UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

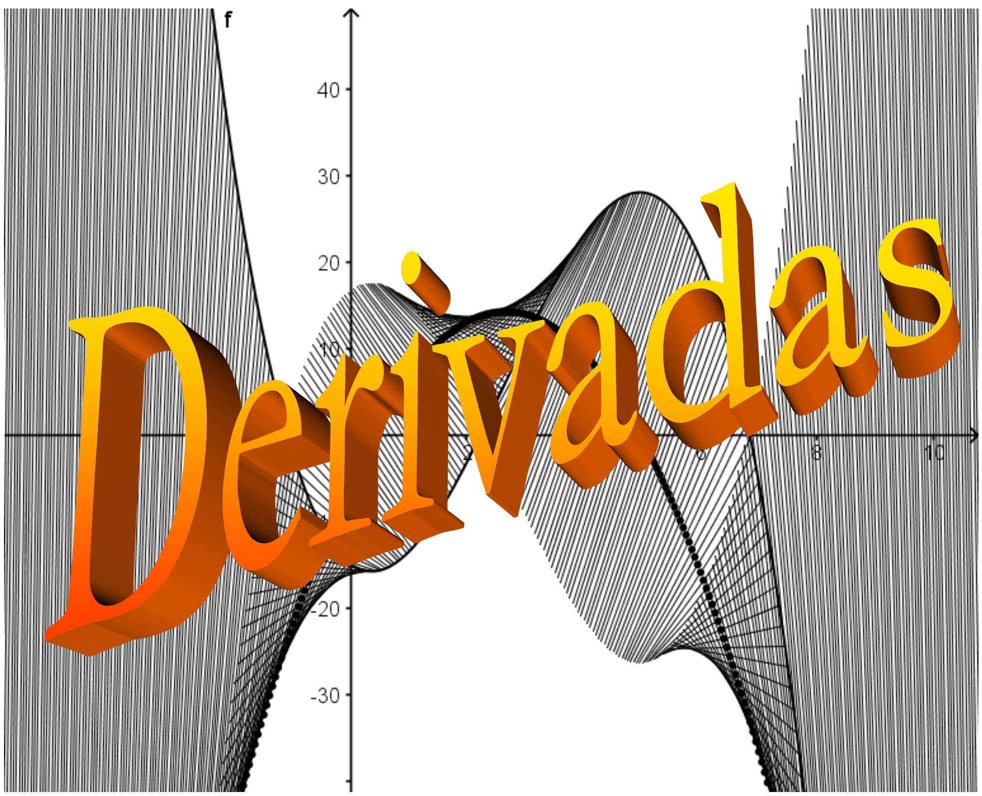
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

PLANTEL VALLEJO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRA I

TRAZADO DE LA GRÁFICA DE LAS DERIVADA DE UNA FUNCIÓN



ELEAZAR GÓMEZ LARA

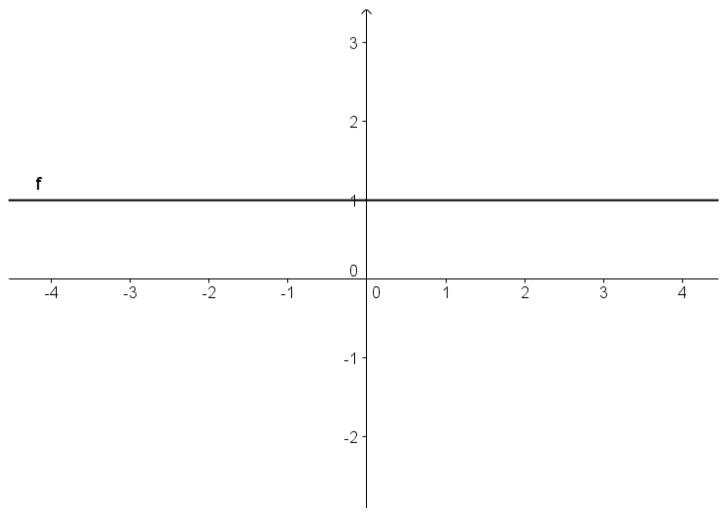
OCTUBRE 2008

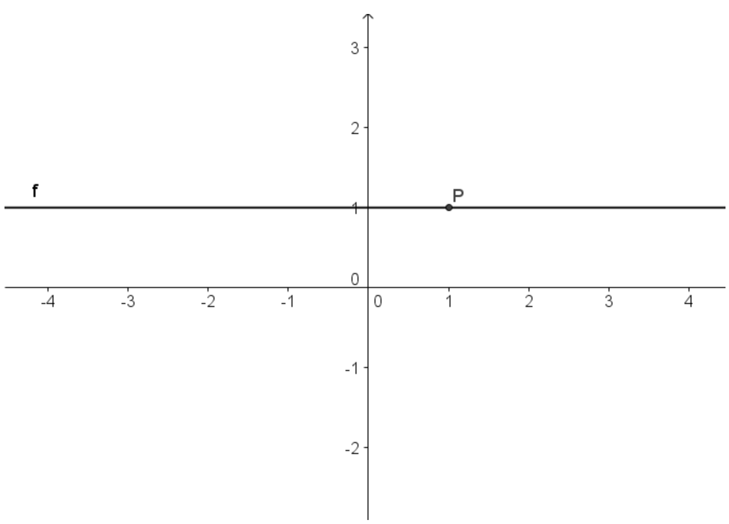
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
PLANTEL VALLEJO
ÁREA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

CONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA DE LA FUNCIÓN CONSTANTE

Para construir la grafica de la derivada de la función constante $f(x)=k$, donde k es un número real, geométricamente se realiza lo siguiente:

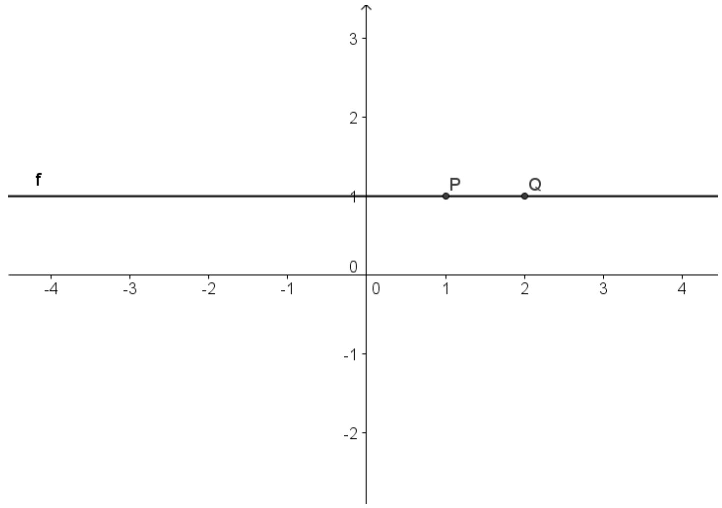
1.- Se traza la grafica de la función $f(x)=k$



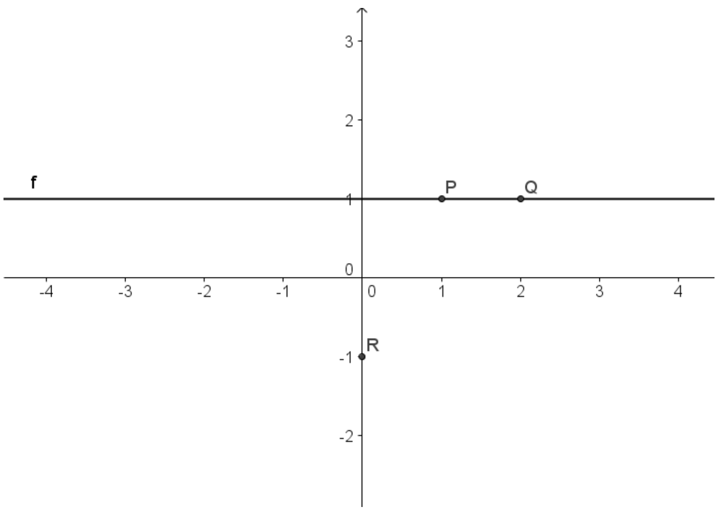


2.- Para fijar un punto de la derivada de f(x) cuando $x=x_0$, es decir para localizar el punto de $f'(x_0)$, correspondiente al $P(x_0, f(x_0))$ de $f(x)=k$

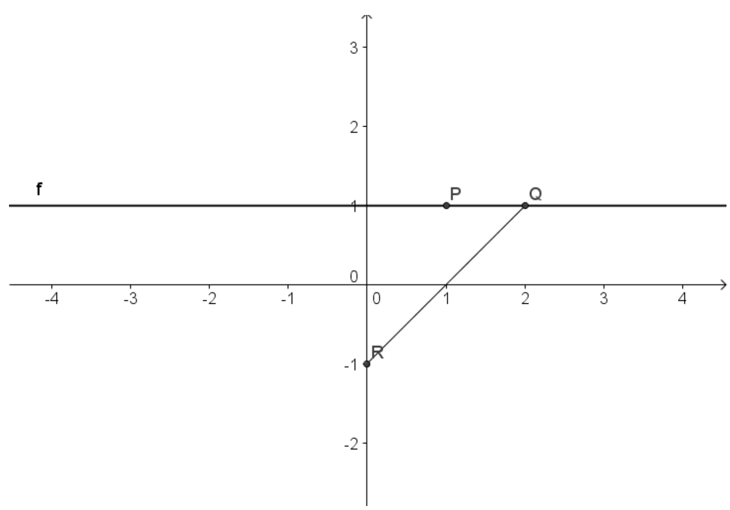
a) Se localiza el punto sobre la grafica de $f(x)=k$ el punto Q$(x_0+1, f(x_0+1))$



