ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΚΥΜΑΤΑ

2010-11

ΘΕΜΑ 1ο:

1) Κατά τη διάδοση ενός κύματος σ' ένα ελαστικό μέσον
   i) μεταφέρεται ύλη.
   ii) μεταφέρεται ενέργεια και ύλη.
   iii) όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου έχουν την ίδια φάση την ίδια χρονική στιγμή.
   iv) μεταφέρεται ενέργεια και ορμή με ορισμένη ταχύτητα.

2) Το μήκος κύματος ενός αρμονικού κύματος το οποίο διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου.
   i) είναι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία έχουν διαφορά φάσης ακέραιο πολλαπλάσιο του 2π (rad).
   ii) είναι η απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία έχουν διαφορά φάσης ακέραιο πολλαπλάσιο του π (rad).
   iii) είναι η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου,
   iv) είναι η απόσταση που διανύει ένα μόριο του μέσου σε χρόνο μιας περιόδου.

3) Δύο όμοιες πηγές κυμάτων Α και Β στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης βρίσκονται σε φάση και παράγουν υδάτινα αρμονικά κύματα. Η καθεμιά παράγει κύμα (πρακτικά) αμείωτου πλάτους 10cm και μήκους κύματος 2m. Ένα σημείο Γ στην επιφάνεια της λίμνης απέχει από την πηγή Α απόσταση 6m και από την πηγή Β απόσταση 2m. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Γ είναι :

   α. 0cm β. 10cm γ. 20cm δ. 40cm .

4) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστές ή λαθεμένες:

   α) Όλα τα σημεία ενός ελαστικού μέσου, στο οποίο δημιουργείται στάσιμο κύμα, ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος. **Λ.**

   β) Σε στάσιμο κύμα, η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία βρίσκονται το ένα αριστερά και το άλλο δεξιά ενός δεσμού, σε απόσταση λ/3 μεταξύ τους είναι π(rad). **Σ.**

   γ) Στο στάσιμο κύμα όλα τα σημεία του μέσου έχουν την ίδια συχνότητα ταλάντωσης. **Σ.**

   δ) Το κύμα είναι μια διαταραχή που διαδίδεται μεταφέροντας ενέργεια και ορμή. **Σ.**

   ε) Τα υλικά σημεία του μέσου μέσα στο οποίο διαδίδεται το κύμα μεταφέρονται με την ταχύτητα του κύματος. **Λ.**

στ) Υπάρχουν κύματα που διαδίδονται μόνο σε ελαστικά μέσα αλλά και κύματα που διαδίδονται και στον κενό χώρο. **Σ.**

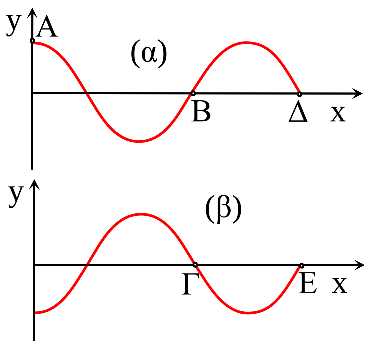
ζ) Η δημιουργία ενός κύματος είναι ανεξάρτητη της δόνησης της πηγής. **Λ.**

η) Το όζον της τροπόσφαιρας απορροφά κατά κύριο λόγο την υπεριώδη ακτινοβολία. **Λ.**

θ) Τα μικροκύματα και τα υπέρυθρα κύματα παράγονται από κατάλληλα ηλεκτρονικά κυκλώματα. **Λ.**

ι) Οι ακτίνες γ είναι υπεύθυνες για το «μαύρισμα» όταν κάνουμε ηλιοθεραπεία. **Λ.**

5) Δίνεται το στιγμιότυπο (α) του διπλανού σχήματος κάποια χρονική στιγμή t_0, για ένα κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά, χωρίς αρχική φάση.



i) Ποια η φάση του σημείου Δ; $\varphi_\Delta=0$

ii) Για πόσο χρόνο ταλαντώνεται το σημείο Β; T/2

iii) Πόσες ταλαντώσεις έχει εκτελέσει η πηγή του κύματος στην θέση x=0; 1,25 ταλαντώσεις.

iv) Αναφερόμενοι στο (β) σχήμα που το κύμα διαδίδεται επίσης προς τα δεξιά ξεκινώντας από τη θέση x=0:

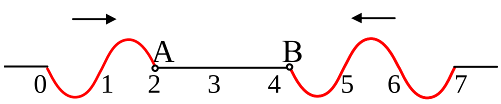
a) Ποιες οι φάσεις των σημείων Γ και Ε; $\varphi_E=\pi$ rad $\varphi_\Gamma=2\pi$ rad

b) Ποια η αρχική φάση της πηγής; π rad.

