelo maltusiano sin sector público. En ese gráfico, el valor del consumo per cápita que se obtiene con una cantidad de trabajo determinada coincide con el valor de la pendiente del rayo que une el origen con el valor de la función que corresponde a esa cantidad de trabajo.

*Ejercicio 13.9: Compruebe que la función de producción agregada representada en el Gráfico 13.5 cumple los Supuestos M8 y M9.*

El Supuesto M9 garantiza que los valores de las pendientes de los rayos que unen el origen de coordenadas con los puntos de la función de producción —y, por lo tanto, con la función de consumo en las economías sin sector público— son siempre distintos. Por lo tanto, en el Gráfico 13.5

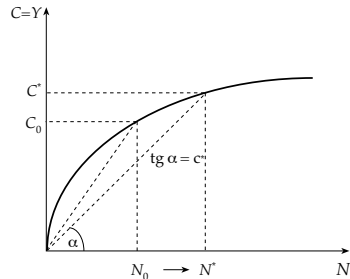


Gráfico 13.5: La población, la producción y el consumo agregado de equilibrio estacionario en un modelo maltusiano sin sector público.

hay un solo punto,  $(N^*, C^*)$ , en el que el consumo per cápita es exactamente  $c^*$ . Para calcular el valor de  $N^*$  tenemos que resolver la siguiente ecuación:  $c^* = C^*/N^* = F(N^*)/N^*$ . Una vez que sepamos cuánto vale  $N^*$ , sustituimos ese valor en la función de consumo agregado,  $C^* = F(N^*)$ , y obtenemos el valor del consumo agregado de equilibrio estacionario sustituyendo. Por último, la producción agregada y la renta per cápita de equilibrio estacionario son, respectivamente,  $Y^* = C^*$  e  $y^* = c^*$ .

Para completar la solución del modelo maltusiano debemos ocuparnos de un detalle importante: tenemos que asegurarnos de que la solución que hemos encontrado es estable. O sea, que el modelo converge a esa solución para cualquier valor de la población inicial,  $N_0$ . Por ejemplo, el Gráfico 13.5 ilustra lo que ocurre cuando  $N_0$  es menor que  $N^*$ . En ese caso, el consumo per cápita que se obtiene con esa fuerza de trabajo,  $c_0 = C_0/N_0$ , es mayor que  $c^*$ . Como el Supuesto M4 establece que la tasa de mortalidad es decreciente en el consumo per cápita, se verifica que  $m(c_0) < m(c^*) = a$ . Como ilustra el Gráfico 13.4, para ese valor del consumo per cápita, la tasa de mortalidad es menor que la tasa de natalidad y, en consecuencia, la población aumenta. Esta situación se repite hasta que la población llega a ser  $N^*$ . Cuando la población alcanza ese valor, el consumo per cápita vuelve a ser  $c^*$ , las tasas de natalidad y de mortalidad vuelven a coincidir y la población permanece constante para siempre. La demostración de lo que

ocurre cuando la población inicial es mayor que la población de equilibrio estacionario queda como ejercicio para el lector.

*Ejercicio 13.10: Suponga que  $N_0 > N^*$  y demuestre que la población, la producción agregada y el consumo agregado de equilibrio estacionario son  $N^*$ ,  $Y^*$  y  $C^*$  respectivamente.*

Por lo tanto, para calcular el equilibrio estacionario de un modelo maltusiano sin sector público analíticamente, primero tenemos que resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} m(c) &= a \\ c &= F(N)/N \end{aligned} \right\} \quad (13.6)$$

y luego tenemos que usar las soluciones del sistema para calcular los valores de la producción agregada y del consumo agregado.

### 13.1.9 La política económica en el modelo maltusiano

En los apartados anteriores hemos aprendido que en el modelo de crecimiento maltusiano siempre que la población inicial sea menor que la población de equilibrio estacionario, la población, la producción agregada y el consumo agregado crecen y el consumo y la renta per cápita disminuyen hasta que se llega al consumo per cápita de equilibrio estacionario en el que cada persona produce y consume exactamente la cantidad necesaria para sobrevivir. El objetivo de los Ejercicios 13.11, 13.12, 13.13, 13.14 y 13.15 es analizar los efectos de distintas medidas de política económica que pretenden aumentar el consumo per cápita de los hogares de un modelo maltusiano.

*Ejercicio 13.11: El progreso técnico. El Ministerio de Industria de la economía descrita en el Ejercicio 13.5 pone en marcha un programa de apoyo a las inversiones en investigación y desarrollo. Suponga que como consecuencia de esa política económica, la productividad media del trabajo se duplica. (a) Obtenga la nueva función de producción agregada del modelo; (b) calcule el nuevo equilibrio estacionario del modelo, y (c) evalúe las consecuencias para el bienestar de los hogares de esta política industrial.*

*Ejercicio 13.12:* Las mejoras sanitarias. El Ministerio de Sanidad de la economía descrita en el Ejercicio 13.5 pone en marcha un programa de vacunación y asistencia médica gratuitas que reduce la tasa de mortalidad a  $m(c) = 0,0003/c$ . (a) Calcule el nuevo equilibrio estacionario del modelo, y (b) evalúe las consecuencias para el bienestar de los hogares de esta política sanitaria.

*Ejercicio 13.13:* El control de la natalidad. Suponga que tras la dimisión del anterior responsable del Ministerio de Sanidad, la nueva ministra pone en marcha una campaña de distribución gratuita y uso obligatorio de preservativos que reduce la tasa de natalidad de la economía descrita en el Ejercicio 13.5 a  $a = 0,03$ . (a) Calcule el nuevo equilibrio estacionario del modelo, y (b) evalúe las consecuencias para el bienestar de los hogares de esta campaña de control de la natalidad.

*Ejercicio 13.14:* Más difícil: Impuestos y transferencias en un modelo maltusiano. Considere ahora una economía habitada por 50 terratenientes ( $T$ ) y 1.000 jornaleros ( $J$ ). Las tasas de natalidad y mortalidad de unos y otros son las siguientes:  $a_J = 0,03$ ,  $a_T = 0,02$ ,  $m_J = 0,01/c_J$  y  $m_T = 0,02$ . La economía se organiza siguiendo el sistema tradicional que obliga a los jornaleros a trabajar y a pagar a los terratenientes la mitad de la producción total, que los terratenientes se reparten igualmente. Los terratenientes no trabajan y se dedican a cazar y a organizar fiestas a las que invitan a los terratenientes de las economías vecinas. La función de producción agregada es  $Y = 10J^\alpha$  y  $\alpha = 0,5$ . (a) Calcule las poblaciones, las rentas per cápita y los consumos per cápita de equilibrio de terratenientes y jornaleros; (b) suponga que un rey benévolo hereda el trono y decide recaudar un impuesto del 20% sobre la renta de los terratenientes y transferir toda la recaudación a los jornaleros para que se la repartan a partes iguales, y calcule las poblaciones, las rentas per cápita y los consumos per cápita de equilibrio de terratenientes y jornaleros, y (c) compare las soluciones de los dos apartados anteriores.