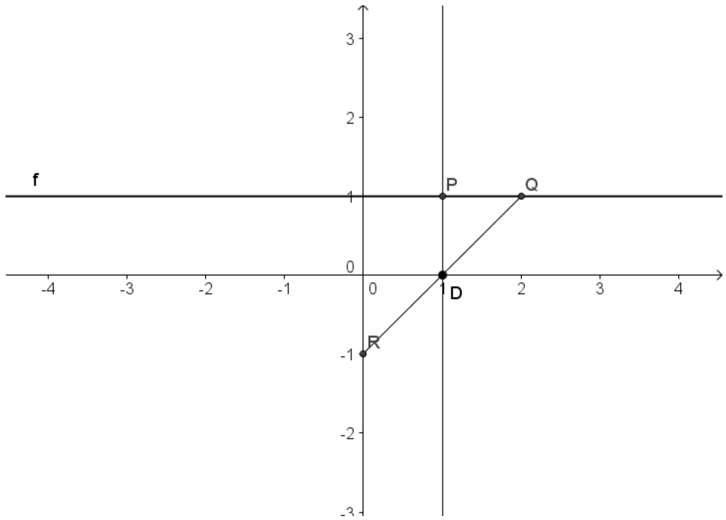
b) Se localiza, sobre el plano cartesiano, el punto R$(x_0-1, -f(x_0-1))$



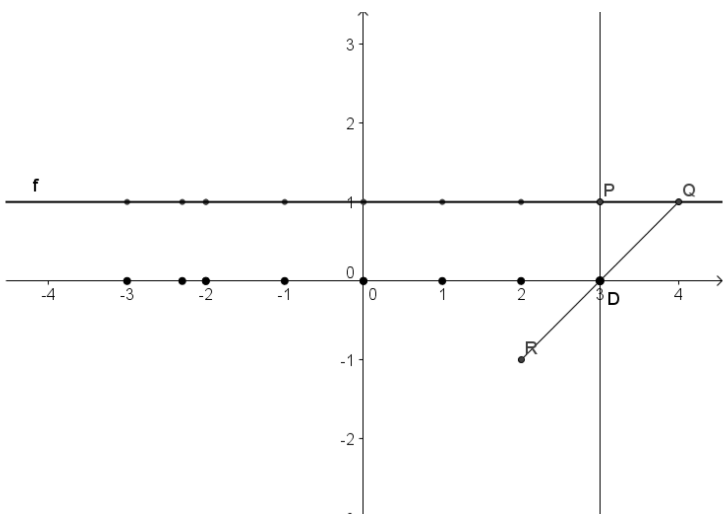
c) Se traza el segmento $\overline{QR}$



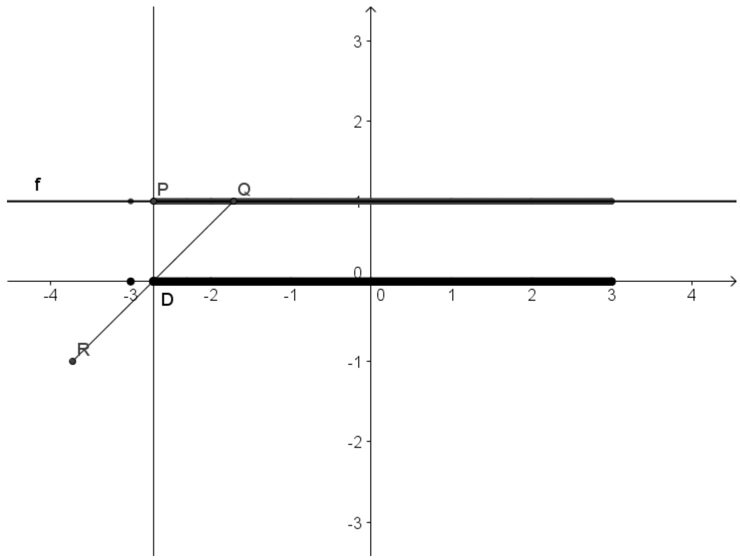
d) Se intersecta el segmento $\overline{QR}$, con la recta vertical que pasa por el punto $P(x_0, f(x_0))$, es decir con la recta $x = x_0$, el punto de intersección generado, es el punto que pertenece a la grafica de la derivada de $f(x) = k$, evaluada en $x = x_0$, es decir obtenemos el punto D$(x_0, f'(x_0))$



a. Aplicando este proceso a distintos puntos pertenecientes a la grafica de $f(x) = k$, se van estableciendo puntos vinculados con la grafica de su derivada.



b. La grafica de f'(x) se obtiene al unir todos los puntos generados mediante una línea continua:



Podemos observar que la grafica de la derivada de la función $f(x)=k$ coincide con el eje X, cuya ecuación es: $y=0$, con lo que podemos deducir que $f'(x)=0$.

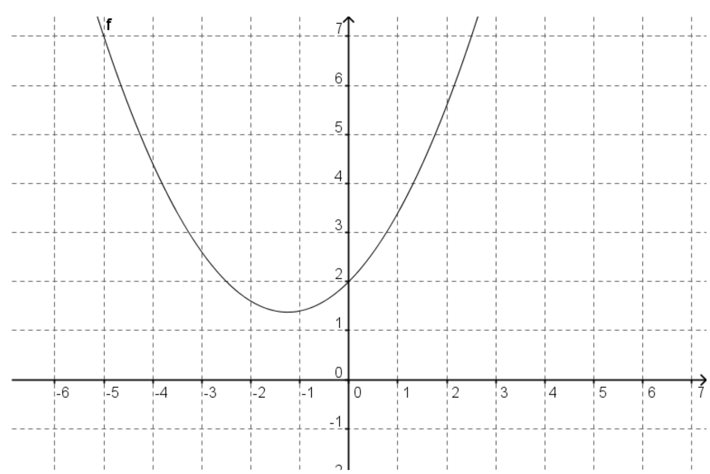
Es decir la derivada de la función constante $f(x)=k$ es cero.

CONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN CUADRÁTICA

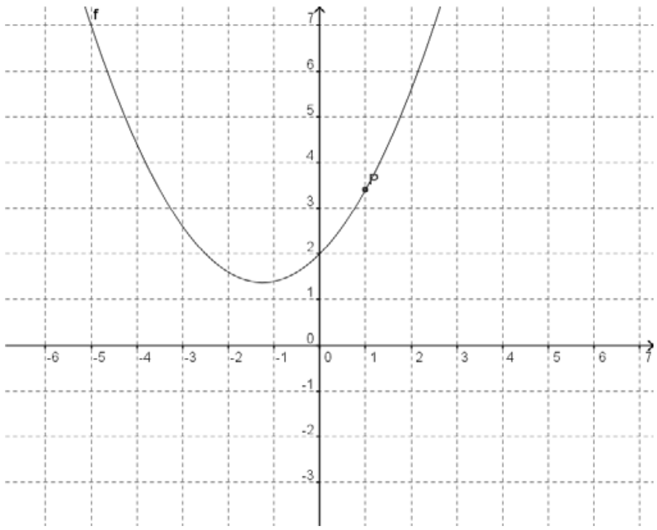
Para construir la grafica de la derivada de la función lineal $f(x)=ax^2+bx+c$, donde a, b y c son números reales, geométricamente se realiza lo siguiente:

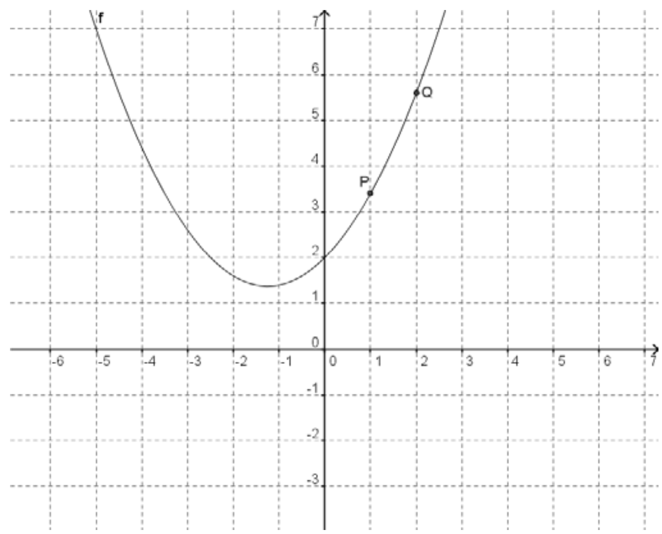
1.- Se traza la grafica de la función

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

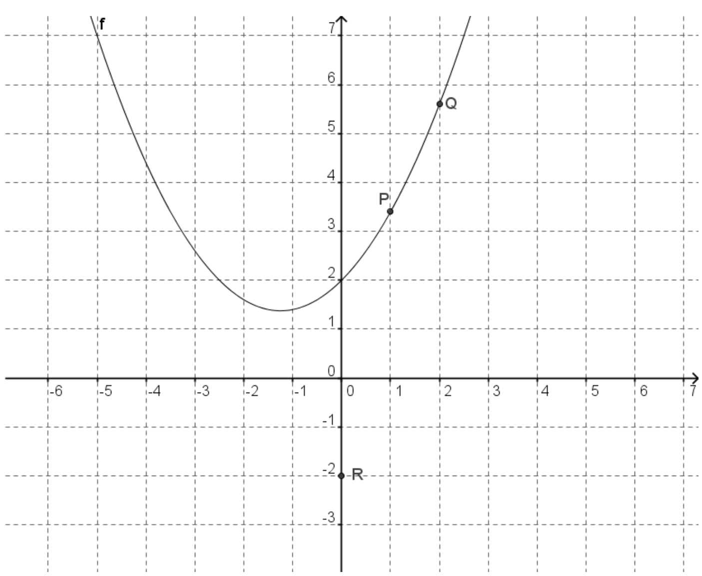


2.- Para determinar el punto de la derivada de f(x) cuando $x = x_0$, es decir para localizar el punto de $f'(x_0)$, correspondiente al $P(x_0, f(x_0))$ de $f(x) = ax^2 + bx + c$. Seleccionamos un punto $P(x_0, f(x_0))$ sobre la grafica de f(x)

