EL1-003 (2004-03-02)

طریقه ی محاسبه ی چگالی مواد با استفاده از روش معمول و روش ارشمیدس

ابراهيم ـ كريمي ebi_karimi@hotmail.com

در این آزمایش با استفاده از ترازو و یک استوانه ی مدرج با روش معمول چگالی چند جسم جامد و مایع را اندازه گیری می کنیم و در نهایت با استفاده از روش هوش مندانه آقای ارشمیدس[1] فقط با بهره گیری از یک ترازو چگالی اجسام جامدی را که قبلاً اندازه گیری کرده بودیم دوباره چک می کنیم (با استفاده از اصل ارشمیدس) در این جزوه جدولی از چگالی اجسام آورده شده است که برای به دست آوردن خطای مطلق و نسبی آزمایش ها مفید است.

0 مقدمه

گاه در اجتماع با واژه هايي نظير سنگینی نسبي بین اجسام برخورد کرده ایم, مثلاً فلان آب سنگین تر است و ... . کمیتی که سنگینی نسبی بین اجسام را تعیین می کند, چگالی اجسام می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

جرم واحد حجم هر جسم را چگالی آن جسم گویند و با ρ نشان می دهند, بنابر تعریف آورده شده داریم:

$$\rho = \frac{M}{V} \qquad (1)$$

که در آن M,V به ترتیب جرم و حجم جسم هستند. واحد چگالی در سیستم متریک $\frac{Kg}{m^3}$ و در سیستم cgs, $\frac{gr}{cm^3}$ است. که ما معمولاً در آزمایش گاه از سیستم cgs استفاده می کنیم.
براي درک بهتر چند مثال می آوریم:

[1] Archimedes

چگالی آب تقریباً $1\frac{gr}{cm^3}$ است, یعنی هر $1cm^3$ آب تقریباً $1gr$ گرم وزن دارد در عوض چگالی جیوه تقریباً $13.6\frac{gr}{cm^3}$ است, یعنی هر $1cm^3$ جیوه تقریباً $13.6gr$ گرم وزن دارد. همین اختلاف چگالی باعث می شود که یک شیشه آب را خیلی راحت تر از یک شیشه جیوه بلند کنیم یا آهن روی جیوه شناور بماند زیرا اختلاف چگالی, شناوری اجسام را مشخص می کند. اما پس از این تفسیرها بهتر است روش هایي را برای محاسبه ی چگالی اجسام ارائه بدهیم. برای محاسبه ی چگالي اجسام دو روش زیر وجود دارد:

* روش معمول
* روش ارشمیدس

که به ترتیب در زیر به بررسي آن ها خواهیم پرداخت.

1 روش معمول

در روش معمول اندازه گیری چگالی اجسام, بسته به جامد یا مایع بودن اجسام از دو روش زیر استفاده می کنیم:

جامد

اگر جسم مورد نظر جامد باشد, آن را وزن نموده, پس از یادداشت نمودن جرم , M , جسم نوبت به آن می رسد که حجم آن را به دست آوریم سپس در رابطه ی (1) جای گذاری کنیم تا چگالی جسم به دست آید. اما به دست آوردن حجم یک جسم جامدی که یک شکل مشخص هندسی ندارد مشکل است, این مشکل را با استفاده از یک مایع (که جسم جامد در آن حل نمی شود) همراه با یک استوانه ی مدرج رفع می کنیم. به این صورت که داخل استوانه ی مدرج تا یک ارتفاع خاص (مشخص) از مایع مورد نظر می ریزیم, v_1 , سپس جسم را داخل استوانه ی مدرج می اندازیم ارتفاع مایع تغییر می کند مثلاً به v_2 می رسد کاملاً بدیهی است که حجم جسم جامد برابر با $V = v_2 - v_1$ است (به شرط این که جسم به طور کامل داخل مایع قرار گیرد). با استفاده از رابطه ی (1) می توآن چگالی جسم را به دست آورد:

$$\rho = \frac{M}{v_2 - v_1}$$

به عنوان مثال برای یک جسم جامد داده های آزمایش گاهی به صورتي بوده که, $M = 56.0gr$ و $v_1 = 100cm^3$ و $v_2 = 108cm^3$ به دست آمده است. از رابطه ی فوق چگالی جسم به دست خواهد آمد:

$$\rho = 7.0\frac{gr}{cm^3}$$

مایع

اگر جسم مورد نظر مایع باشد, حجم آن را به راحتی می توان اندازه گرفت (حجم مایع ها را به راحتی می توان اندازه گرفت) اما برای یک مایع اندازه گیری جرم مشکل اصلی است. برای حل این مشکل از یک استوانه مدرج خالی استفاده می کنیم, استوانه خالی را وزن نموده و جرم آن را یادداشت می کنیم, m_1 , سپس به اندازه ی یک حجم معیین از مایع مورد نظر را در استوانه ی مدرج می ریزیم , V , و آن را

