UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
PLANTEL VALLEJO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD II

UNIDAD III. INFERENCIA ESTADÍSTICA
PRUEBA DE HIPÓTESIS

Ahora trataremos otro importante tema de la inferencia estadística: probar afirmaciones (o hipótesis) que se hacen acerca de los parámetros de una población:

Definición: Una hipótesis es una afirmación o declaración que se hace acerca de una propiedad de la población.

Según el diccionario: 1) La palabra hipótesis se define como; una afirmación que está sujeta a verificación o comprobación, 2) Una suposición que se utiliza como base para una acción.

El punto clave de estas definiciones está en que una hipótesis es una afirmación o suposición <u>y no un hecho establecido.</u>

Tanto en las ciencias sociales como en las biológicas y en ingeniería, el establecer hipótesis forma parte de la metodología de estudio o investigación de algún problema.

Algunos ejemplos de estas proposiciones son:

- Un maestro parte de la hipótesis de que asistes a su curso con el deseo de aprender;
- Un electricista debe partir de la hipótesis de que la instalación eléctrica que va a revisar está “viva”, con corriente eléctrica;
- La sociedad parte del supuesto de que una persona es inocente hasta tanto se pruebe lo contrario de manera irrefutable.
- Un automovilista frente a un semáforo que está en siga, considera el hecho de que las personas que manejan los otros vehículos en la intersección respetarán la señal de Alto, para continuar con su camino;
- Un investigador medico parte de la premisa de que un nuevo medicamento no surtirá efecto alguno;
- Un psicólogo parte de la premisa de que dos grupos de individuos sometidos a tratamientos distintos no mostrarán diferencias en su comportamiento.

Cuando una hipótesis se plantea comprobarla por medio de los métodos estadísticos las hipótesis reciben el nombre de hipótesis estadísticas.

Elaborado por: *ELEAZAR GÓMEZ LARA*
Abril 2007

HIPÓTESIS ESTADÍSTICAS

Las hipótesis estadísticas son afirmaciones sobre uno o más parámetros de una o más poblaciones.

Una hipótesis estadística es una proposición que se establece acerca de una o más poblaciones. Estas proposiciones que suelen considerarse en las aplicaciones de las pruebas de hipótesis son:

i) Hipótesis *acerca de las características de los datos con los que se va a trabajar: independencia de las observaciones, homogeneidad de los datos, etc.*

ii) *Supuestos acerca de la forma de la distribución de partida: binomial, normal, etc.*

iii) *Supuestos acerca de los parámetros de una población conocida su forma.*

Esencialmente nos ocuparemos de las proposiciones que hacen referencia a los parámetros de una población.

Antes de iniciar el estudio de la prueba de hipótesis, debemos de tener presente la siguiente pauta común para razonar en estadística:

> Analice una muestra tratando de distinguir entre los resultados que pueden ocurrir fácilmente y los que son muy poco probables.

Podemos explicar la ocurrencia de resultados muy inverosímiles diciendo que en realidad ocurrió un suceso poco común o bien que las cosas no son como se supone.

COMPONENTES DE UNA PRUEBA DE HIPÓTESIS

Las hipótesis estadísticas son de dos tipos, la hipótesis nula que es la que se debe de comprobar y la hipótesis alternativa.

<u>Hipótesis Nula</u>. *(denotada por H_0) Es una hipótesis en la que se afirma que no hay diferencia entre el verdadero valor de un parámetro y su valor hipotético, o entre dos parámetros poblacionales, entre dos o más parámetros poblacionales, etc.*

Es decir es una declaración acerca del valor de un parámetro de población y debe contener la condición de igualdad escrita con el símbolo =, $\leq$, o $\geq$. (Al efectuar realmente la prueba, operaremos bajo el supuesto de que el parámetro es igual a algún valor específico)

Por ejemplo*: En el caso de la media, la hipótesis nula se expresa en una de estas tres formas posibles formas:*

- $H_0: \mu = algún\ valor$. $H_0: \mu \leq algún\ valor$ $H_0: \mu \geq algún\ valor$

Probamos la hipótesis nula directamente en el sentido de que suponemos que es verdad y llegamos a una conclusión que puede ser rechazar H_0 o bien no rechazar H_0.

Para su verificación examinamos los datos de una muestra y determinamos si son o no compatibles con la hipótesis nula, *si los datos de la muestra son compatibles con ella, no se rechaza, si los datos no son compatibles con la hipótesis nula entonces se rechaza*.

Si la hipótesis nula no se rechaza, se dice que la muestra no proporciona evidencia suficiente para concluir que es falsa.