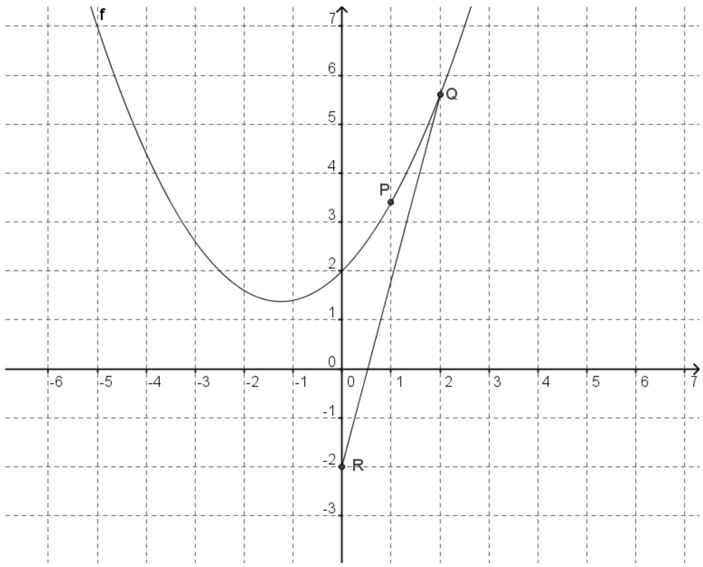




e) Se localiza el punto sobre la grafica de $f(x) = k$ el punto Q$(x_0 + 1, f(x_0 + 1))$

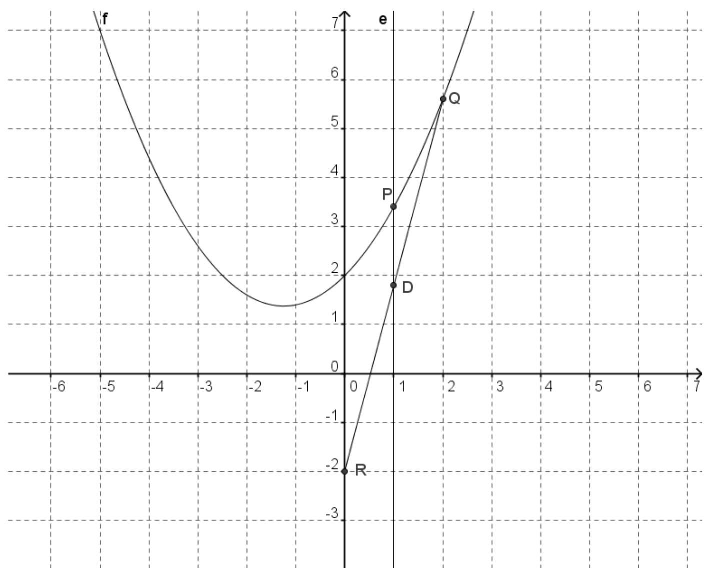


f) Se localiza, sobre el plano cartesiano, el punto R$(x_0 - 1, -f(x_0 - 1))$

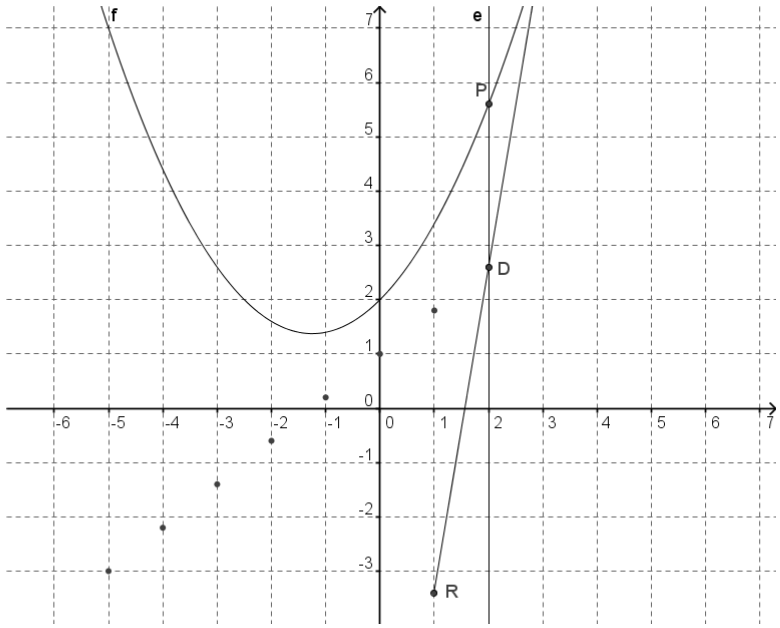


g) Se traza el segmento $\overline{QR}$

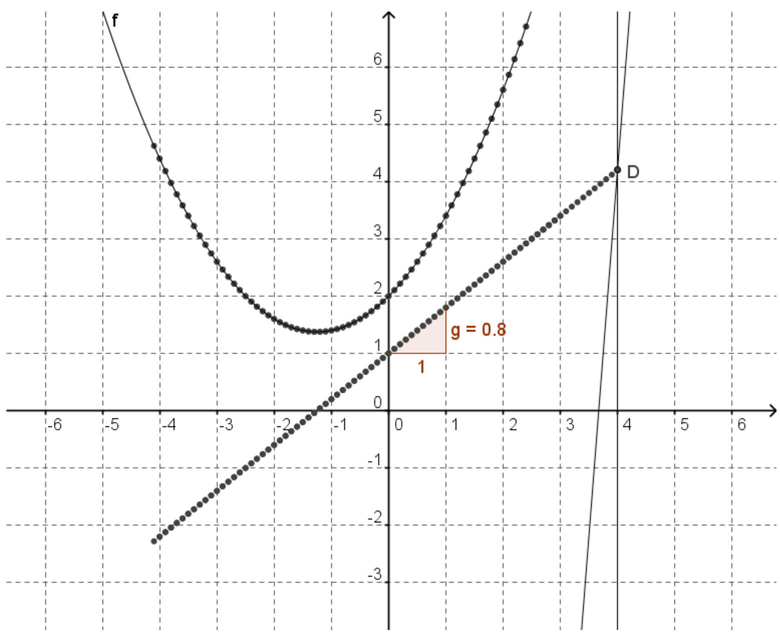
h) Se intersecta el segmento $\overline{QR}$, con la recta vertical que pasa por el punto $P(x_0, f(x_0))$, es decir con la recta $x = x_0$, el punto de intersección generado, es el punto que pertenece a la grafica de la derivada de $f(x) = ax^2 + bx + c$, evaluada en $x = x_0$, es decir obtenemos el punto D$(x_0, f'(x_0))$