*Ejercicio 13.15:* Más difícil: Revolución sangrienta en un modelo maltusiano. Cansados de vivir en la miseria, los jornaleros del Ejercicio 13.14 se sublevan contra el orden establecido y asesinan al rey y a todos los terratenientes. (a) Calcule los nuevos valores de la población, la renta per

cápita y el consumo per cápita de equilibrio estacionario, y (b) compare sus soluciones con las del Ejercicio 13.14.

Como ilustran los ejercicios anteriores, el control de la natalidad es la única política que consigue aumentar el consumo per cápita de equilibrio estacionario en el modelo maltusiano.<sup>5</sup> Este resultado se debe a que los supuestos maltusianos sobre las tasas de natalidad y de mortalidad y sobre la función de producción hacen que las economías maltusianas se queden atrapadas en la trampa de la pobreza que resulta del crecimiento continuado de la población y de la productividad marginal decreciente del trabajo.

El progreso técnico y las políticas distributivas hacen que la población, la producción agregada y el consumo agregado de equilibrio estacionario aumenten pero, como no afectan ni a la tasa de natalidad ni a la tasa de mortalidad, no consiguen aumentar ni el consumo per cápita, ni la renta per cápita de equilibrio estacionario. Las mejoras sanitarias, al reducir la tasa de mortalidad, tienen el efecto perverso de hacer que el consumo per cápita y la renta per cápita disminuyan.

### 13.1.10 El modelo maltusiano en la actualidad

Si consideramos la evolución en el tiempo de la renta per cápita de distintos países y la comparamos con las predicciones del modelo maltusiano, el modelo propuesto por Malthus no queda en muy buen lugar. Aunque es verdad que en algunos países con tasas de natalidad elevadas la renta per cápita es relativamente baja, en la mayoría de las economías industriales la población se ha multiplicado por cuatro o por cinco desde la época de Malthus y, a pesar de ello, la renta per cápita ha crecido a un ritmo todavía mayor, contradiciendo las predicciones maltusianas.

Probablemente, las razones que justifican estas discrepancias entre las predicciones del modelo maltusiano y la realidad sean la sencillez formal del modelo y el énfasis que pone en la ineludibilidad de los rendimientos marginales decrecientes. Quizás la simplificación más exagerada del modelo maltusiano sea que no tiene en cuenta los efectos de la acumulación de capital sobre el crecimiento económico. La acumulación de capital, al aumentar

<sup>5</sup>Nótese que cualquier política siniestra que haga que aumente la tasa de mortalidad del modelo tiene unos efectos parecidos.

la productividad del trabajo, permite que los rendimientos marginales del trabajo crezcan y es la puerta de salida de la trampa de la pobreza maltusiana. En el apartado siguiente vamos a estudiar otro modelo de crecimiento en el que los hogares acumulan capital, y que nos permite formalizar estas ideas.

### 13.2 EL CRECIMIENTO EN UN MODELO NEOCLÁSICO

El modelo de crecimiento neoclásico que se describe en este apartado está basado en un artículo publicado por el economista Robert E. Solow en 1956<sup>6</sup>. Solow recibió el Premio Nobel de Economía de 1987 en parte por haber descubierto este modelo. En los aproximadamente cuarenta años que han transcurrido desde la publicación del artículo de Solow, el modelo de crecimiento neoclásico se ha convertido en uno de los modelos más utilizados en el análisis macroeconómico, y es el punto de partida de muchos artículos que investigan el crecimiento económico, los ciclos económicos, la economía monetaria, la economía financiera, la hacienda pública y la economía internacional. En las páginas que siguen primero se describe una versión simplificada del modelo neoclásico y a continuación se usa para volvernos a plantear si el crecimiento económico es sostenible en este modelo y para simular los efectos de las políticas económicas cuyo objetivo es favorecer el crecimiento.

<sup>6</sup>Solow, R. "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, febrero de 1956.

#### 13.2.1 Las mercancías del modelo neoclásico

**Supuesto N0:** *En el modelo neoclásico hay dos factores productivos, capital,  $K$ , y trabajo,  $N$ , y un producto,  $Y$ .*

El supuesto de que hay dos factores productivos enriquece considerablemente el análisis del crecimiento y juega un papel fundamental en muchos de los resultados del modelo neoclásico. Como vamos a aprender más adelante, estas dos propiedades se deben a que la acumulación de capital hace compatible el crecimiento de la población con el aumento de la productividad marginal del trabajo y con el crecimiento continuado de la producción agregada. Si además el progreso técnico hace que la productividad global de los factores aumente, la renta per cápita también puede crecer de forma continuada. Dicho con otras palabras, la acumulación de capital permite que la economía salga de la trampa de pobreza maltusiana.

En lo que respecta a la producción, el modelo neoclásico también supone que hay un producto único. Como ya se ha comentado en el Apartado 13.1.1 la mayoría de los modelos macroeconómicos adoptan este supuesto porque simplifica considerablemente el análisis. Como ocurría con el modelo maltusiano, el Supuesto N0 se complementa con el supuesto implícito de que existe una tecnología que permite transformar la producción en consumo privado, en inversión o en gasto público sin incurrir en coste alguno.

*Ejercicio 13.16: Suponga que la tasa de crecimiento de la población de un modelo es constante e igual a  $n$ . ¿A qué tasa cree que tendría que crecer el capital para que el capital per cápita permaneciera constante?*

#### 13.2.2 El sector exterior del modelo neoclásico

**Supuesto N1:** *Las exportaciones y las importaciones del modelo neoclásico son siempre cero.*

Este supuesto coincide con el Supuesto M1 del modelo maltusiano, equivale a suponer que vamos a estudiar una economía sin sector exterior y se justifica porque simplifica considerablemente el análisis.