Hipótesis Alternativa (denotada por H_1) es la declaración que debe ser verdad si la hipótesis nula es falsa. En el caso de la media, la hipótesis alternativa se expresaría en una de las tres posibles formas:

- $H_1: \mu \neq \text{algún valor}$. $H_1: \mu > \text{algún valor}$ $H_1: \mu < \text{algún valor}$

Cuando se establecen H_0 y H_1 se procura generalmente que las hipótesis se complementan entre sí, para esto se incluye una desigualdad (estricta) para H_1 que complemente la desigualdad de H_0 (frecuentemente ocurre que H_1 es lo contrario de H_0).

Si la hipótesis nula H_0 se rechaza, decimos que la muestra proporciona suficiente evidencia para concluir que la hipótesis nula es falsa y que la segunda hipótesis la alternativa H_1 es verdadera.

Nota: respecto al uso de $\leq$ o $\geq$ en H_0. Aunque a veces se expresa H_0 con el símbolo $\leq$ o $\geq$, la prueba se realiza suponiendo que: $H_0: \mu = algún\ valor$ es verdad, ya que es necesario tener un solo valor fijo para μ a fin de poder trabajar con una sola distribución que tenga una media específica.

Al probar una hipótesis nula, llegamos a una conclusión de rechazarla o no rechazarla. Tales conclusiones a veces son correctas y a veces equivocadas (aún sí hacemos todo correctamente). Hay dos tipos de errores que podemos cometer.

Al realizar una prueba de hipótesis existen 4 situaciones con respecto a la decisión por tomar las cuales se resumen en la siguiente tabla:

<table>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2">Estado real de H_0</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>La hipótesis nula es verdadera</td><td>La hipótesis nula es falsa</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Decisión tomada</td><td>Rechazar H_0</td><td>Error tipo I
Rechazar una H_0 verdadera</td><td>Decisión correcta</td></tr>
<tr><td>No rechazar H_0</td><td>Decisión correcta</td><td>Error tipo II
No rechazar una H_0 falsa</td></tr>
</table>

La tabla muestra que es posible tomar una decisión correcta si se rechaza una hipótesis nula que es falsa o si no se rechaza una hipótesis nula que es verdadera. Por otra parte cometemos un error si rechazamos una hipótesis nula que es verdadera o si no rechazamos una hipótesis nula que es falsa.

Tenemos por tanto dos tipos de errores:

<u>Error tipo I</u>: *Es el error de rechazar la hipótesis nula, dado que es verdadera.*

Rechazar la hipótesis nula no constituye una prueba contundente de que sea falsa, sin tener en cuenta que tan incompatible es la evidencia con H_0, cabe la posibilidad de que sea verdadera. El error de tipo I no es un mal cálculo ni un paso equivocado en el procedimiento; es un error que puede ocurrir cuando por casualidad ocurre un suceso raro.

La probabilidad de rechazar la hipótesis nula, dado que es verdadera, se denomina <u>nivel de significación</u> *y se denota con el símbolo* α (alfa).

$$P(\text{Error tipo I}) = \alpha$$

<u>Error tipo II</u>: *Es el error de no rechazar la hipótesis nula, dado que es falsa*.

La probabilidad de no rechazar la hipótesis nula, cuando en realidad es falsa, *se denota con el símbolo* β (beta).

$$P(\text{Error tipo II}) = \beta$$

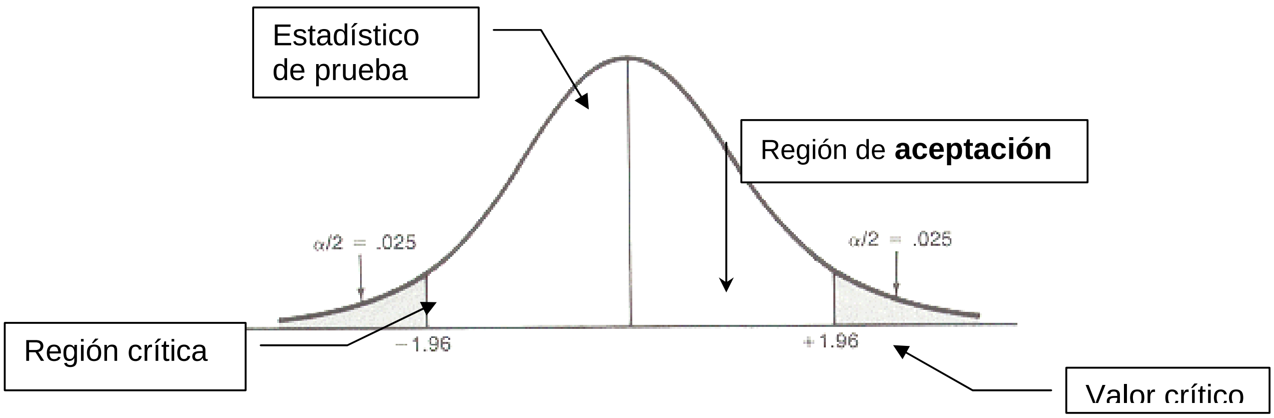
Los siguientes términos están asociados con la prueba de hipótesis:

<u>Estadística de Prueba</u>. Es una estadística de una muestra o un valor basado en los datos de una muestra. *Se utiliza ésta estadística de prueba para tomar la decisión de rechazar o no la hipótesis nula, es decir, una estadística de prueba es una cantidad numérica que se calcula a partir de los datos de una muestra y que se utiliza para tomar la decisión de rechazar o no rechazar*.

<u>Región crítica</u>: *El conjunto de todos los valores de la estadística de prueba que nos harían rechazar la hipótesis nula.*

<u>Región de aceptación</u>: es el complemento de la región de rechazo. Y está formado por todos aquellos valores de la estadística de prueba que nos harían no rechazar la hipótesis nula.

<u>Valor crítico</u>: El valor o valores que separan la región crítica de los valores de la estadística de prueba que no nos harían rechazar la hipótesis nula. Los valores críticos dependen de la naturaleza de la hipótesis nula, la distribución de muestreo pertinente y el nivel de significancia α.



Ahora describiremos el procedimiento que se debe seguir para verificar una hipótesis estableciendo, en forma secuencial, los diversos pasos que forman el procedimiento. Se pueden identificar los siguientes importantes pasos:

1.- Planteamiento de las hipótesis nula y alternativa.

La hipótesis es un supuesto que se desea comprobar. Siempre se parte de una hipótesis nula H_0 que es aquella que es exacta o que no presenta consecuencias posteriores, tales como: “la media es igual a 45”, “ la proporción es igual al 20%”, “ las medias de las dos poblaciones son iguales”, etc.
En el procedimiento estadístico se trata de demostrar que esta hipótesis nula es falsa. Si se logra aceptar su falsedad, entonces se presenta una hipótesis contraste llamada hipótesis alterna H_1 la cual no es exacta. Por ejemplo: “la media es mayor a 45”, “la media es menor a 45”, “la media es diferente de 45”, “la proporción es mayor al 20%”, “las medias de las dos poblaciones son diferentes”, etc.

2.- Selección del nivel de significación.

Corresponde al porcentaje de confianza o seguridad con el que se desea aceptar el resultado. Este porcentaje corresponde al área de aceptación de una distribución muestral. En los extremos de esta distribución se encuentran las zonas de rechazo, medidas en niveles de significancía que corresponden al porcentaje de error que se puede cometer al rechazar una hipótesis nula verdadera. Por ejemplo si el coeficiente de confianza es del 95% entonces el 5% restante para completar el 100% es el **nivel de significación** que nos dice que corremos un riesgo del 5% al rechazar la hipótesis nula siendo verdadera, sí el valor de la prueba esta dentro de la zona de rechazo.

3.- Selección del estadístico apropiado

El estadístico que va a formar parte del procedimiento para la verificación de hipótesis está determinado por el parámetro que tiene relación con la hipótesis. Así si deseamos verificar una hipótesis sobre una media poblacional, el estadístico pertinente es $\overline{X}$, o media muestral, si el parámetro es una proporción, el estadístico pertinente es la proporción muestral $\hat{p}$.
En particular para el caso donde estamos verificando una hipótesis sobre una media poblacional y el muestreo se hace en una población que está normalmente distribuida, se sabe que la distribución de $\overline{x}$, la media de la muestra, estará normalmente distribuida con media μ y varianza $\sigma^2 / \sqrt{n}$

4.- Especificación del estadístico de prueba y consideración de su distribución

El estadístico de prueba se determina tomando en cuenta el parámetro sobre el que se hace la hipótesis y la naturaleza de la distribución muestral del estadístico conveniente.

Un estadístico de prueba es una cantidad numérica que se calcula a partir de los datos de una muestra y que se utiliza para tomar la decisión de rechazar o no rechazar una hipótesis nula.
Cuando el muestreo se realiza sobre una población normalmente distribuida, con varianza conocida, el estadístico de prueba que se utiliza para verificar una hipótesis sobre la media poblacional es:

$$z = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma^2 / \sqrt{n}}$$

Donde $\overline{x}$ es la media de la muestra de tamaño n, μ_0 es el valor hipotético de la media poblacional μ_0

5.- Determinación de las regiones de rechazo y aceptación

Los tamaños de la región de aceptación y de rechazo están determinados por el nivel de significación.

