EL1-001 (2004-02-18)

آشنايي با انواع خطاهای موجود در آزمايش گاه و طريقه ی محاسبه ی آن ها

ابراهيم ـ كريمي ebi_karimi@hotmail.com

هدف آشنايي با منشاء انواع خطاهای موجود در آزمايش گاه و طريقه ی محاسبه ی انواع خطاها و سپس محاسبه ی خطاهای انواع آزمايش های مختلف و بررسی مقدماتی واژه های دقت و حساسيت است در نهايت طريقه ی جمع, تفريق و ...داه هايي با اعداد با معنی متفاوت را مرور مي كنيم.

0 مقدمه

الفبای فيزيک, اندازه گيری های كميت های مختلف است (به عنوان مثال اندازه گيری كميت هايي مانند طول, جرم, زمان, دما و...). برای اندازه گيری هر كميتي نياز به يک وسيله ی اندازه گيری است كه بر پايه ی استاندارد های مختلفی در كشورهای دنيا تعريف شده اند[1] (هرچند برای يک پارچه سازی اين استاندارد يک سيستم بين المللی تعريف شده است). در آزمايش گاه زمانی كه يک كميت اندازه گيری می شود, در اثر عواملی مختلف, نتايج تكرار اين اندازه گيری ممكن است با هم متفاوت باشد. سئوالی هايي كه پيش می آيد اين است كه:

- مقدار واقعی اين اندازه گيری ها چيست؟
- با فرض دانستن مقدار واقعی اين كميت, چگونه خطای اين آزمايش ها راتعيين می كنيم.

توجه به اين نكته ضروری است كه خطا جزء ذات آزمايش است و نمی توان آن را از بين برد, بلكه مي توان آن را تاحد ممكنه كم كرد.

در ادامه, در بخش اول به منشاء خطاهای اندازه گيری پرداخته و اين گونه خطاها را گروه بندی می كنيم, بخش دوم به انواع محاسبه ی خطا ها خواهيم پرداخت, سپس به چگونگی محاسبه ی يک خطا در آزمايش گاه می پردازيم.

1 دسته بندی کردنِ خطاهایِ موجود در آزمایش گاه

خطاهای موجود در یک آزمایش گاه از نظر کلی به دو نوع خطای تصادفی (غیرقابل کنترل) و خطـای سیستماتیک (قابل کنترل) تقسیم می شوند. منبع یک خطا هم در نحـوه ي عمـل شـخص و یـا در خـود شخص اندازه گیری کننده و هم در ذاتِ قطعات و وسایل اندازه گیری می باشد و هم محیط اشتباهاتی را بر اندازه گیری تحمیل می کند. در بعضی موارد تشخیص بین این دو گروه خطا بسـیار مشـکل اسـت و در بعضی موارد خطاهای موجود ترکیبی از هر دو گروه خطا هستند.

* خطای تصادفی (غیر قابل کنترل):خطايي است که شخص آزمایش گر نمی تواند آن ها را از بـین ببرد (حتا اگر از آن ها آگاهی داشته باشد), به عنوان مثال, اندازه گیری دمای جـوش بـه عوامـل زیادی بستگی دارد, نظیرِ فشار هـوا, رطوبـت, ناخالصـی و ... , یـا حرکـت یـک کـامیون از کنـار ساختمانِ آزمایش گاه باعثِ ارتعاشات در ساختمان شده و در داده های[۲] مربوط به یک آزمایش ممکن است تغییر ایجاد کند و ... .
* خطای سیستماتیک (قابل کنترل) : این نوع خطا نقطه ی مقابل خطای تصادفی اسـت و شـخص آزمایش گر در صورت آگاهی از آن ها به راحتی می تواند آن هـا را از بـین ببـرد. بـه طـور کلـی خطاهای سیستماتیک به سه زیر شاخه ی زیر تقسیم می شوند:
  - خطای ابزاری: در ذاتِ دستگاه های آزمایش و وسایل انـدازه گیـری اشـتباهاتی وجـود دارد که باید این خطاها را پذیرفت و حد آن را مشخص نمود, این یک واقعیت است کـه تمام قطعاتِ یک آزمایش گاه آموزشی آن طور ساخته نشده اند که دقت بـالايي داشـته باشند اما می توان با استفاده از ابزارهایی که دقت بالايي دارنـد بـه طـورِ مـوثر خطـای آزمایش را پایین آورد.
  - خطای شخصی : از جمله اشتباهات عمده در اندازه گیری, اشتباه اختلاف دید در خواندن ِ درجه بندی ها است. در صد این گونه خطاها با تکرار آزماطش و در نظر گرفتنِ اصول و روش های درست خواندن حین اندازه گیری تاحد قابل ملاحظه ای کاهش می یابد. برای این که در صد خطا در اندازه گیری به حداقل برسد باید با دقت بیشتر و با به کار گرفتن روش ها و اصول های بهتر اندازه گیری را چندین بار تکرار کرد.
  - خطای روشی : بسته به نوع آزمایش ی که انجام می شود ممکن است خطاهـايي کـه در آزمایش گاه وجود دارد کم و یا زیاد باشد, کـه ایـن بـه مفهـوم فیزیکـی مسـاله و روشِ فیزیکی که مساله با آن حل مي شود باز می گردد. به عنوان مثال انـدازه گیـری شـتابِ ثقل زمین با استفاده از آونگِ ساده در مقایسه با آزمایش های دیگـری کـه در آزمـایش گاه با استفاده از آن شتابِ ثقل زمین را انـدازه مـی گیرنـد, از دقـت بـالايي برخـور دار است, که این ناشی از تفاوت در فیزیک مساله می باشد.