Μονάδες 3+3+5+5+(1+1+2+3+2)=25

ΘΕΜΑ 2^o:

1) Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδονται με ταχύτητα υ=1m/s δύο κύματα ίδιου πλάτους και ίδιου μήκους κύματος και στο σχήμα φαίνεται η μορφή του μέσου τη χρονική στιγμή t_0.

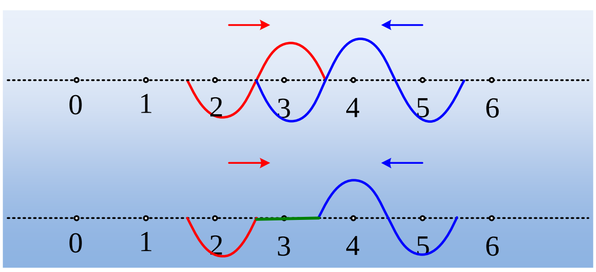


i) Πόση είναι η φάση του σημείου Α και πόση του σημείου Β τη στιγμή αυτή; $\varphi_A=0$ rad $\varphi_B=\pi$ rad

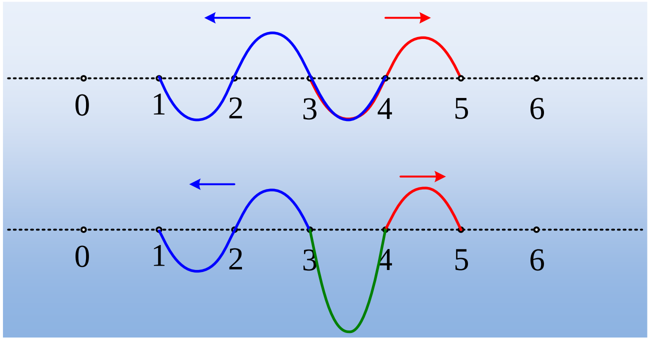
ii) Να σχεδιάστε τη μορφή του μέσου τις χρονικές στιγμές:

α) $t_1=t_0+1{,}5$s , β) $t_2= t_0+3$s γ) $t_3= t_0+4$s

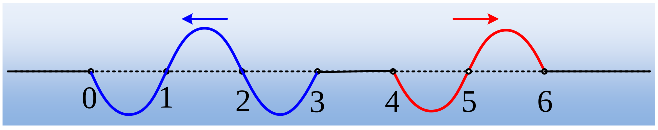
α) Μετά από χρονικό διάστημα 1,5s, το κάθε κύμα έχει διαδοθεί κατά d=υ·Δt=1,5m, οπότε το κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά έχει φτάσει στη θέση 3,5m, ενώ το κύμα προς τα αριστερά στη θέση 2,5m και η εικόνα θα είναι, όπου με πράσινο χρώμα η περιοχή συμβολής:



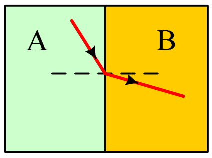
β) Μετά από χρονικό διάστημα 3s, το κάθε κύμα έχει διαδοθεί κατά d=υ·Δt=3m, οπότε το κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά έχει φτάσει στη θέση 5m, ενώ το κύμα προς τα αριστερά στη θέση 1m και η εικόνα θα είναι:



γ) Μετά από χρονικό διάστημα 4s, το κάθε κύμα έχει διαδοθεί κατά d=υ·Δt=4m, οπότε το κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά έχει φτάσει στη θέση 6m, ενώ το κύμα προς τα αριστερά στη θέση 0m και η εικόνα θα είναι:

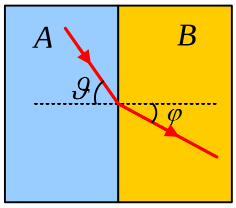


2) Στο σχήμα φαίνονται δύο διαφανείς πλάκες Α και Β. Μια ακτίνα φωτός εισέρχεται από την πλάκα Α στη Β, όπως στο σχήμα. Χαρακτηρίστε σαν σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις **δικαιολογώντας** απόλυτα την απάντησή σας.



i) Για τους δείκτες διάθλασης των δύο υλικών ισχύει $n_A < n_B$.

