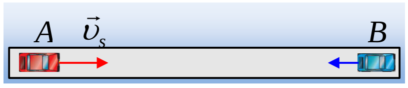
Doppler και πλήθος μεγίστων ενός ήχου.



Ένα αυτοκίνητο Α, το οποίο διαθέτει σειρήνα που εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα υ_s=20m/s. Ένα δεύτερο όχημα Β είναι ακίνητο και ο οδηγός του ακούει τον ήχο της σειρήνας με συχνότητα 3.400Hz. Σε μια στιγμή, έστω t=0, που η απόσταση των δύο οχημάτων είναι 600m, το Β όχημα αποκτά σταθερή επιτάχυνση 2m/s^2 με κατεύθυνση προς το Α όχημα.

i) Να βρεθεί η συχνότητα του ήχου που παράγει η σειρήνα.
ii) Ποιο το μήκος κύματος του ήχου που ακούει ο οδηγός του Β οχήματος;
iii) Να βρεθεί η συχνότητα του ήχου που ακούει ο οδηγός του Β οχήματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_1=15s και να γίνει η γραφική της παράσταση.
iv) Πόσες ταλαντώσεις εκτελεί το τύμπανο του αυτιού του οδηγού Β, στο παραπάνω χρονικό διάστημα;
v) Πόσες αντίστοιχα ταλαντώσεις θα εκτελέσει το τύμπανο, σε χρονικό διάστημα Δt=2s κατά την κίνησή του οχήματος μεταξύ δύο θέσεων Κ και Λ, όπου η απόστασή τους είναι (ΚΛ)=40m.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον ακίνητο αέρα υ=340m/s.

Απάντηση:

i) Πριν να κινηθεί το Β όχημα, για την συχνότητα του ήχου που ακούει ο οδηγός του, ισχύει:

$$f_B = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_s} f_s \rightarrow$$

$$f_s = \frac{\upsilon - \upsilon_s}{\upsilon} f_A = \frac{340-20}{340} 3400\,Hz = 3.200\,Hz$$

ii) Η σειρήνα του Α αυτοκινήτου κινείται προς τα δεξιά, συνεπώς το μήκος κύματος προς την πλευρά που βρίσκεται το Β όχημα, έχει μειωμένο μήκος κύματος, σε σχέση με το μήκος κύματος που θα είχε, αν η πηγή ήταν ακίνητη:

$$\lambda = \lambda_{\alpha\kappa} - \upsilon_s T_s \rightarrow$$

$$\lambda = \frac{\upsilon}{f_s} - \frac{\upsilon_s}{f_s} = \frac{\upsilon - \upsilon_s}{f_s} = \frac{340-20}{3.200} m = 0{,}1m$$

Αυτό θα είναι το μήκος κύματος του ήχου που θα ακούει ο οδηγός του Α οχήματος, ανεξάρτητα της κίνησής του.

iii) Μετά την κίνηση του Β οχήματος, η συχνότητα του ήχου που ακούει ο οδηγός του είναι:

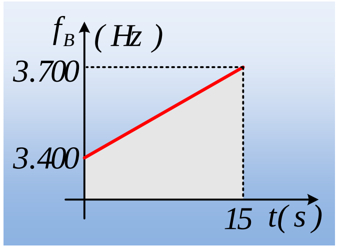
$$f_B = \frac{\upsilon + \upsilon_B}{\upsilon - \upsilon_s} f_s = \frac{\upsilon + at}{\upsilon - \upsilon_s} f_s$$

Η παραπάνω εξίσωση ισχύει μέχρι τη στιγμή της συνάντησης.

Αλλά τη στιγμή t=15s, το Α όχημα έχει διανύσει απόσταση $s_1=υ_1t=20·15m=300m$, ενώ το Β:

$$s_2=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}2\cdot 15^2m=225m$$

Αλλά τότε $s_1+s_2=525m$, μικρότερο από την αρχική απόσταση των δύο οχημάτων, πράγμα που σημαίνει ότι τα οχήματα δεν έχουν διασταυρωθεί και η παραπάνω σχέση ισχύει για όλο το χρονικό διάστημα που μας ενδιαφέρει.



Έτσι:

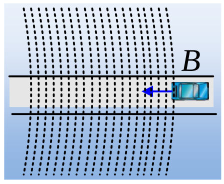
$$f_B=\frac{340+2t}{340-20}3.200=3.400+20t \quad \text{(S.I.)}$$

Οπότε η γραφική παράστασή της είναι όπως στο διπλανό σχήμα. (Η βαθμολόγηση του κατακόρυφου άξονα, δεν ξεκίνησε από το μηδέν, ώστε να γίνεται περισσότερη εμφανής η αύξηση της συχνότητας, που μας ενδιαφέρει).

iv) Από τον ορισμό της συχνότητας $f=\frac{N}{t}$, το πλήθος των ταλαντώσεων υπολογίζεται από το γινόμενο $f·t$. Στην περίπτωσή μας όμως η συχνότητα μεταβάλλεται και ο αριθμός των ταλαντώσεων θα είναι αριθμητικά ίσο, με το εμβαδόν του χωρίου (το γκρι τραπέζιο) στο παραπάνω διάγραμμα:

$$N=\frac{B+\beta}{2}\upsilon=\frac{3.700+3.400}{2}15=53.250 \ \text{ ταλαντώσεις.}$$

v) Αν ο οδηγός του Β οχήματος ήταν ακίνητος, θα έφταναν στο αυτί του:



$N_1=f_B·Δt = 3.400·2= 6.800$ μέγιστα ήχου.

Εξάλλου στο ii) ερώτημα υπολογίσαμε ότι το μήκος κύματος του ήχου που ακούει ο οδηγός του Β οχήματος είναι 0,1m. Αυτό σημαίνει ότι η απόσταση δύο διαδοχικών μεγίστων του ήχου θα είναι 0,1m. Ναι, αλλά πόσα τέτοια μέγιστα θα συναντήσει κατά την κίνησή του;

$$N_2=\frac{d}{\lambda}=\frac{40}{0{,}1}=400 \ \text{ μέγιστα του ήχου}$$

Οπότε και το τύμπανο του αυτιού του θα πραγματοποιήσει συνολικά:

$$N=N_1+N_2=6.800+400=7.200 \ \text{ ταλαντώσεις.}$$

dmargaris@gmail.com