6.- Recolección de datos y cálculo de los estadísticos necesarios

Los datos que se necesitan para verificar las hipótesis formuladas y que satisfacen las suposiciones necesarias de la prueban se deben recolectar en una forma adecuada. Una vez que se han recogido se calcula el estadístico apropiado y el estadístico de prueba.

7.- Decisión estadística

Se compara el valor calculado del estadístico de prueba con el valor crítico de éste. Si el valor está en la región de rechazo, entonces se rechaza H_0**,** de lo contrario, no se rechaza

8.- Conclusión.

La decisión se expresa en función del parámetro y o de la población a la que se refiere la prueba.

Ejemplo 1 El fabricante de una marca de cigarrillos afirma que el contenido de nicotina promedio no excede de 2.5 miligramos. Plantee las hipótesis nulas y alternativa a ser utilizadas para probar esta afirmación y determine dónde se localiza la región crítica.

Solución: Dado que la hipótesis nula especifica un solo valor del parámetro. Se prueba:

H_0: : $\mu = 2.5$,
H_1: : $\mu > 2.5$.

No obstante que se ha establecido la hipótesis nula con el signo igual, se entiende que se excluye cualquier valor no especificado por la hipótesis alternativa. En consecuencia, la aceptación de H_0 no implica que: sea exactamente 2.5 miligramos, sino que no se tiene evidencia suficiente para estar a favor de H_1. El símbolo mayor indica que la región crítica cae por completo en la cola derecha de la distribución del estadístico.

Ejemplo 2.- Un agente de bienes raíces afirma que el 60% de las residencias que se construyen actualmente son casas de tres cuartos. Para probar esta afirmación, se inspecciona una muestra grande de nuevas residencias; se registra la proporción de los hogares de tres cuartos y se utiliza como el estadístico de prueba. Plantee la hipótesis nula y la alternativa a ser utilizadas en esta prueba y determine la localización de la región crítica.

Solución: Si el estadístico de prueba es mucho más grande o más pequeño que $\pi = 0.60$, se rechaza la afirmación del agente. Por lo que las hipótesis que intervienen en este caso son:

H_0: $\pi = 0.60$,
H_1: $\pi \neq 0.60$.

La hipótesis alternativa implica una prueba de dos colas con la región crítica dividida por igual en ambas colas de la distribución del estadístico de prueba.

ESTADÍSTICO DE PRUEBA

El estadístico de prueba se determina tomando en cuenta el parámetro sobre el que se hace la hipótesis:

Para medias: $$\boxed{z_p = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_x}}$$

Para proporciones $$\boxed{z_p = \frac{p - \pi}{\sigma_p}}$$

CRITERIOS PARA ACEPTAR H_0

Una vez establecida las hipótesis y estableciendo el estadístico de prueba, la regla de decisión en la prueba de hipótesis para la media de una población normal de varianza conocida se sintetiza en la siguiente tabla:

	H0: $\mu = \mu_0$	*H0:* $\mu \leq \mu_0$	*H0:* $\mu \geq \mu_0$
	H1: $\mu \neq \mu_0$	*H1:* $\mu > \mu_0$	*H1:* $\mu < \mu_0$
Aceptar H_0 *si:*	$\frac{\lvert \overline{x} - \mu_0 \rvert}{\sigma_{\overline{x}}} \leq z_{1-\alpha/2}$	$\frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma_{\overline{x}}} \leq z_{1-\alpha}$	$\frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma_{\overline{x}}} \geq z_{1-\alpha}$

Las reglas de decisión en la prueba de hipótesis para la proporción de una población con una muestra grande se reunen en la siguiente tabla:

	H0: $\pi = \pi_0$	H0: $\pi \leq \pi_0$	H0: $\pi \geq \pi_0$
	H1: $\pi \neq \pi_0$	H1: $\pi > \pi_0$	H1: $\pi < \pi_0$
Aceptar H_0 *si:*	$\frac{\lvert \hat{p} - \pi_0 \rvert}{\sigma_{\hat{p}}} \leq z_{1-\alpha/2}$	$\frac{\hat{p} - \pi_0}{\sigma_{\hat{p}}} \leq z_{1-\alpha}$	$\frac{\hat{p} - \pi_0}{\sigma_{\hat{p}}} \geq z_{1-\alpha}$

Ejemplo 3.- La *Procuraduría del consumidor* publica cifras del número anual de Kilowatts-hora que gastan varios aparatos electrodomésticos. Se afirma que una aspiradora gasta un promedio mínimo de 46 kilowatts-hora al año. Si una muestra aleatoria de 36 hogares que se incluye en un estudio planeado indica que las aspiradoras gastan un promedio de 42 kilowatts-hora al año con una desviación estándar de11.9 kilowatts-hora, ¿esto sugiere con un nivel de significancia de 0.05 que las aspiradoras gastan, en promedio, menos de 46 kilowatt-hora anualmente? Suponga que la población de kilowatts-hora es normal.