### 13.2.3 El sector público del modelo neoclásico

**Supuesto N2:** *El sector público del modelo neoclásico compra mercancías públicas,  $G_t$ , recauda impuestos,  $T_t$ , realiza transferencias a los hogares,  $Z_t$ , y mantiene en todo momento un presupuesto equilibrado.*

Este supuesto es idéntico al Supuesto M2 y se ha comentado con detalle en el Apartado 13.1.3. El Supuesto N2 implica que el sector público del modelo neoclásico no puede endeudarse y que no utiliza la política monetaria. Por lo tanto, para saber cuál es la política económica nos basta con conocer las secuencias de gasto público, impuestos y transferencias. Además, como se supone que el sector público mantiene en todo momento un presupuesto equilibrado, esas secuencias deben cumplir la restricción presupuestaria descrita por la expresión (13.0).

### 13.2.4 Los hogares del modelo neoclásico

Los hogares del modelo neoclásico son muy parecidos a los hogares del modelo maltusiano. En los apartados siguientes se describen la evolución de la población, las relaciones de propiedad y las decisiones que toman los hogares de este modelo.

#### La evolución de la población

**Supuesto N3:** *La tasa de crecimiento de la población,  $n$ , es constante e independiente de las condiciones económicas.*

Igual que ocurría en el modelo maltusiano, en las versiones más sencillas del modelo neoclásico la causa del crecimiento económico es el crecimiento de la población, pero el modelo neoclásico supone que la tasa de crecimiento de la población es independiente del consumo per cápita y de las restantes variables endógenas. Por lo tanto, el modelo neoclásico no tiene una teoría de la población propiamente dicha y se limita a suponer que las razones que determinan su evolución son exógenas al modelo.<sup>7</sup> Una conse-

<sup>7</sup>A Irene la teoría maltusiana de la población no le convenía demasiado pero el Supuesto N3 le convence todavía menos y se ha propuesto no olvidarse de esta limitación cuando tenga que valorar las conclusiones del modelo neoclásico.

cuencia del Supuesto N3 es que la evolución en el tiempo de la población del modelo neoclásico es la siguiente:

$$N_{t+1} = (1 + n)N_t \quad (13.7)$$

donde la variable  $N_t$  denota la población al principio del periodo  $t$ .

#### La propiedad de los factores productivos

**Supuesto N4:** *Los hogares del modelo neoclásico son propietarios de su tiempo y del fondo de capital.*

Este supuesto establece que en el modelo neoclásico la propiedad de los factores productivos corresponde al sector privado, es idéntico al Supuesto M5 del modelo maltusiano y ya se ha comentado con detalle en el Apartado 12.4.1 del Tema 12.

#### La asignación de los factores productivos

**Supuesto N5:** *Todas las personas del modelo neoclásico dedican todo su tiempo disponible a trabajar y asignan todo su capital al mercado.*

Este supuesto es una extensión del Supuesto M6 del modelo maltusiano y simplifica considerablemente el análisis al trivializar las decisiones de oferta de factores. En lo que respecta al trabajo, el Supuesto N5 equivale a suponer que la jornada laboral dura 14 horas y que el empleo coincide con la población total. Por lo tanto, en el modelo neoclásico la variable  $N_t$  también denota al mismo tiempo la población y el empleo.

#### La asignación de la renta

**Supuesto N6:** *Los hogares del modelo neoclásico ahorran una proporción constante de sus ingresos después de impuestos y consumen el resto.*

El Supuesto N6 se formaliza en la siguiente igualdad:

$$A_{Ht} = \sigma(Y_t + Z_t - T_t). \quad (13.8)$$

En esa expresión la variable  $A_{Ht}$  es el ahorro de los hogares, la constante  $\sigma$  es la tasa de ahorro y la variable  $Y_t$  es la renta que, como hemos aprendido en el Apartado 12.8 del Tema 12, coincide con la producción agregada. El Supuesto N6 también se puede expresar en términos del consumo agregado,  $C_t$ , como se indica a continuación:

$$C_t = (1 - \sigma)(Y_t + Z_t - T_t) \quad (13.9)$$

El Supuesto N6 es más general que el Supuesto M7 del modelo maltusiano pero sigue siendo una simplificación evidente de la realidad. En esta versión del modelo neoclásico se adopta este supuesto porque la solución formal del problema de la asignación intertemporal de la renta de los hogares es muy complicada.

#### La asignación del ahorro

Como hemos aprendido en el Apartado 12.4.4 del Tema 12, en las economías del mundo real el ahorro de los hogares se dedica a comprar mercancías de inversión y a financiar el déficit del sector público y el del sector exterior. Como en el modelo neoclásico el sector público no puede endeudarse y no hay sector exterior, el ahorro de los hogares se dedica íntegramente a comprar mercancías de inversión. Por lo tanto, una consecuencia del Supuesto N6 es que en el modelo neoclásico la inversión,  $I_t$ , siempre coincide con el ahorro. La expresión formal de esta identidad es la siguiente:

$$I_t = A_{Ht} = \sigma(Y_t + Z_t - T_t) \quad (13.10)$$

#### 13.2.5 Las empresas del modelo neoclásico

Como ocurría en el modelo macroeconómico básico y en el modelo maltusiano, el modelo neoclásico supone que la producción corre a cargo de las empresas y que puede describirse mediante una función de producción agregada. El Supuesto N7 describe las propiedades que cumple la función de producción agregada del modelo neoclásico.

**Supuesto N7:** *La función de producción agregada del modelo neoclásico es una función de producción neoclásica.*

Las propiedades de la función de producción neoclásica se han descrito con detalle en el Apartado 2.6 del Tema 2 y son las siguientes: la producción es creciente en el capital y en el trabajo; las productividades marginales del capital y del trabajo son decrecientes, y los rendimientos a escala son constantes. Es importante recordar que una consecuencia de suponer que los rendimientos a escala son constantes es que la producción agregada es independiente del número y del tamaño de las empresas que hay en la economía. Por lo tanto, en el modelo neoclásico la organización industrial de la economía es un problema trivial, y podemos suponer que existe una sola empresa sin perder generalidad.

#### La evolución del fondo de capital

**Supuesto N8:** *El fondo de capital se deprecia geoméricamente con el uso a una tasa constante,  $\delta$ .*

Es evidente que en la realidad el capital —la maquinaria, los bienes de equipo y los edificios— se desgasta con el uso y que ese desgaste hace que su valor disminuya. La tasa de depreciación es el nombre técnico de la disminución de valor del capital expresada como un porcentaje de su valor inicial. Obtener una medida fiable de la tasa de depreciación es muy difícil. Por ejemplo, la legislación española establece un porcentaje fijo para cada mercancía de inversión que oscila entre un 10 y un 25% del valor inicial de la mercancía. Por lo tanto, en España la tasa de depreciación legal media está comprendida entre el 10 y el 25%. El modelo neoclásico supone que la depreciación es constante para simplificar el análisis.