دوباره وزن می کنیم (وزن استوانه ی خالی + مایع داخل استوانه) جرم آن را یادداشت می کنیم (m_2). کاملاً بدیهی است که جرم مایع برابر خواهد بود با $M = m_2 - m_1$, حال از رابطه ی (1) به راحتی می توان چگالی مایع مورد نظر را به دست آورد:

$$\rho = \frac{m_2 - m_1}{V}$$

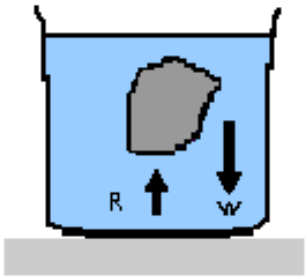
برای نمونه, در آزمایش گاه خواسته ایم که چگالی الکل اتیلک را به دست آوریم, داده های آزمایش گاهی به صورتی است که, $m_1 = 123.0gr$, $m_2 = 208.0gr$ و $V = 100cm^3$ به دست آمده است. از رابطه ی بالا چگالی الکل اتیلیک به دست می آید:

$$\rho = 8.5\frac{gr}{cm^3}$$

2 روش ارشمیدس

در ابتدا اصل ارشمیدس را تعریف نموده سپس با استفاده از این اصل رابطه ای برای به دست آوردن چگالی اجسام جامد به دست می آوریم.

اصل ارشمیدس:
هرگاه جسمی در سیالی[۲] قرار گیرد, از طرف آن سیال نیرویی برابر با وزن سیال جابجا شده (ناشی از ورود جسم) به جسمی که داخل سیال قرار گرفته, وارد می شود, که جهت این نیرو رو به سمت بالا (خلاف جهت نیروی وزن) است. (شکل یک)



شکل یک

شکل یک, نشان گر یک جسم غوطه ور است که تحت تاثیر نیروی وزن W و نیروی ارشمیدسی R قرار دارد. بنابر تعریف بالا نیروی ارشمیدسی برابر است با وزن سیال جابجا شده, اگر حجم جسم برابر با V باشد آن گاه حجم سیال جابجا شده برابر با V خواهد بود (به شرط این که جسم به طور کامل در سیال فرو رفته باشد), اگر چگالی سیال برابر با ρ_s باشد آن گاه جرم سیال جابجا شده برابر است با:

$$M_s = \rho_s V$$

حاصل ضرب جرم سیال جابجا شده , M_s , در شتاب ثقل زمین , g , وزن سیال جابجا شده خواهد بود.

$$W_s = M_s g = \rho_s V g$$

[2] هر جسمی که خاصیت جاری شدن داشته باشد سیال نامیده می شود, مانند هوا , آب و ... .

که این مقدار همان نیروی ارشمیدس ی است, که ما با R نشان می دهیم. پس هیچ گاه فراموش نمی کنیم که نیروی ارشمیدس ی برابر است با:

$$R = \rho_s Vg$$

که در آن ρ_s چگالي سیال (مایع), g شتاب ثقل زمین و V حجم جسم (سیال جابجا شده) است.
اگر جسم را در هوا وزن کنیم وزن جسم را حقیقی گفته و با W نشان می دهیم و وزن جسم را داخل سیال, وزن ظاهری گوییم و با W' نشان می دهیم, بنا بر تعریف قانون ارشمیدس, وزن جسم در داخل سیال کمتر از وزن جسم در خلاء (هوا) است این اختلاف برابر نیروی ارشمیدس ی است:

$$W - W' = R \qquad (2)$$

توجه کنید که نماد گذاری ی ما در این جزوه به صورت زیر است:

چگالی اجسام	ρ
چگالی سیال	ρ_s
نیروی ارشمیدسی	R
وزن حقیقی[3]	W
وزن ظاهری[4]	W'
حجم جسم	V

روش محاسبه ی چگالی با استفاده از روش ارشمیدس

در روش ارشمیدس با استفاده از روابط به دست آمده در بخش قبل فقط با اندازه گیری وزن جسم در داخل آب و وزن جسم درخارج آن می توانیم چگالی جسم را به دست آوریم. وزن حقیقی جسم برابر است با جرم جسم (چگالی در حجم جسم) ضرب در شتاب ثقل زمین:

$$W = Mg = \rho Vg \qquad (3)$$

که در آن ρ چگالی جسم, V حجم جسم و g شتاب ثقل زمین است. از طرفی دیگر نیروی ارشمیدس ی برابر است با (در بخش قبل اثبات شده است):

$$R = \rho_s Vg$$

اگر سیال مورد نظر آب باشد, آن گاه چگالی سیال را $\rho_s = 1\frac{gr}{cm^3}$ در نظرمی گیریم, بنا براین نیروی ارشمیدس ی برای آب خواهد شد:

$$R = Vg \qquad (4)$$

ازتقسیم رابطه ی (3) بر رابطه ی (4) چگالی جسم به دست می آید:

$$\frac{W}{R} = \frac{\rho Vg}{Vg} = \rho$$

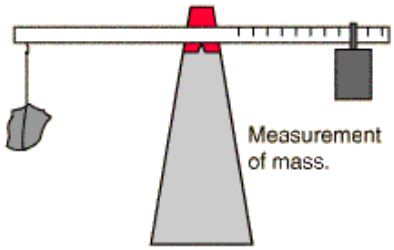
[3] منظور از وزن حقیقی وزن اجسام در خلاء (در غیاب سیال) می باشد.