1. Las Hipótesis planteadas son:

$$H_0: \quad \mu = 46$$

$$H_1: \quad \mu < 46$$

2. El nivel de significación es del 5%.

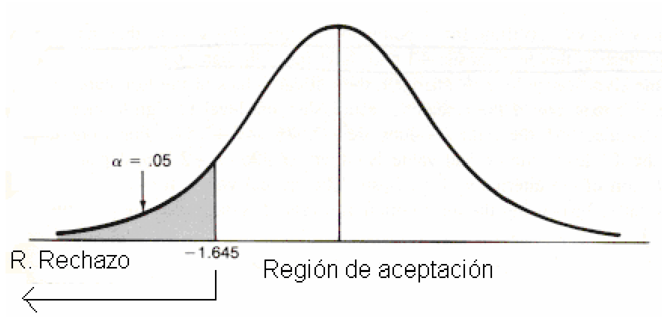
3. Como el parámetro involucrado en las hipótesis es la media de la población el estadístico apropiado es la media muestral $\overline{x}$.

4. El estadístico de prueba para la media es:

$$\boxed{z_p = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma_x}}$$

La cual se distribuye normalmente con media cero y varianza 1, debido a que la población se distribuye de manera aproximadamente normal.

5. Para este caso el tipo de prueba a utilizarse es una prueba unilateral de cola izquierda, con un nivel de significación del 5% se tiene que $z_{.05} = -1.645$, por lo que la regla de decisión será:



No rechazar H_0 si se cumple

que, $\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} \geq z_{1-\alpha}$ es decir: se acepta H_0 si $z_p = \frac{\bar{x}-46}{11.9/\sqrt{36}} \geq -1.645$

6. Calculo de los estadísticos necesarios, de acuerdo a los datos de la muestra y del valor de z_p

$\bar{x} = 42$, por lo que $z_p = \frac{42-46}{11.9/\sqrt{36}} = -2.02$

7. Podemos fácilmente ver que $z_p < -1.645$, y por lo tanto este valor de z_p cae en la región de rechazo por lo que la decisión es: *Rechazar* H_0

8. Conclusión: Con un nivel de significación del 5% se puede concluir que las aspiradoras gastan, en promedio, menos de 46 kilowatt-hora anualmente

4.- Una cadena de tiendas de descuento expide su propia tarjeta de crédito. El gerente del departamento de crédito desea averiguar si el saldo insoluto medio es mayor a $4000. Establece que el nivel de confianza adecuado es del 5%. Al revisar aleatoriamente 172 saldos insolutos encontró que la media era de $4070, con una desviación estandar de $380. ¿El gerente deberá concluir que la el promedio de todos los saldos insolutos es mayor que $ 4000? ¿O la diferencia de $70 pesos se debe al azar?

Solución:

1. Las Hipótesis planteadas son:

$$H_0: \ \mu \leq 4000$$

$$H_1: \ \mu > 4000$$

2. El nivel de significación es del 5%.

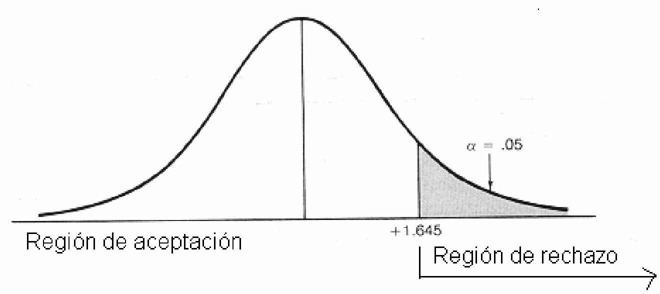
3. Como el parámetro involucrado en las hipótesis es la media de la población el estadístico apropiado es la media muestral $\bar{x}$.

4. El estadístico de prueba para la media es:

$$\boxed{z_p = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma_x}}$$

La cual se distribuye normalmente con media cero y varianza 1, debido a que la población se distribuye de manera aproximadamente normal.