El Supuesto N8 y la definición de los gastos de inversión como inversión bruta implican que la evolución del fondo de capital es la siguiente:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \quad (13.11)$$

La igualdad (13.11) establece que el valor del fondo de capital al principio del período  $t+1$ ,  $K_{t+1}$ , es igual a la parte no depreciada del fondo de capital existente al principio del período  $t$ ,  $(1 - \delta)K_t$ , más el flujo de inversión bruta del período  $t$ ,  $I_t$ .

### 13.2.6 La contabilidad nacional en el modelo neoclásico

Una consecuencia importante de los Supuestos N1, N2 y N6 es que los hogares del modelo neoclásico dedican todos sus ingresos a comprar mercancías de consumo y de inversión y a pagar los impuestos. La expresión formal de este resultado es la siguiente:

$$C_t + I_t + T_t = Y_t + Z_t \quad (13.12)$$

Como el sector público mantiene en todo momento un presupuesto equilibrado, se cumple que  $T_t - Z_t = G_t$  y la igualdad (13.12) equivale a la siguiente:

$$C_t + I_t + G_t = Y_t \quad (13.13)$$

La igualdad (13.13) establece que la producción final es igual al gasto, y es una de las identidades de la contabilidad nacional del modelo. Como ya se ha comentado en el Apartado 13.2.4, si definimos los beneficios agregados residualmente como hacíamos en el Apartado 12.8 del Tema 12, en el modelo neoclásico también se verifica que la suma de las rentas factoriales coincide con el valor de la producción final.

### 13.2.7 La caracterización del modelo neoclásico

El modelo neoclásico que hemos descrito en las páginas anteriores puede caracterizarse mediante el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= F(K_t, N_t) \\ C_t &= (1 - \sigma)(Y_t + Z_t - T_t) \\ I_t &= \sigma(Y_t + Z_t - T_t) \\ K_{t+1} &= (1 - \delta)K_t + I_t \\ N_{t+1} &= (1 + n)N_t \end{aligned} \right\} \quad (13.14)$$

Esas ecuaciones constituyen una descripción completa del modelo porque si sabemos cuáles son los valores del fondo de capital y de la población iniciales y cuál es la política del sector público podemos calcular la evolución en el tiempo de todas las variables endógenas del modelo, o sea de la población, de la producción agregada, del consumo agregado, de la inversión agregada, de la población y del capital.

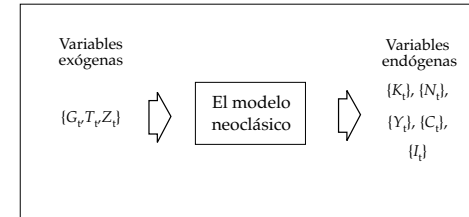


Gráfico 13.6: Las variables exógenas y endógenas del modelo de crecimiento neoclásico.

### 13.2.8 La simulación del modelo neoclásico

Para simular el modelo neoclásico, además de saber cuáles son las condiciones iniciales y la política económica, tenemos que elegir una forma funcional explícita para la función de producción agregada, y valores numéricos concretos para la tasa de crecimiento de la población y para las tasas de ahorro y de depreciación. Una vez que hayamos elegido esa función y esos valores podemos utilizar las ecuaciones del sistema (13.14) para simular el comportamiento de las variables endógenas del modelo para unas condiciones iniciales y una política económica determinadas. Eso es precisamente lo que el Ejercicio 13.17 nos propone que hagamos.

*Ejercicio 13.17: Santa Lucía es una economía pequeña en la que no interviene el sector público y, por lo tanto, el gasto público,  $G_t$ , las transferencias,  $Z_t$ , y los impuestos,  $T_t$ , son siempre cero. Suponga que el capital y la población iniciales son  $K_0 = 100$  y  $N_0 = 100$ , que la tasa de natalidad es  $n = 0,02$ , que la tasa de ahorro es  $\sigma = 0,20$ , que la tasa de depreciación del capital es  $\delta = 0,08$  y que la función de producción agregada es  $Y_t = AK_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$ , donde  $A = 1$  y  $\alpha = 0,5$  y (a) calcule la población, el capital, la producción agregada, el consumo agregado y la inversión agregada de los periodos  $t = 0, 1, 2$  y (b) repita los cálculos anteriores para los periodos  $t = 3, 4, 5, \dots$*

Contestar al apartado (a) del Ejercicio 13.17 es relativamente sencillo. Como sabemos que  $K_0 = 100$ , que  $N_0 = 100$  y que  $T_t = Z_t = 0$ , las ecua-

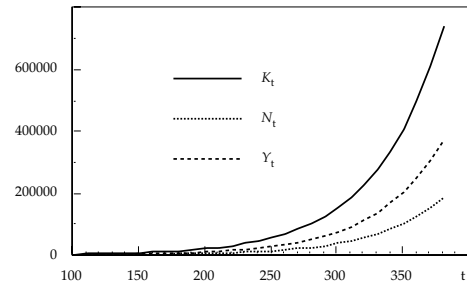


Gráfico 13.7: La evolución del capital, de la población y de la producción agregada en el modelo neoclásico.

ciones del sistema (13.14) nos permiten calcular directamente los valores de todas las variables endógenas del modelo. Concretamente usando los datos del Ejercicio 13.17, obtenemos que  $Y_0 = 100$ ,  $I_0 = 20$ ,  $C_0 = 80$ ,  $K_1 = 112$  y  $N_1 = 102$ . Repitiendo estos cálculos dos veces más, se obtienen los valores de las variables endógenas correspondientes a los periodos  $t = 1$  y  $t = 2$ . Sin embargo, para contestar al apartado (b) de ese ejercicio tenemos que repetir esos cálculos muchas veces más, y hacerlo sin la ayuda de un ordenador o de una calculadora programable esta tarea es muy tediosa.

*Ejercicio 13.18: Escriba un algoritmo, o sea una descripción detallada de una secuencia de instrucciones ejecutables por un ordenador, que le permita resolver el apartado (b) del Ejercicio 13.17.*

Los Gráficos 13.7 y 13.8 representan los primeros cuatrocientos periodos del modelo neoclásico descrito en el Ejercicio 13.17 que se ha simulado con la ayuda de un programa en FORTRAN que transcribe el algoritmo que se pedía en el Ejercicio 13.18. Las principales conclusiones que se obtienen de la inspección de esos gráficos son las siguientes: (a) la población, el capital, la producción agregada, el consumo agregado y la inversión agregada del modelo neoclásico crecen exponencialmente de forma continuada y (b) a partir de un determinado momento el capital per cápita y la renta per cápita —y, por lo tanto, el consumo per cápita y la inversión per cápita— del modelo neoclásico permanecen constantes.