i) Aplicando este proceso a distintos puntos pertenecientes a la grafica de $f(x) = ax^2 + bx + c$, se van estableciendo puntos vinculados con la grafica de su derivada.



j) La grafica de f'(x) se obtiene al unir todos los puntos generados mediante una línea continua:



Podemos observar que la grafica de la derivada de la función $f(x)=ax^2+bx+c$ coincide con una recta cuya ecuación es: paralela eje X, cuya ecuación es: $y=2ax+b$, con lo que podemos deducir que $f'(x)=m$.

Es decir la derivada de la función lineal $f(x)=ax^2+bx+c$ ***es*** $f'(x)=2ax+b$

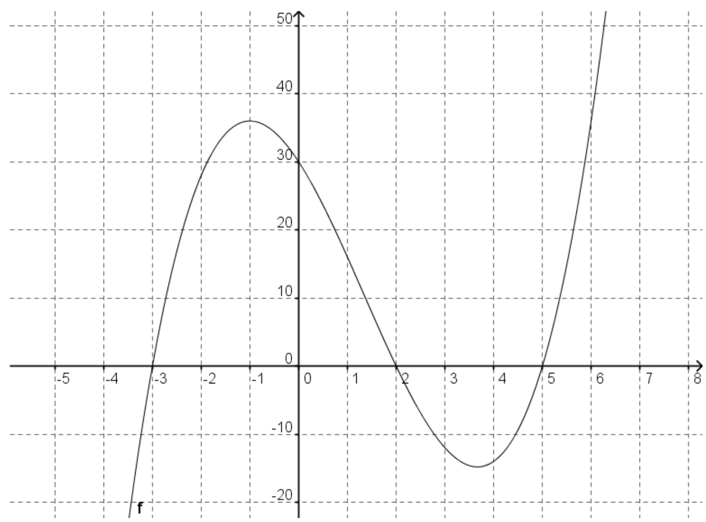
Para este ejemplo trabajamos con la función: $f(x)=\frac{2}{5}x^2+x+2$, por lo que la derivada de esta función es: $f'(x)=\frac{4}{5}x+1$

CONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN CUBICA

Para construir la grafica de la derivada de la función lineal $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, donde a, b, c y d son números reales, geométricamente se realiza lo siguiente:

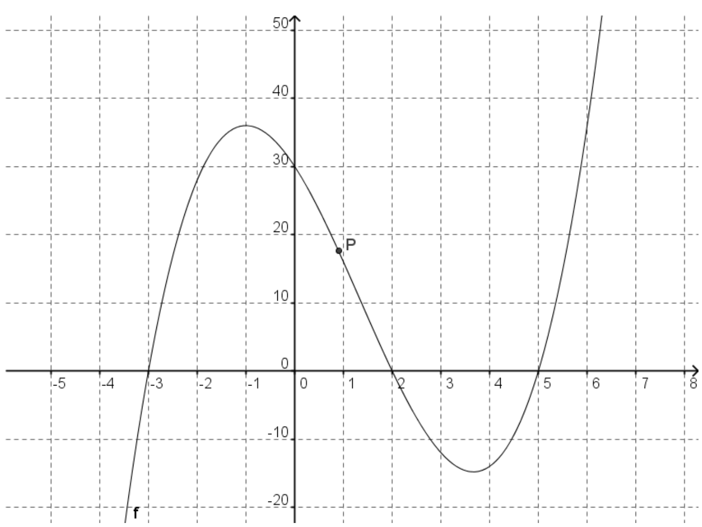
1.- Se traza la grafica de la función

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$$



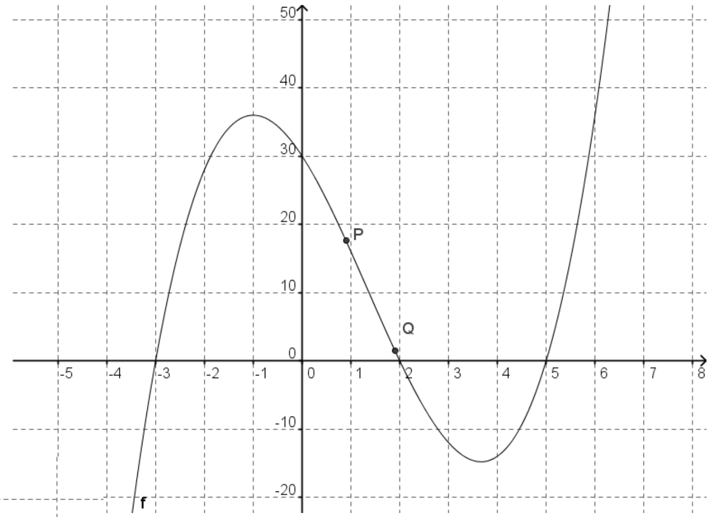
2.- Para determinar el punto de la derivada de f(x) cuando $x=x_0$, es decir para localizar el punto de $f'(x_0)$, correspondiente al $P(x_0, f(x_0))$ de