5. Para este caso el tipo de prueba a utilizarse es una prueba unilateral de cola derecha, con un nivel de significación del 5% se tiene que $z_{.05} = 1.645$, por lo que la regla de decisión será:



No rechazar H_0 si se cumple que, $\frac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma_{\overline{x}}} \leq z_{1-\alpha}$ es decir: se acepta H_0 si

$$z_p = \frac{\overline{x} - 4000}{380/\sqrt{172}} \leq 1.645$$

6. Calculo de los estadísticos necesarios, de acuerdo a los datos de la muestra y del valor de z_p

$\overline{x} = 4070$, por lo que $z_p = \frac{4070 - 4000}{380/\sqrt{172}} = 2.41$

7. Podemos fácilmente ver que $z_p > 1.645$, y por lo tanto este valor de z_p cae en la región de rechazo por lo que la decisión es: *Rechazar* H_0

8. Conclusión: Con un nivel de significación del 5% el gerente puede concluir que el saldo insoluto medio de su tarjeta de credito, es mayor a $ 4000.

Ejemplo 5. Históricamente la proporción de clientes que compran con tarjeta de crédito en una determinada tienda es como mínimo del 25%, sin embargo la dueña de la tienda piensa que esta cifra ha disminuido significativamente. De los últimas 1122 clientes 242 compraron con tarjeta de crédito si $\alpha = 0.10$ ¿Se está cumpliendo lo que piensa la dueña?

Sol:
1. Las Hipótesis planteadas son:.

$$H_0: \ \pi = 0.25$$

$$H_1: \ \pi < 0.25$$

2. El nivel de significación es del 10%.

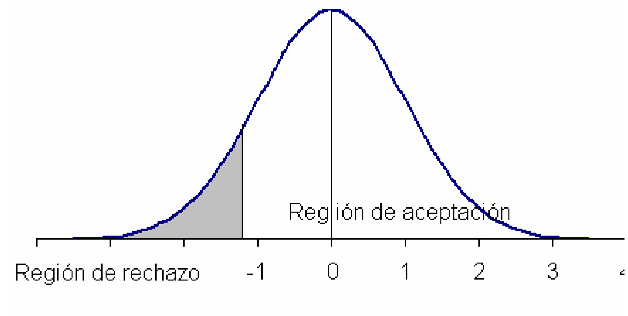
3. Como el parámetro involucrado en las hipótesis es la proporción de la población el estadístico apropiado es la proporción muestral $\hat{p}$.

4. El estadístico de prueba para la proporción es:

$$\boxed{z_p = \frac{\hat{p} - \pi_0}{\sigma_p}}$$

El cual se distribuye normalmente con media cero y varianza 1.

5. Para este caso el tipo de prueba a utilizarse es una prueba unilateral de cola izquierda, con un nivel de significación del 10% se tiene que $z_{.10} = -1.28$, por lo que la regla de decisión será:



No rechazar H_0 si se cumple que

$\frac{\hat{p}-\pi_0}{\sigma_{\hat{p}}} \geq z_{1-\alpha}$, es decir: se acepta H_0 si

$$z_p = \frac{\hat{p}-0.25}{\sqrt{\frac{0.25(1-0.25)}{1122}}} \geq -1.28$$

6. Calculo de los estadísticos necesarios, de acuerdo a los datos de la muestra y del valor de z_p

$p = \frac{242}{1122}$, por lo que $z_p = \frac{p-\pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} = \frac{0.215-0.25}{\sqrt{\frac{0.25(1-0.25)}{1122}}} = -2.31$

7. Podemos fácilmente ver que $z_p < -1.28$, y por lo tanto este valor de z_p cae en la región de rechazo por lo que la decisión es: *Rechazar* H_0

8. Conclusión: Con un nivel de significación del 10% se puede concluir que la afirmación de la dueña es razonable, es decir, que el porcentaje de gente que paga con tarjeta de crédito ha disminuido por lo que es menor.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- En cada problema, establezca la hipótesis nula (H_0) y la hipótesis alternativa (H_1):

a) La temperatura media en la ciudad de Rochester, Nueva York, durante los meses de enero y febrero no es más fría que 4.4° centígrados.
b) La edad media de los alumnos del turno vespertino de una universidad es de 21 años.
c) La edad promedio de los ladrones de juguetes en tiendas de la ciudad de Chicago no es mayor a 12.5 años.
d) La longitud media de los peces atrapados por los pescadores en el lago Cayuga el año pasado fue de 36 cm.
e) El peso medio de los recién nacidos en el Hospital Infantil es de al menos 2.750 Kg.
f) La altura promedio de los edificios comerciales del municipio de Tlanepantla no es de más de 15 m.
g) El hogar promedio en los suburbios de Los Ángeles dista más de 8 Km. de la más próxima estación de bomberos.