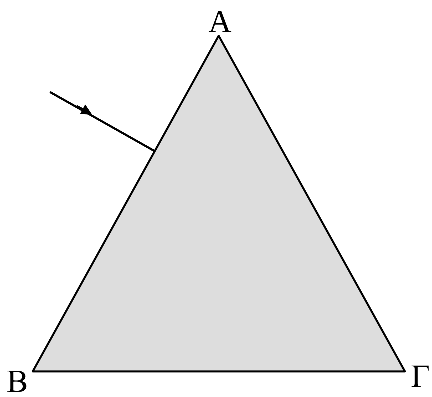
Για τις γωνίες θ και φ του σχήματος, έχουμε από το νόμο του Snell: n_A·ημθ=n_B·ημφ. Αλλά με βάση το σχήμα θ>φ, συνεπώς και ημθ > ημφ, οπότε $n_A < n_B$ και η πρόταση είναι σωστή.



ii) Για να συμβεί ολική ανάκλαση σε μια ακτίνα φωτός, αυτή θα πρέπει να μεταβαίνει από την πλάκα Β στην πλάκα Α.

Η πρόταση είναι σωστή. Για να έχουμε ολική ανάκλαση, θα πρέπει η ακτίνα να διαδίδεται από το οπτικά πυκνότερο, προς το οπτικά αραιότερο μέσον. Εδώ από το Β προς το Α.

3) Μια ακτίνα μονοχρωματικού φωτός πέφτει κάθετα στη μια πλευρά πρίσματος, η τομή του οποίου είναι ισόπλευρο τρίγωνο, όπως στο σχήμα.

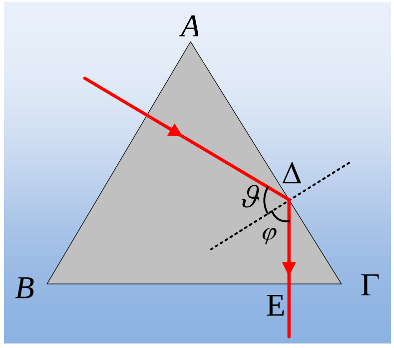


i) Αν ο δείκτης διάθλασης του πρίσματος για την παραπάνω ακτίνα είναι $n=\sqrt{3}$, να χαράξετε την πορεία της μέχρι και την έξοδό της από το πρίσμα.

ii) Ποιος ο ελάχιστος δείκτης διάθλασης του πρίσματος, ώστε η ακτίνα να υποστεί ολική εσωτερική ανάκλαση στην πλευρά ΑΓ του πρίσματος.

Μονάδες (2+6)+(3+3)+(6+5)=25

i) Η ακτίνα πέφτει κάθετα στην πλευρά ΑΒ και συνεχίζει χωρίς εκτροπές, φτάνοντας στο σημείο Δ της πλευράς ΑΓ, όπως στο σχήμα.



Αλλά τότε η ακτίνα σχηματίζει με την πλευρά ΑΓ γωνία συμπληρωματική της Α, δηλαδή γωνία 30°. Συνεπώς η γωνία πρόσπτωσης θα είναι θ=60°. Αλλά για την κρίσιμη ή οριακή γωνία έχουμε στο Δ έχουμε:

$$\eta\mu\vartheta_{crit} = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{\sqrt{3}}{2} = \eta\mu 60^o$$

Δηλαδή η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη, με αποτέλεσμα η ακτίνα να υποστεί ολική ανάκλαση με γωνία φ=30°, οπότε θα πέσει κάθετα στη βάση ΒΓ και θα εξέλθει από το πρίσμα στο σημείο Ε.

ii) Για να συμβεί ολική ανάκλαση στο Δ, θα πρέπει η γωνία πρόσπτωσης θ να είναι μεγαλύτερη της κρίσιμης. Συνεπώς:

$$\vartheta_{crit} < \vartheta \rightarrow \eta\mu\vartheta_{crit} < \eta\mu\vartheta \rightarrow \frac{1}{n} < \eta\mu 60^o \rightarrow n > \frac{1}{\eta\mu 60^o} \rightarrow n > \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \text{ ή } n > \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Συνεπώς ο ελάχιστος δείκτης διάθλασης θα είναι οριακά ίσος με $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

ΘΕΜΑ 3ο:

Κατά μήκος του άξονα x΄x και από τη θέση x=0 ξεκινά ένα κύμα για t=0 με εξίσωση :

y=0,1 ημ(5πt-πx). (x,y σε m, t σε sec)

α) Να βρείτε την περίοδο, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

β) Ένα σημείο Β, βρίσκεται στη θέση x=3m. Ποια η ταχύτητά του τις χρονικές στιγμές t_1=0,4s και t_2=0,85s;

γ) Να σχεδιάστε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_3=0,7s.

Μονάδες 9+8+8=25

α) y=0,1 ημ(5πt-πx)=0,1·ημ2π(2,5t-x/2)

$\frac{1}{T} = 2{,}5 \rightarrow T = \frac{1}{2{,}5} = 0{,}4s$ ενώ λ=2m και $\upsilon = \frac{\lambda}{T} = 5m/s$.