2 انواع محاسبه ی خطاها

در زیر چندین تعریف اساسی که در فیزیک کاربرد فراوان دارند, را بررسی می کنیم.

۱. خطای مطلق : انحراف از مقدار واقعی یک کمیت را خطای مطلق آن کمیت گویند و با Δ ي آن کمیت نشان مي دهند. مثلاً خطای مطلق در اندازه گیری x را با Δx نشان داده و به شکل زیر تعریف می کنند:

$$\Delta x = \left| x_{\exp.} - x_{real.} \right|$$

توجه کنید که :

- ✓ خطای مطلق دارای بعد (واحد) است.
- ✓ خطای مطلق یک اندازه است (همواره مثبت است).

۲. خطای نسبی : خطای مطلق معیار خوبی برای مقایسه ی خطای دو کمیت نیست, یعنی به صورت صریح نمی توان خطای دو آزمایش را با هم مقایسه نمود, برای درک بهتر به مثال زیر توجه کنید.

مثال:

ارتفاع ساختمانی $20.0\ m$ را $20.1\ m$ اندازه گرفته ایم, طول زمین فوتبال $200.0m$ را $200.1m$ به دست آورده ایم. خطای مطلق در هر دو آزمایش را محاسبه کنید.

$$\Delta h = \left| 20.1 - 20.0 \right| = 0.1m$$

$$\Delta l = \left| 200.1 - 200.0 \right| = 0.1m$$

خطای مطلق هر دو اندازه گیری با هم برابر است ولی کاملاً بدیهی است که خطای اندازه گیری طول زمین فوتبال کم تر از خطای اندازه گیری ارتفاع ساختمان است.

بنابراین خطای نسبی را به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$\text{خطای نسبی} =: \frac{\Delta x}{x_{real.}}$$

در نتیجه برای مثال قبل خواهیم داشت:

$\frac{0.1}{200.0}$ خطای نسبی براي اندازه گیری طول زمین فوتبال

$\frac{0.1}{20.0}$ خطای نسبی براي اندازه گیری ارتفاع ساختمان

توجه کنید که خطای نسبی بدون بعد است و می توان خطای نسبی دو آزمایش را با هم مقایسه نمود.

۳. درصدخطا : حاصل ضرب خطای نسبی در عدد (100) را در صد خطا گویند.

$$\text{درصد خطا} =: \text{خطای نسبی} \times 100$$

۴. حساسیت : حساسیت یک آزمایش را چنین تعریف می کنیم:

$$\text{حساسیت} := \frac{1}{(\Delta x/x)} = \frac{x}{\Delta x}$$

محاسباتِ عددی در فیزیک

گاه در آزمایش گاه مقدار واقعی یک کمیت را نمی دانیم و چندین اندازه گیـریِ متفـاوت انجـام مـی دهیم. از رویِ این اندازه گیری ها کمیتِ مقدارِ میانگین را تعریف می کنیم:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_N}{N}$$

که در آن N تعدادِ اندازه گیری ها و x_i ها کمیتِ اندازه گیری شده در مرتبه ی i ام است.
با این تعریف می توانیم خطایِ مطلق و نسبی و در صدِ خطا و همچنین دقت (حساسیت) را تعریـف نمود, ولی بایستی به نکاتِ زیر توجه کنیم:

- ✓ تعیین خطای مطلق چون N داده داریم, بنابراین N تا خطای مطلق داریم که بیشترین آن را به عنوان خطایِ مطلق بیشینه معرفی می کنیم.
- ✓ برای تعیین خطای نسبی بیشینه خطایِ مطلق با مقدار میانگین را در نظر می گیریم.
- ✓ در این جا واژه ی حساسیت به دقت عوض شده و آن را برابر با عکس خطـای نسـبی کـل در نظر می گیریم.