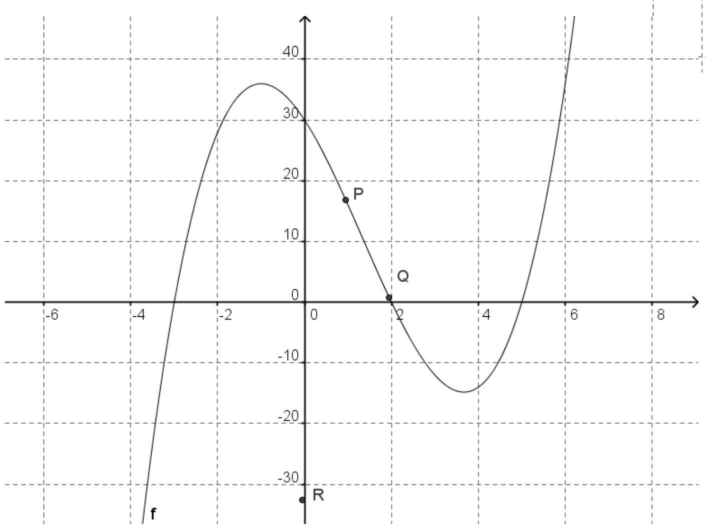
$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d.$$



Seleccionamos un punto $P(x_0, f(x_0))$ sobre la grafica de f(x)

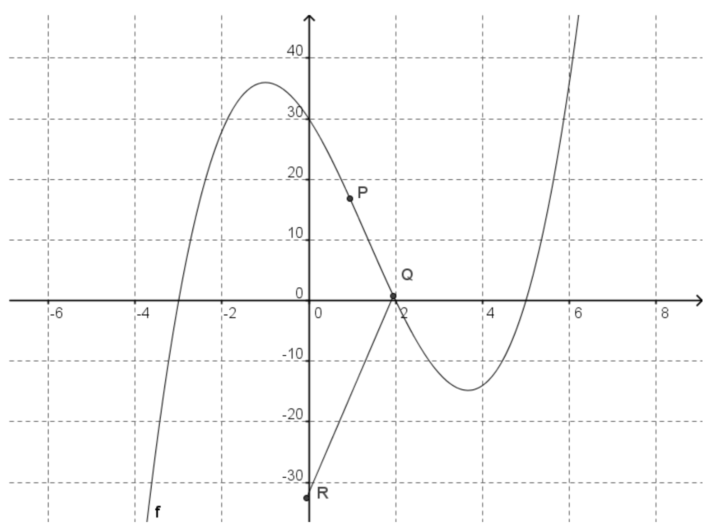
k) Se localiza el punto sobre la grafica de $f(x)=k$ el punto Q$(x_0+1, f(x_0+1))$