2.- Para cada uno de los siguientes problemas determínese los valores críticos y la región crítica que se utilizarían para probar una hipótesis al nivel de significación dado,

a) $H_0: \mu = 100$, $H_1: \mu \neq 100$, $\alpha = 5\%$

b) $H_0: \mu \geq 25$, $H_1: \mu < 25$, $\alpha = 3\%$

c) $H_0: \mu \leq 32$, $H_1: \mu > 32$, $\alpha = 10\%$

d) $H_0: \mu = 80$, $H_1: \mu > 80$, $\alpha = 1\%$

e) $H_0: \mu = 57.1$, $H_1: \mu \neq 57.1$, $\alpha = 10\%$

f) $H_0: \mu = 13$, $H_1: \mu < 13$, $\alpha = 10\%$

g) $H_0: \mu = 14.5$, $H_1: \mu > 14.5$, $\alpha = .04$

h) $H_0: \mu = 724$, $H_1: \mu \neq 724$, $\alpha = .06$

3.- Para cada uno de los siguientes casos realice la prueba de hipótesis, de acuerdo los datos proporcionados

a) $H_0: \mu = 27 \quad H_1: \mu \neq 27, \quad \bar{x} = 28.5, \quad \sigma = 4, \quad n = 35, \quad \alpha = 5\%$

b) $H_0: \mu = 98.6 \quad H_1: \mu > 98.6, \quad \bar{x} = 99.1, \quad \sigma = 1.5, \quad n = 50, \quad \alpha = 2\%$

c) $H_0: \mu = 57 \quad H_1: \mu < 57, \quad \bar{x} = 53.5, \quad \sigma = 12, \quad n = 42, \quad \alpha = 1\%$

d) $H_0: \mu = 382 \quad H_1: \mu \neq 382, \quad \bar{x} = 363, \quad \sigma = 68, \quad n = 52, \quad \alpha = 10\%$

4.- El editor de una revista deportiva desea saber si el tiempo promedio real que requiere un corredor para completar la ruta de más de 26 millas del maratón de Boston es de 3.5 horas. Si en una muestra de 50 corredores el tiempo promedio que tardan en completar la ruta es de 3.25 horas con una desviación estándar de 0.75 hora, ¿existe, con un nivel de significancia del 5%, la evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula $\mu = 3.5$ horas?

5.- Con el fin de interesar a una Cía. de autobuses para que ofrezca transporte entre una ciudad pequeña y su aeropuerto cercano, la Cámara de Comercio afirmo que cuando menos 2500 personas utilizarían el aeropuerto cada día. Para verificar esta información, la Cía. contrato a una firma de investigación que concluyó que un promedio de 2400 personas, con una desviación estándar de 267 personas, pasaban por el aeropuerto en 35 días seleccionados aleatoriamente. Con un nivel de significancia del 10% ¿Es cierto lo que afirma la Cámara de Comercio?

6.- Los datos recolectados de los usuarios de un horno de microondas específico indican que el tiempo que tarda en cocinar un alimento simple es una variable aleatoria que tiene media de 10.50 minutos y una desviación estándar de 0.50 minutos. Un grupo de 60 usuarios del horno de microondas es seleccionado aleatoriamente y recibe un breve curso sobre el uso adecuado del horno. Al término del curso a cada participante se le pide cocinar el mismo alimento simple de antes. El tiempo de cocción promedio es de 10.25 minutos.

a) ¿Constituye esto evidencia, con un nivel de significancia del 1%, de que después de la participación en el curso, el tiempo medio requerido para cocinar es menor?
b) Si la diferencia del inciso a) es significativa, ¿También es importante para los usuarios de hornos de microondas?

7.- El tiempo medio entre fallos (en horas) para un radio empleado en aviones es de385 horas. Después de modificarse 45 radios en un intento por mejorar la confiabilidad, las pruebas mostraron que el tiempo medio entre fallos para esta muestra es de 400 horas con una desviación estándar de 38 horas. Utilizando un nivel de significación del 3% ¿se mejoró la confiabilidad de estos radios?

PRUEBA DE HIPÓTESIS PARA UNA PROPORCIÓN.