[4] منظور از وزن ظاهری وزن اجسام درداخل سیال می باشد.

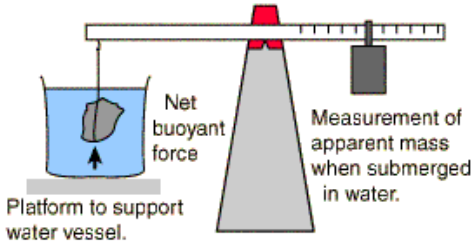
از رابطه ی (2) داریم : $W - W' = R$. با جای گذاری رابطه ی در رابطه ی بالا به سادگی به رابطه ی ارشمیدس برای محاسبه ی چگالی اجسام می رسیم:

$$\rho = \frac{W}{W - W'} \qquad (5)$$

بنابراین در آزمایش گاه فقط با اندازه گیری وزن حقیقی و ظاهری جسم (روش ارشمیدس) می توانیم چگالی اجسام را به دست آوریم هم چنین می توان از رابطه ی (2) استفاده نمود و فقط با توزین کردن می توان حجم جسم را به دست آورد (سعی کنید این را در گزارش کار توضیح دهید). اول جسم را در خلاء وزن می کنیم (مطابق شکل دوم), W , سپس جسم را داخل آب کاملاً ساکن قرار داده و وزن می کنیم (مطابق شکل سوم), W' , سپس با جای گذاری در رابطه ی (5) چگالی جسم را به دست می آوریم.



شکل دوم



شکل سوم

به عنوان مثال وزن ظاهری و حقیقی یک جسم در آزمایش گاه به ترتیب 48grf و 56grf به دست آمده اند[5]. از رابطه ی (5) چگالی جسم $\rho = 7\frac{gr}{cm^3}$ به دست می آید و از رابطه ی (2) حجم جسم برابر با $V = 8cm^3$ خواهد شد.

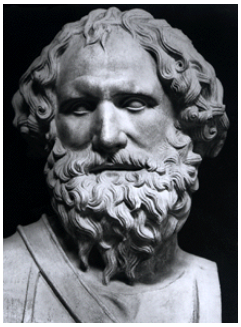
در آزمایش گاه شما این آزمایش ها را برای گلوله ای که از جنس مس است انجام می دهید و در نهایت بر اساس متن گفته شده در درس اول (EL1-001) خطای مطلق, نسبی, درصد خطا و حساسیت این

[5] منظور از grf گرم- نیرو می باشد, که یک ی از واحدهای نیرو است که با جرم متفاوت است.

آزمایش ها را به دست مي آورید. برای محاسبه ی درصدِ خطاها در این آزمایش می توانید از جدولِ زیرکمک بگیرید.

مواد	چگالی $\frac{gr}{cm^3}$	مواد	چگالی $\frac{gr}{cm^3}$
آب در چهار درجه ی سانتی گراد	1.0000	طلا	19.3
آب در بیست درجه ی سانتی گراد	0.998	آهن	7.8
بنزین	0.70	سرب	11.3
جیوه	13.6	اورانیم	18.7
شیر	1.03	یخ در صفر درجه ی سانتی گراد	0.92
منیزیم	1.7	هوا	0.00129
آلومنیوم	2.7	دی اکسید کربن	.001977
مس	8.3-9.0	هیدروژن	0.00009

3 بیوگرافی (زندگی نامه)



ارشمیدس: ارشمیدس در حدود سال ۲۸۷ قبل از میلاد مسیح در شهر سیرکیس[6] (سیسیلی) به دنیا آمده در آن زمان شهر سیرکیس دارای قدمت ۵۰۰ سال بوده است و در سال ۲۱۲ قبل از میلاد مسیح به دست سربازی روم ی که او را نمی شناخت کشته شد. پدر ارشمیدس, فیدیس[7] یک منَجِم بود که برای هیروی دوم کار می کرده است. ارشمیدس به روایت ی در الگذاندریا[8] (مصر) تحت تعلیم قرار گرفته و دنباله رو نظرات اقلیدس بوده است. از ابداعات ارشمیدس می توان به افلاک نما, ابزارهای جنگ ی (برای محافظت شهر سیرکیس) اُرگ آب ی و پیچ آب ی اشاره کرد. روی لوح های کنده کاری شده, آثاری به جا مانده که نشان می دهد ارشمیدس توانسته است به وسیله یک عدس ی بزرگ کشتی های مهاجم به شهر سیرکیس را آتش بزند, همچنین قانون شناوری و مفهوم چگال ی را در آن زمان درک کرده است. ارشمیدس را پدر حساب انتگرال ی گویند. وی جز ء سه نابغه ی برتر ریاضیات در طول تاریخ بشریت به شمار می آید.

4 مراجع

برای مطالعه ی بیشتر در مورد این مطالب می توانید از سایت های زیر استفاده کنید.

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/pbuoy.html
http://www.mcs.drexel.edu/~crorres/Archimedes/Pictures/ArchimedesPictures.html

[6] Syracuse
[7] Phidias
[8] Alexandria