
Math/Physics I - The Final Exam

Tensor Application and Coordinate System

Ebrahim Karimi January 2005

1383/10/24

امتحان - نهایی - درس - فیزیک ریاضی I

وقت دو ساعت

شماره ی دانش جویی:

نام و نام خانوادگی:

1 تحلیل - برداری

روابط - زیر را محاسبه کنید. [15]

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{E} [a]$$

$$[\tilde{a} \cdot \tilde{L}, \tilde{b} \cdot \tilde{L}] [b] \quad .^1$$

$$\tilde{\nabla}(\tilde{A} \cdot \tilde{B}) [c]$$

2 جدا سازی متغیرها

[a] طبل ی دایره ای به شعاع a را به ارتعاش درمی آوریم. با استفاده از معادله ی موج به طور - تحلیل ی دامنه و فرکانس - ارتعاش - این طبل را به دست آورید (راه نمایی:

معادله ی ارتعاش - طبل به صورت $0 = \psi(x, y, t) (\nabla^2 - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2})$ است. [15]

[b] فرض کنید از طبل - فوق دایره ای به شعاع b (که $b < a$) را خارج کرده ایم، حال دامنه ی موج - منتشر شده را به دست آورید. [5]

3 تبدیلات - لورنتس

تبدیلات - لورنتس برا ی $X^\alpha = (X^i, ct)$ چهار بردار - موقعیت و زمان به شکل - زیر تعریف می شود²:

$$x' := \gamma x - \gamma \beta ct,$$

$$ct' := -\gamma \beta x + \gamma ct.$$

¹ \tilde{a} و \tilde{b} بردارهای ثابت ی هستند.
² که در آن $\beta := \frac{v}{c}$ و $\gamma := \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ است.

ثابت کنید که

[a] عمل گر دالامبری یک موجود - ناوردا است $(\square^2 = \square'^2)$. [10]

[b] جواب - معادله ی موج را برای خلاء بنویسید. [10]

[c] ثابت کنید موجودات - زیر ناوردا هستند³. [15]

$$k^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2,$$
$$dr^2 - (cdt)^2,$$
$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

4 دست گاه - مختصات - خمیده

برای دست گاه - مختصات - قطب ی کروی روابط - زیر را به دست آورید. [30]

[a] $g^{ij}, \tilde{e}^i, \tilde{e}^j, g_{ij}, \tilde{e}_i, \tilde{e}_j$

[b] عمل گر لپلس و دیورژانس. Γ_{ij}^k

[c] $\frac{\partial}{\partial x^j} \epsilon^i$

³ در روابط - زیر \tilde{h} بردار - موج، \tilde{J} چگال ی جریان و ρ چگال ی حجم ی بار است