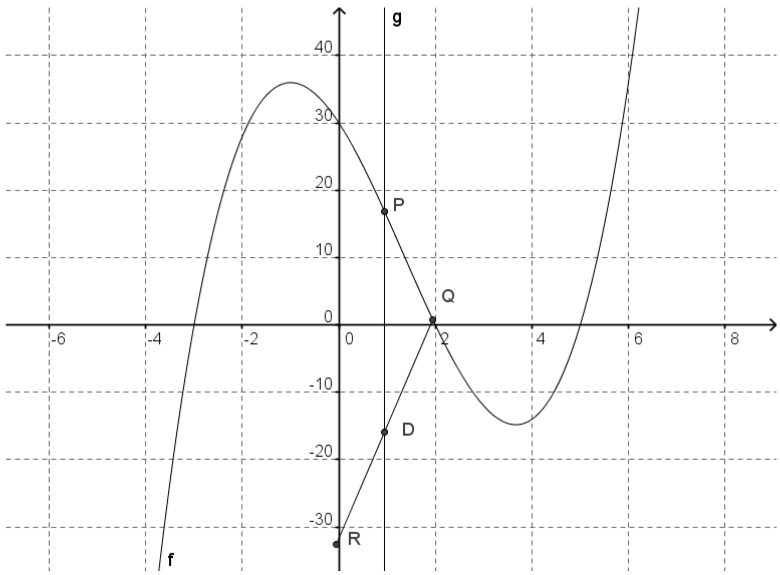


l) Se localiza, sobre el plano cartesiano, el punto R$(x_0-1, -f(x_0-1)-2a)$

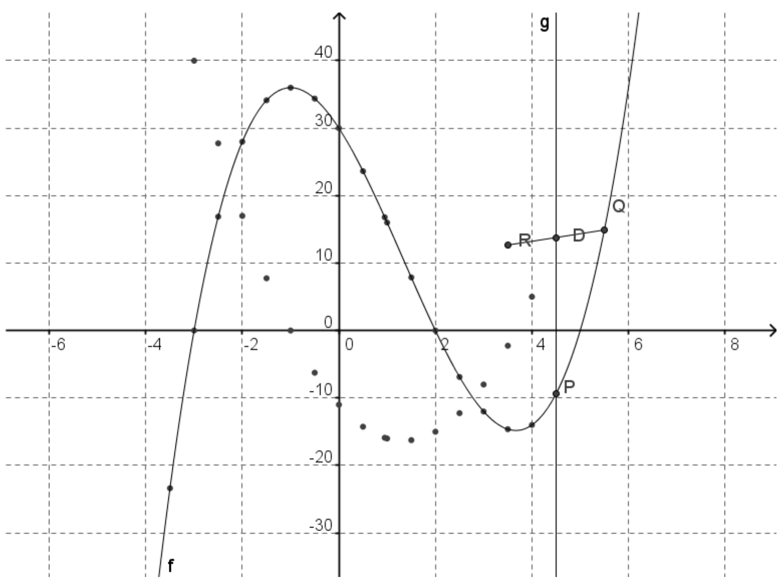
m) Se traza el segmento $\overline{QR}$



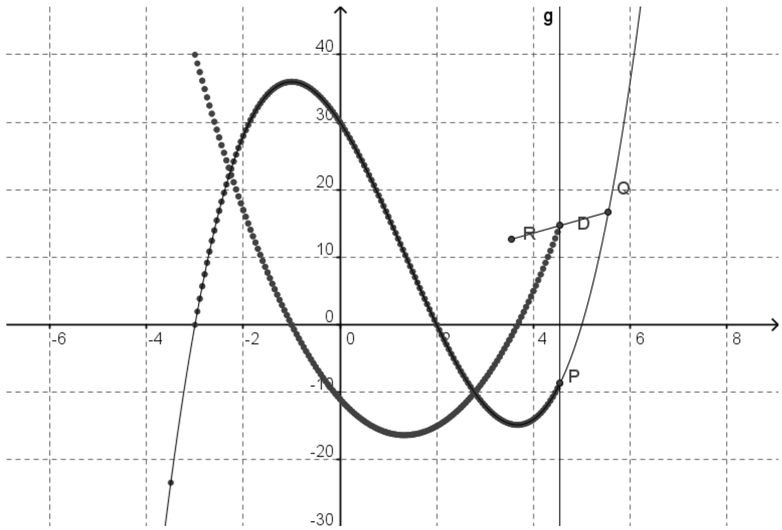
n) Se intersecta el segmento $\overline{QR}$, con la recta vertical que pasa por el punto $P(x_0, f(x_0))$, es decir con la recta $x=x_0$, el punto de intersección generado, es el punto que pertenece a la grafica de la derivada de $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, evaluada en $x = x_0$, es decir obtenemos el punto D$(x_0, f'(x_0))$



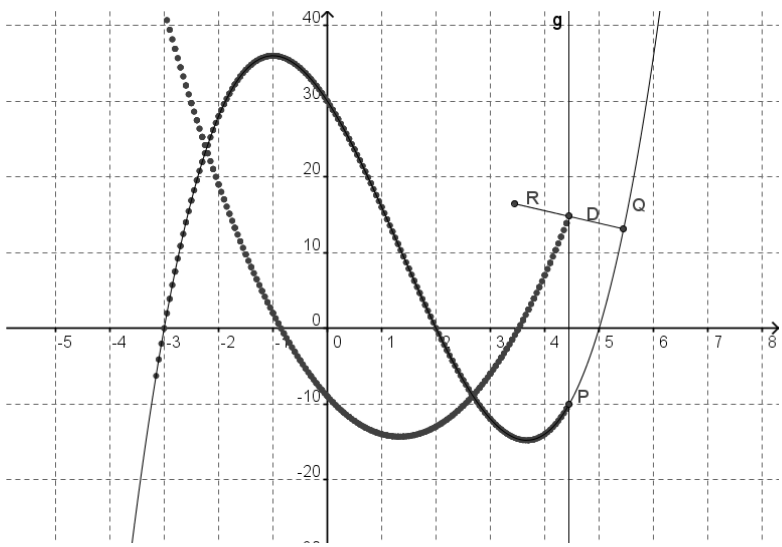
o) Aplicando este proceso a distintos puntos pertenecientes a la grafica de $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, se van estableciendo puntos vinculados con la grafica de su derivada.



p) La grafica de f'(x) se obtiene al unir todos los puntos generados mediante una línea continua:



Podemos observar que la grafica de la derivada de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ coincide con una parábola cuya ecuación es: $y = 3ax^2 + bx + c$, con lo que podemos deducir que $f'(x) = 3ax^2 + bx + c$.



Es decir la derivada de la función cubica $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ***es***

$$f(x) = 3ax^2 + bx + c$$

Para este ejemplo trabajamos con la función: $f(x) = x^3 - 4x^2 - 11x + 30$, por lo que la derivada de esta función es: $f'(x) = 3x^2 - 8x - 11$