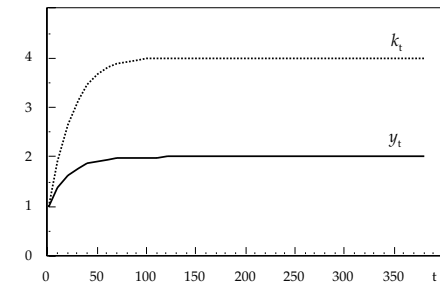


Gráfico 13.8: La evolución del fondo de capital per cápita y de la renta per cápita en el modelo neoclásico.

*Ejercicio 13.19: Demuestre que para que las propiedades (a) y (b) del apartado anterior se cumplan simultáneamente, todas las variables endógenas del modelo neoclásico tienen que crecer a la misma tasa.*

Si comparamos la evolución en el tiempo de los modelos maltusiano y neoclásico, nos damos cuenta de que en el modelo maltusiano, a partir de un momento, la población, la producción y el consumo agregados dejan de crecer, mientras que en el modelo neoclásico crecen continuamente. Sin embargo, en los dos modelos a partir de un momento las variables per cápita permanecen constantes. Cuando esto ocurre, decimos que el modelo ha llegado a su estado estacionario o a su equilibrio estacionario.

### 13.2.9 La solución del modelo neoclásico

Como hemos hecho con el modelo maltusiano, el objetivo de este apartado es resolver el modelo neoclásico analíticamente, o sea sin simular su comportamiento. En el apartado anterior hemos aprendido que las variables endógenas agregadas del modelo neoclásico crecen continuamente y que a partir de un momento las variables per cápita dejan de cambiar. Por lo tanto la solución del modelo neoclásico, o sea su equilibrio estacionario, se define en términos de estas últimas.

**Definición 13.1: Equilibrio estacionario del modelo neoclásico.** En el modelo neoclásico que hemos descrito en este tema un equilibrio estacionario es el vector de valores invariantes del fondo de capital per cápita, de la renta per cápita, del consumo per cápita, y de la inversión per cápita,  $(k^*, y^*, c^*, i^*)$ , a los que converge el modelo.

*Ejercicio 13.20:* Calcule el equilibrio estacionario de la economía que se describe en el *Ejercicio 13.17*.

Para contestar a la pregunta que plantea el *Ejercicio 13.20* vamos a empezar por simplificar el sistema (13.14). En primer lugar sustituimos la expresión genérica de la función de producción agregada por una función Cobb-Douglas.<sup>8</sup> Además, en las economías en las que no interviene el sector público como la que se describe en el *Ejercicio 13.17*, como el gasto público, los impuestos y las transferencias son siempre cero la segunda ecuación del sistema pasa a ser  $C_t = (1 - \sigma)Y_t$ , la tercera ecuación del sistema pasa a ser  $I_t = \sigma Y_t$  y el sistema (13.14) pasa a ser el siguiente:

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= AK_t^\alpha N_t^{1-\alpha} \\ C_t &= (1 - \sigma)Y_t \\ I_t &= \sigma Y_t \\ K_{t+1} &= (1 - \delta)K_t + I_t \\ N_{t+1} &= (1 + n)N_t \end{aligned} \right\} \quad (13.15)$$

Para resolver el sistema (13.15) empezamos por suponer que cuando el modelo llega a su estado estacionario, el capital per cápita permanece constante para siempre. Para verificar esa conjetura, vamos a transformar las ecuaciones del sistema (13.15) hasta obtener una expresión que refleje la evolución en el tiempo de esa variable. Concretamente queremos encontrar una función,  $g$ , que nos permita obtener  $k_{t+1}$  a partir de  $k_t$ . Una forma de obtener esa función es la siguiente: Empezamos por dividir la cuarta ecuación del sistema (13.15) por la quinta ecuación de ese sistema y obtenemos la siguiente expresión

$$\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}} = \frac{(1 - \delta)K_t}{(1 + n)N_t} + \frac{I_t}{(1 + n)N_t} \quad (13.16)$$

<sup>8</sup>En nuestro análisis del crecimiento y en el de los ciclos siempre vamos a usar funciones Cobb-Douglas porque estas funciones son consistentes con muchas de las propiedades que presentan las series económicas agregadas de casi todos los países industriales.

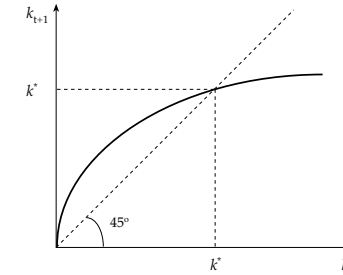


Gráfico 13.9: La ley de movimiento del capital per cápita en el modelo neoclásico.

Si ahora sustituimos en esta expresión las dos primeras ecuaciones del sistema (13.15), obtenemos la siguiente expresión:

$$\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}} = \frac{(1 - \delta)K_t}{(1 + n)N_t} + \frac{\sigma AK_t^\alpha N_t^{1-\alpha}}{(1 + n)N_t} \quad (13.17)$$

Sustituyendo  $K_t/N_t$  por  $k_t$  y  $K_{t+1}/N_{t+1}$  por  $k_{t+1}$  y simplificando la expresión (13.17), obtenemos la siguiente expresión:

$$k_{t+1} = \frac{1 - \delta}{1 + n}k_t + \frac{\sigma A}{1 + n}k_t^\alpha \quad (13.18)$$

La expresión (13.18) es la función  $k_{t+1} = g(k_t)$  que estábamos buscando.

El Gráfico 13.9 es una representación exagerada de la expresión (13.18). En ese gráfico observamos que la función  $k_{t+1} = g(k_t)$  tiene dos puntos de intersección con la recta de 45 grados. En esos puntos se verifica que  $k_{t+1} = k_t$  y es muy sencillo comprobar que cuando el capital per cápita alcanza uno de esos valores, deja de cambiar. Técnicamente esos valores son los puntos fijos o estados estacionarios del sistema. El primer punto fijo de la función que hemos representado en el Gráfico 13.9 es  $\bar{k} = 0$  y no tiene demasiado interés económico. El segundo punto fijo de esa función es el capital per cápita de equilibrio,  $k^*$ . Para calcular ese valor, sustituimos  $k_{t+1}$  y  $k_t$  por  $k^*$  en la expresión (13.18) y resolvemos la ecuación resultante.