3 چگونگی محاسبه ی یک خطا در آزمایش گاه

در آزمایش گاه, گاه مجبور هستیم که دو کمیت با خطاهایِ مختلف را با هم دیگر جمع, تفریق, ضـرب یـا تقسیم کنیم, بنابراین با آگاهی داشتن از خطایِ مطلق این کمیت ها بایستی بتوانیم خطایِ حاصـل را در هر کدام از حالت های ممکنه به دست آوریم.

❶ خطایِ حاصل جمع

دو طول a و b را با خطاهایِ مطلقِ Δa و Δb را باهم جمع می کنیم, خطایِ مطلق و نسبی ِ حاصل جمع به صورت زیر است:

$$x = a + b$$
$$\Delta x = \Delta a + \Delta b$$
$$\text{خطای نسبی} := \frac{\Delta x}{x}$$

❷ خطایِ حاصل تفریق

دو طول a و b را با خطاهایِ مطلقِ Δa و Δb را از هم کم می کنیم, خطایِ مطلق و نسبی ِ حاصل تفریق به صورت زیر است:

$$x = a - b$$
$$\Delta x = \Delta a + \Delta b$$
$$\text{خطای نسبی} := \frac{\Delta x}{x}$$

توجه به این نکته ضروری است که Δa و Δb اندازه هستند, بنابراین علامت منهی خذف می شود.

❸ خطای حاصل ضرب

می خواهیم مساحتِ زمینی که طول و عرض آن a و b را با خطاهای مطلق Δa و Δb هستند را به دست آوریم, خطای مطلق و نسبی در اندازه گیری مساحتِ این زمین را به دست آورید.

$$x = a \cdot b$$
$$\Delta x = a \cdot \Delta b + b \cdot \Delta a$$
$$\text{خطای نسبی} := \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$$

❹ خطای حاصل تقسیم

دو کمیتِ a و b را با خطاهای مطلق Δa و Δb برهم تقسیم شده اند, خطای مطلق و نسبی در اندازه گیری حاصل تقسیم را به دست آورید :

$$x = \frac{a}{b}$$
$$\Delta x = \frac{a \cdot \Delta b + b \cdot \Delta a}{b^2}$$

$$\text{خطای نسبی} := \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$$

❺ خطای تابع لگاریتمی

کمیتِ x لگاریتم طبیعی کمیت a با خطای مطلق Δa است, خطای نسبی و مطلق در اندازه گیری x را به دست آورید.

$$x = \ln a$$
$$\Delta x = \frac{\Delta a}{a}$$
$$\text{خطای نسبی} := \frac{\Delta a}{a \cdot \ln a}$$

❻ خطای تابع نمایی

کمیتِ x تابع نمایی کمیت a با خطای مطلق Δa است, خطای نسبی و مطلق در اندازه گیری x را به دست آورید.

$$x = e^a$$
$$\Delta x = e^a \cdot \Delta a$$
$$\text{خطای نسبی} := \Delta a$$

4 اعدادِ با معنی

در اندازه گیری یک کمیت, توسطِ افرادِ مختلف, ممکن است داده های زیر گزارش شده باشند:

$x_1 = 1\text{m}$
$x_2 = 1.0\text{m}$
$x_3 = 1.00\text{m}$
$x_4 = 1.000\text{m}$

از دیدگاهِ ریاضی هر چهار داده با هم برابرند اما از نقطه نظر فیزیکی این داده ها با هم متفاوت هستند. دقت اندازه گیری در داده ی اولی 1m در دومی 0.1m در سومی 0.01m در چهارمی 0.001m است. پس هنگامِ محاسبات دقت کنید شمارِ اعدادِ با معنی حفظ شود, به عنوانِ مثال با دقتِ 0.1m در اندازه گیریِ طول , نمی توانید مساحتی را با دقتِ 0.01m^2 را اندازه گیری کنید یا برای نمونه حاصلِ جمع دو اندازه گیری زیر برابر خواهد بود با :

$$10.1\text{cm} + 10.01\text{cm} = 20.1\text{cm}$$

زیرا در این جمع زدن شمار اعدادِ با معنی را حفظ کرده ایم.
بنابراین در هر محاسبه شمار اعدادِ با معنی را حفظ نمایید.

5 سپاس گذاری

از آقای بیگدلی که در انجام و راهنمایي این جانب نقشِ بسیار مهمی را داشته اند. بسیار متشکرم.

[1] سیستم هاي مختلف مثل MKS و CGS و بریتانیایي و ..
[2] داده ی آزمایش گاهی کمیتی است که برایِ به دست آوردنِ آن شخص آزمایش گر تلاش کشیده است.