1.- Para cada uno de los siguientes casos realice la prueba de hipótesis, de acuerdo los datos proporcionados

a) $H_0: \pi = 0.10 \quad H_1: \pi \neq 0.10 \quad n = 2500, \; \bar{x} = 275 \quad \alpha = 1\%$

b) $H_0: \pi \leq 0.8 \quad H_1: \pi > 0.8 \quad n = 400, \; \bar{\mathrm{p}} = 0.84 \quad \alpha = 5\%$

c) $H_0: \pi \geq 0.17 \quad H_1: \pi < 0.17 \quad n = 95, \; \mathrm{x} = 15 \quad \alpha = 3\%$

2.- Juan N vende cortadoras de césped, marca A en su ferretería, y esta interesado en comparar la calidad de las cortadoras que vende con las que se venden a nivel nacional, Juan sabe que sólo el 15% de estas requieren de reparaciones durante el primer año después de su compra. Una muestra de 120 de los clientes de Juan reveló que 22 de ellas requirieron reparaciones den el primer año. A un nivel de significación del 2%, ¿existe evidencia de las cortadoras que vende difieren en calidad de las que se venden en el ámbito nacional?

3.- Una corredora de bolsa afirma que ella puede predecir, con al menos un 85% de certeza, el ascenso o caída, durante la semana siguiente, de un valor del mercado de valores. Para probarlo predice el resultado de 60 valores y acierta en 45 de sus predicciones. ¿Presentan estos datos evidencia (con α = 4%) de que sus predicciones son significativamente menores que el declarado?
4.- En un colegio se estima que cuando mucho 25% de los estudiantes se traslada a clases en bicicleta. ¿Parecería esta ser una estimación válida si, en una muestra aleatoria de 90 estudiantes, se encuentra que 28 utilizan este transporte? Utilice un nivel de significación del 5%.

5.- Una Cía. productora de combustible asegura que la quinta parte de los hogares en una cierta ciudad se calienta con petróleo. ¿Se tiene alguna razón para dudar de esta afirmación si, en una muestra aleatoria de 1000 hogares de esta ciudad se encuentra que 236 se calientan con petróleo? Utilice un nivel de significación del 1%.

6.- Un fabricante farmacéutico afirma que una medicina recientemente desarrollada tiene una efectividad de más del 90% en el alivio de dolores musculares. En una muestra de 150 personas que sufren de dolores musculares, la medicina proporciono alivio a 141. Utilizando un nivel del significancia del 5% ¿tiene razón el fabricante?

7.- Se sabe que en el pasado, el 10% de todos los fumadores preferían cigarros marca "A". Se realiza una campaña para mejorar sus ventas. Se selecciona una muestra aleatoria de 400 fumadores y se les entrevista para determinar si la campaña ha resultado efectiva. Entre los entrevistados, 50 indicaron preferían la marca “A”. Con un nivel de significación del 1%. ¿La campaña ha sido efectiva?

8.- Grant, Inc. Un fabricante de blusas para vestir para mujer, sabe que su marca se vende en 19% de las tiendas de ropa para mujer que están en la ribera Este del río Mississippi. Grant muestreo recientemente 85 tiendas de ropa para mujer en la rivera Oeste del río y encontró que 14.12% de las tiendan vendían su marca. A un nivel de significancia del 0.04, ¿existe evidencia de que Grant tiene una peor venta en la ribera Oeste que en la ribera Este del Mississippi?

BIBLIOGRAFÍA

1. Jonson, Robert, Estadística Elemental, Editorial: Trillas. México 1979.
2. Levine, Richard I. Estadística para administradores. Sexta edición. Editorial: Prentice Hall. México 1998.
3. Daniel, Wayne W. Estadística con aplicaciones a las ciencias sociales y a la educación. Editorial: Mc Graw Hill. México 1988.
4. Triola, Mario F., Estadística elemental. Editorial: Pearson Educación. México 2000.
5. Berenson, Mark L. Estadística para la administración y la economía. Editorial: Interamericana, México 1988.

COMPLEMENTARIA

1. Chou, Ya Lun, Análisis Estadístico. Editorial: Interamericana, México 1987.
2. Mendenhall, William. Estadística para administración y economía. Editorial Iberoamérica, EE. UU. 1981
3. Walpole, Ronald E. Probabilidad y Estadística. Editorial: Mc Graw Hill, México 1999.
4. Mills, Richard L, Estadistica para economia y administración. Editorial: Mc Graw Hill, Colombia 1980.
5. Stevenson, William J. Estadística para Administración y Economía Editorial: HARLA, México 1981.
6. Lohr, Sharon L. Muestreo; Diseño y Análisis. Editorial: Thomson Editores, México 2000.
7. Pérez, César. Estadística aplicada a través de Excel. Pearson Educación, Madrid 20

Elaborado por: *ELEAZAR GÓMEZ LARA*

Abril 2007