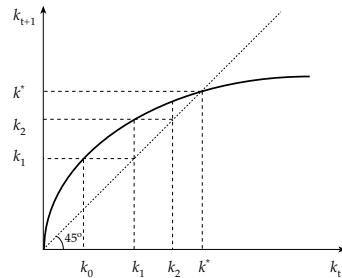


Gráfico 13.10: La estabilidad del estado estacionario del modelo neoclásico.

La solución de esa ecuación es la siguiente:

$$k^* = \left( \frac{\sigma A}{n + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (13.19)$$

Para terminar de contestar al Ejercicio 13.17 tenemos que calcular los valores de equilibrio estacionario de la renta, la inversión y el consumo per cápita,  $(y^*, c^*, i^*)$ , y para calcular esos valores tenemos que escribir las ecuaciones del sistema (13.15) en términos per cápita y sustituir en las expresiones resultantes el valor de  $k^*$ . Una vez realizadas esas transformaciones y sustituciones obtenemos que el equilibrio estacionario del modelo es el siguiente:  $y^* = A(k^*)^\alpha$ ,  $c^* = (1 - \sigma)y^*$ , y  $i^* = \sigma y^*$ . Concretamente el equilibrio estacionario de la economía que se describe en el Ejercicio 13.17 es  $(k^*, y^*, c^*, i^*) = (4, 2, 1,6, 0,4)$ .

*Ejercicio 13.21: Demuestre que el sistema dinámico descrito por la expresión (13.18) converge al capital per cápita de estado estacionario,  $k^*$ , para cualquier valor del capital per cápita inicial,  $k_0$ .*

Para completar el análisis del modelo neoclásico tenemos que asegurarnos de que la solución que hemos encontrado es estable, tal y como nos pide que hagamos el Ejercicio 13.21. El Gráfico 13.10 es una representación exagerada de la función (13.18) y nos va a servir de ayuda en

la demostración. Como puede apreciarse en ese gráfico, si el valor inicial del fondo de capital per cápita,  $k_0$ , es menor que su valor de estado estacionario,  $k^*$ , la función  $k_{t+1} = g(k_t)$  está por encima de la recta de 45 grados y, en consecuencia, el capital per cápita aumenta hasta llegar al valor de equilibrio estacionario. Del mismo modo se puede comprobar que si el capital per cápita inicial es mayor que  $k^*$ , la función  $k_{t+1} = g(k_t)$  está por debajo de la recta de 45 grados y que el capital per cápita disminuye hasta llegar a  $k^*$ . Por lo tanto, hemos comprobado que el sistema dinámico descrito por la función (13.18) converge a  $k^*$  para todos los valores iniciales del capital per cápita. Lo que técnicamente es lo mismo que decir que el sistema dinámico descrito por la expresión (13.18) es globalmente estable.<sup>9</sup>

*Ejercicio 13.22: Demuestre formalmente que la función definida por la expresión (13.18) está por encima de la recta de 45 grados en el intervalo  $(0, k^*)$ .*

*Ejercicio 13.23: Proponga un argumento informal que justifique intuitivamente que la inversión per cápita de equilibrio estacionario del modelo neoclásico es siempre positiva.*

### 13.2.10 La política económica en el modelo neoclásico

Para evaluar las consecuencias de la política económica sobre el bienestar de los hogares, los economistas calculan sus efectos sobre el consumo per cápita,  $c^*$ , porque suponen que la inversión sólo afecta a los hogares indirectamente, en la medida en que les permite aumentar su consumo. Como hemos aprendido en el apartado anterior, el consumo per cápita de equilibrio del modelo neoclásico se calcula sustituyendo el valor del capital per cápita de equilibrio en la siguiente expresión:  $c^* = (1 - \sigma)A(k^*)^\alpha$ . Concretamente el valor del consumo per cápita de equilibrio expresado en función de los parámetros del modelo neoclásico es el siguiente:

$$c^* = (1 - \sigma)A \left( \frac{\sigma A}{n + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (13.20)$$

<sup>9</sup>Para demostrar formalmente que el sistema es globalmente estable, tenemos que demostrar que la función (13.18) es estrictamente cóncava y que el valor de su pendiente tiende a infinito cuando  $k$  tiende a cero.

### El progreso técnico en el modelo neoclásico

¿Cómo afecta el progreso técnico al consumo per cápita de equilibrio en el modelo neoclásico? En el modelo neoclásico el progreso técnico se representa mediante la variable  $A$  que mide la productividad global de los factores. Cuando  $A$  aumenta, la cantidad de producción que se obtiene a partir de unas cantidades determinadas de trabajo y capital aumenta en la misma proporción.

*Ejercicio 13.24: Demuestre que en el modelo neoclásico los rendimientos medios del trabajo y del capital son directamente proporcionales a la productividad global de los factores,  $A$ .*

Para estudiar los efectos del progreso técnico sobre el consumo per cápita de equilibrio, se utiliza la expresión (13.20) y se analiza lo que ocurre con  $c^*$  cuando aumenta  $A$ . Como  $\alpha$  es mayor que cero y menor que uno, el exponente de la expresión (13.20),  $\alpha/(1-\alpha)$ , es siempre positivo y, en consecuencia, cuando  $A$  aumenta, el consumo per cápita de equilibrio también aumenta. Por lo tanto, en el modelo neoclásico llegamos a la conclusión de que el progreso técnico hace que el consumo per cápita de equilibrio aumente y permite a la economía escapar de la trampa de la pobreza del modelo maltusiano. Además, si el progreso técnico se produce de una forma continuada, el consumo per cápita también crecerá de una forma continuada. Este resultado nos permite contestar a la pregunta que nos planteábamos en la introducción a este tema: el crecimiento de la renta per cápita es sostenible siempre que los rendimientos a escala de la función de producción agregada sean constantes y que el progreso técnico se produzca de una forma continuada.

*Ejercicio 13.25: Suponga que el Ministerio de Industria de la economía descrita en el Ejercicio 13.17 pone en marcha un programa de apoyo a las inversiones en investigación y desarrollo y que, como consecuencia de esa política económica, la productividad global de los factores,  $A$ , aumenta en un 10%. (a) Calcule el equilibrio estacionario de este modelo, y (b) compare su respuesta con la del Ejercicio 13.20.*

### El ahorro en el modelo neoclásico

¿Qué ocurre en el modelo neoclásico si los hogares se vuelven más ahorradores? Para contestar a esta pregunta tenemos que estudiar lo que ocurre con el consumo per cápita de equilibrio cuando aumenta la tasa de ahorro,  $\sigma$ . La expresión (13.20) establece que  $c^*$  no es una función monótona de  $\sigma$ . Si  $\sigma$  aumenta, el valor del segundo paréntesis de esa expresión aumenta, pero el valor del primer paréntesis disminuye.

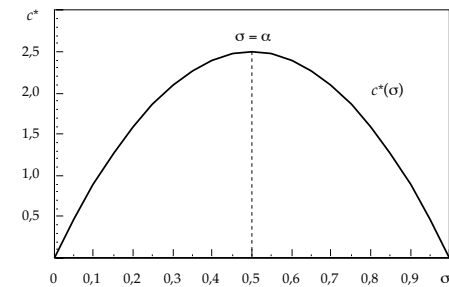


Gráfico 13.11: La edad de oro en el modelo de crecimiento neoclásico.

*Ejercicio 13.26: Considere la economía descrita en el Ejercicio 13.17. (a) Calcule el consumo per cápita de equilibrio,  $c^*$ , para los siguientes valores de la tasa de ahorro:  $\sigma_1 = 0,3$ ,  $\sigma_2 = 0,4$ ,  $\sigma_3 = 0,5$ ,  $\sigma_4 = 0,6$ ,  $\sigma_5 = 0,7$ ,  $\sigma_6 = 0,8$ ; (b) represente gráficamente  $c^*$  como función de  $\sigma$ , y (c) obtenga el valor de  $\sigma$  que maximiza  $c^*$ .*

El Gráfico 13.11 representa el consumo per cápita de equilibrio de la economía descrita en el Ejercicio 13.17 como función de su tasa de ahorro y es la respuesta al Ejercicio 13.26. Según ese gráfico, la tasa de ahorro que maximiza  $c^*$  es  $\sigma = 0,5$ . Por lo tanto, ése es el valor de la tasa de ahorro que maximiza el bienestar de los hogares del modelo neoclásico y que permite a la economía alcanzar lo que técnicamente se conoce como su edad de oro. Con un poco más de trabajo se puede demostrar que el valor

de la tasa de ahorro que maximiza el consumo per cápita de equilibrio es  $\sigma = \alpha$ . Por lo tanto, si en una economía neoclásica  $\sigma$  es menor que  $\alpha$ , los aumentos de la tasa de ahorro de una cuantía razonable harán que el consumo per cápita de equilibrio aumente, pero si  $\sigma$  es mayor que  $\alpha$ , ocurrirá lo contrario y los aumentos de la tasa de ahorro harán que el consumo per cápita de equilibrio disminuya.

*Ejercicio 13.27: Santa Luisa y Santa Ana son dos economías pequeñas idénticas a la que se describe en el Ejercicio 13.17 con una única excepción: en Santa Luisa la tasa de ahorro es  $\sigma_L = 0,3$  y en Santa Ana es  $\sigma_A = 0,6$ . Analice los efectos sobre el bienestar de sus hogares de una reforma fiscal que hace que la tasa de ahorro de las dos islas aumente en 0,1.*

#### El control de la natalidad en el modelo neoclásico

¿Qué ocurre en el modelo neoclásico si la tasa de crecimiento de la población disminuye? En este caso la expresión (13.20) nos vuelve a dar una respuesta inequívoca: si la tasa de natalidad,  $n$ , disminuye, el capital per cápita de equilibrio aumenta y, en consecuencia, la renta per cápita, la inversión per cápita y el consumo per cápita de equilibrio también aumentan.

*Ejercicio 13.28: Considere la economía descrita en el Ejercicio 13.17 y suponga que la ministra de sanidad pone en marcha una campaña de distribución gratuita y uso obligatorio de preservativos que reduce la tasa de crecimiento de la población a  $n = 0,01$ . (a) Calcule el nuevo equilibrio estacionario del modelo, y (b) compare su respuesta con la del Ejercicio 13.17.*

#### Los impuestos y el gasto público en el modelo neoclásico

¿Qué prefieren los hogares del modelo neoclásico, vivir en un mundo en el que pueden disfrutar de las prestaciones del sector público y tienen que pagar impuestos para financiarlas, o vivir en un mundo en el que el sector público no interviene en la economía? Para contestar a esa pregunta, necesitamos un criterio de valoración que nos permita comparar las mercancías públicas y las mercancías privadas. Como resolver formalmente este problema escapa a las limitaciones técnicas que nos hemos impuesto en este

libro, vamos a adoptar el Supuesto N9 que nos da un criterio de valoración muy sencillo de aplicar.

**Supuesto N9:** *Los hogares del modelo neoclásico valoran las mercancías privadas y las mercancías públicas por igual.*

Una vez que sabemos cómo medir las preferencias de los hogares, para contestar a la pregunta que nos hemos planteado al principio de este apartado, tenemos que decidir cuáles van a ser las prestaciones del sector público y qué clase de impuestos va a recaudar para financiarlas. Supongamos en primer lugar que el sector público recauda un impuesto proporcional sobre la renta,  $\tau_y$ , y que dedica toda su recaudación a financiar la producción de mercancías públicas —parques nacionales, por ejemplo. Para cuantificar los efectos de este tipo de intervención, tenemos que calcular el equilibrio estacionario de un modelo con sector público como el que se describe en el sistema (13.14), sustituyendo las variables de política económica por sus valores correspondientes. En este caso los impuestos son  $T_t = \tau_y Y_t$ , el gasto público es  $G_t = T_t$  y las transferencias son  $Z_t = 0$ .<sup>10</sup>

Sustituyendo estos valores de la política del sector público en el sistema (13.14) y simplificando las expresiones resultantes, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} Y_t &= AK_t^\alpha N_t^{1-\alpha} \\ C_t &= (1-\sigma)(1-\tau_y)Y_t \\ I_t &= \sigma(1-\tau_y)Y_t \\ K_{t+1} &= (1-\delta)K_t + I_t \\ N_{t+1} &= (1+n)N_t \end{aligned} \right\} \quad (13.21)$$

que es la caracterización formal de un modelo neoclásico con un impuesto proporcional sobre la renta.

Para resolver este sistema, se utiliza el mismo método de solución que se ha descrito en el Apartado 13.2.9 y después de hacer todos los cálculos correspondientes se obtiene que:

$$\hat{k}^* = \left[ \frac{A\sigma(1-\tau_y)}{n+\delta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (13.22)$$

<sup>10</sup>Nótese que en este ejemplo la política del sector público es  $\{G_t, T_t, Z_t\} = \{\tau_y Y_t, \tau_y Y_t, 0\}$ .

Del análisis de la ecuación (13.22) se concluye que, siempre que el tipo impositivo  $\tau_y$  sea mayor que cero y menor que uno, el fondo de capital per cápita de equilibrio en un modelo neoclásico con un impuesto proporcional sobre la renta es menor que el que se obtiene en un modelo sin impuestos. Sin embargo, esta conclusión no nos dice si los hogares del modelo neoclásico prefieren vivir en una economía con mercancías públicas financiadas con un impuesto proporcional sobre la renta o en una economía en la que no intervenga el sector público. Para contestar a esa pregunta, tenemos que determinar si la suma del consumo per cápita de equilibrio y el gasto público per cápita en el modelo en el que interviene el sector público,  $\hat{c}^* + \hat{g}^*$ , es mayor o menor que el consumo per cápita de equilibrio en el modelo en el que no interviene el sector público,  $c^*$ .

En este caso, el gasto público per cápita de equilibrio es  $\hat{g}^* = \tau_y \hat{y}^*$  y el consumo per cápita de equilibrio es  $\hat{c}^* = (1 - \sigma)(1 - \tau_y)\hat{y}^*$ , y la renta per cápita de equilibrio es  $\hat{y}^* = A(\hat{k}^*)^\alpha$ . Si se sustituye en esas expresiones el valor de la renta per cápita de equilibrio y se simplifica la expresión resultante, se obtiene que:

$$\hat{c}^* + \hat{g}^* = (1 - \sigma + \sigma\tau_y)A \left[ \frac{A\sigma(1 - \tau_y)}{n + \delta} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (13.23)$$

Por último, tenemos que comparar  $\hat{c}^* + \hat{g}^*$  con el valor de  $c^*$ , que se ha obtenido en la expresión (13.20). Concretamente, si se divide  $\hat{c}^* + \hat{g}^*$  por  $c^*$ , se llega a la conclusión de que los hogares del modelo neoclásico preferirán vivir en un mundo con sector público si

$$(1 - \sigma + \sigma\tau_y)(1 - \tau_y)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} > (1 - \sigma), \quad (13.24)$$

y preferirán vivir en un mundo sin sector público si la desigualdad (13.24) tiene el signo contrario.

*Ejercicio 13.29:* Considere una economía neoclásica en la que  $A = 1$ ,  $\alpha = 0,3$ ,  $\delta = 0,08$ ,  $n = 0,02$  y  $\sigma = 0,2$ . Suponga que las preferencias de los hogares cumplen el Supuesto N9 y que a las elecciones generales se presentan dos partidos, el Partido Conservador y el Partido Socialista. El Partido Conservador propone que el sector público no intervenga en la economía y el Partido Socialista propone recaudar un impuesto proporcional sobre

la renta del 40% y dedicar toda la recaudación a financiar la sanidad y la educación públicas. (a) ¿Cuál de los dos partidos cree que ganará las elecciones? y (b) suponga ahora que  $\alpha = 0,1$  y repita el ejercicio anterior.

Como ilustra el Ejercicio 13.29, en general el sentido de la desigualdad (13.24) no está determinado. Para unos valores de los  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $n$ ,  $\sigma$  y  $\tau_y$ , los hogares del modelo neoclásico prefieren vivir en una economía en la que no intervenga el sector público, y para otros valores de esos parámetros prefieren vivir en un mundo en el que el sector público recaude un impuesto proporcional sobre la renta para financiar el gasto público. Por lo tanto, si trabajáramos en el servicio de estudios del Ministerio de Economía de una economía neoclásica y nos encargaran un informe que evaluara los efectos sobre el bienestar de los hogares de los impuestos sobre la renta, tendríamos que medir los valores de los parámetros del modelo antes de emitir una opinión.

El método que acabamos de describir puede utilizarse para evaluar otras medidas de política fiscal. Por ejemplo, el sector público puede financiar la producción de mercancías públicas con un impuesto de cuantía fija, con un impuesto proporcional sobre el consumo o con un impuesto proporcional sobre la inversión. También puede utilizar los impuestos para financiar las transferencias. En todos estos casos el método de solución del modelo es el mismo: se sustituyen los valores de la política económica que estemos considerando en el sistema de ecuaciones (13.14) y se resuelve el sistema resultante utilizando el método de solución que hemos descrito en el Apartado 13.2.9.

*Ejercicio 13.30:* Considere la economía descrita en el Ejercicio 13.29. Suponga que el Partido Conservador sigue proponiendo que el sector público no intervenga en la economía y que el Partido Socialista propone ahora financiar la sanidad y la educación públicas con un impuesto proporcional sobre el consumo del 40%. (a) ¿Cuál de los dos partidos cree que ganará las elecciones?, y (b) ¿cómo cambiarían los resultados si el tipo impositivo propuesto hubiera sido del 10%?

*Ejercicio 13.31:* Considere la economía descrita en el Ejercicio 13.29. Suponga

que el gobierno quiere construir una red de parques nacionales cuyo coste de construcción y mantenimiento es 0,1 unidades anuales. El Servicio de Estudios del Ministerio de Economía está considerando las siguientes propuestas para financiar el gasto público de equilibrio: recaudar un impuesto de cuantía fija ,  $\tau$ ; recaudar un impuesto proporcional sobre la renta,  $\tau_y$ , o recaudar un impuesto proporcional sobre el consumo,  $\tau_c$ . (a) Calcule la cuantía del impuesto de cuantía fija y los tipos impositivos a los que se debería gravar la renta y el consumo, y (b) ¿cuál de las tres medidas recomendaría?

*Ejercicio 13.32:* Considere la economía descrita en el Ejercicio 13.29. Suponga que el gobierno está planteándose establecer un sistema de pensiones de jubilación en forma de transferencias a los hogares y que el coste total del sistema es 0,7 unidades anuales. El Servicio de Estudios del Ministerio de Economía está considerando las siguientes propuestas para financiar el gasto público de equilibrio: recaudar un impuesto de cuantía fija ,  $\tau$ ; recaudar un impuesto proporcional sobre la renta,  $\tau_y$ , o recaudar un impuesto proporcional sobre el consumo,  $\tau_c$ . (a) Calcule la cuantía del impuesto de cuantía fija y los tipos impositivos a los que se debería gravar la renta y el consumo, y (b) ¿cuál de las tres medidas recomendaría?