β) Για το σημείο Β έχουμε:

Αλλά το νήμα θα φτάσει στο Β τη στιγμή t΄=x/υ=3/5s=0,6s, συνεπώς τη στιγμή t_1 δεν έχει φτάσει ακόμη και υ=0.

y=0,1 ημ(5πt-πx) ⟶ y=0,1 ημ(5πt-3π)=) y=0,1 ημ(5πt-π)

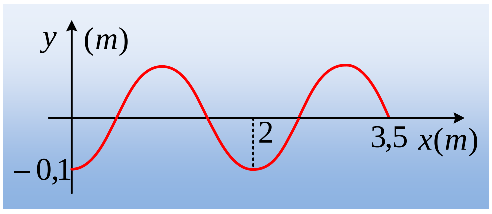
Αλλά τότε υ=ωΑ·συν(5πt-π)=0,5π· συν(5πt-π)=-0,5π·συν(5πt) και για t_2=0,85s έχουμε:

υ=- 0,5π·συν(5πt)= - 0,5π·συν(5π·0,85)==- 0,5π·συν(3π+π/4)=$-0{,}5\pi\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)m/s = 1{,}1 m/s$

γ) y=0,1 ημ(5πt-πx)= y=0,1 ημ(5π·0,7-πx)= y=0,1 ημ(3,5π-πx)=-0,1·συν(πx)

όπου το κύμα έχει διαδοθεί κατά d=υ·t=5·0,7m=3,5m

με στιγμιότυπο το παρακάτω:



ΘΕΜΑ 4^o:

Πάνω σε μια χορδή μήκους 10m έχει δημιουργηθεί ένα στάσιμο κύμα. Για να το μελετήσουμε μαθηματικά, παίρνουμε ένα σύστημα αξόνων x-y, όπου σε ένα σημείο Ο, που απέχει 3m από το αριστερό άκρο του θέτουμε x=0, ενώ θεωρούμε t=0 τη στιγμή που το σημείο Ο βρίσκεται στην μέγιστη θετική απομάκρυνσή του. Το σημείο Ο φτάνει για πρώτη φορά στη μέγιστη αρνητική απομάκρυνσή του τη στιγμή t=0,5s, αφού διανύσει απόσταση 0,8m, ενώ απέχει οριζόντια απόσταση 1m από τον κοντινότερο δεσμό του στάσιμου. Δίνεται ακόμη ότι το σημείο Ο είναι κοιλία του στάσιμου κύματος.

i) Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι της μορφής:

α) y= 2A συν(2πx/λ)·ημ(2πt/T+π/2)

β) y= 2A ημ(2πx/λ)·ημ(2πt/T+π/2)

γ) y= 2A συν(2πx/λ+π/2)·ημ(2πt/T+π/2)

Επιλέξτε τη σωστή μορφή δικαιολογώντας την επιλογή σας.

ii) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

iii) Να βρείτε τις θέσεις των δεσμών του στάσιμου κύματος.

iv) Να σχεδιάστε στο ίδιο σύστημα αξόνων στιγμιότυπα του στάσιμου τις χρονικές στιγμές:

α) t_1=0 και β) t_2=0,75s

Σημειώστε πάνω στο διάγραμμα την ταχύτητα του σημείου Ο, τις παραπάνω χρονικές στιγμές.

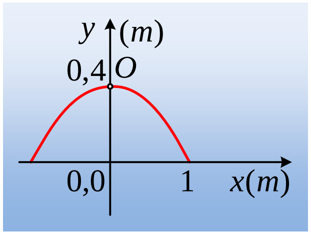
v) α) Να βρεθεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Β στη θέση x_1=4/3m.

β) Σε μια στιγμή η ταχύτητα του Β έχει τιμή $υ_B$=0,2π m/s. Να βρεθεί η αντίστοιχη ταχύτητα, την παραπάνω χρονική στιγμή, ενός σημείου Γ στη θέση $x_Γ$=2m.

Μονάδες 4+5+4+6+(2+4)=25

Απάντηση:

i) Ας εστιάσουμε στο σημείο Ο, όπου έχουμε μια κοιλία. Στο διπλανό σχήμα εμφανίζεται η εικόνα στη θέση x=0, όπου το σημείο Ο βρίσκεται στην ακραία θετική απομάκρυνσή του. Αλλά αφού θα διανύσει απόσταση 0,8m για να φτάσει σε ακραία αρνητική απομάκρυνση το πλάτος ταλάντωσής του είναι Α΄=0,4m. Αλλά για x=0 το πλάτος είναι μέγιστο συνεπώς η εξίσωση που μπορεί να ισχύει είναι η πρώτη:



y= 2Α συν(2πx/λ)·ημ(2πt+π/2)

Αφού οι άλλες δύο δίνουν για x=0, πλάτος μηδενικό.

ii) Η απόσταση μιας κοιλίας με τον διπλανό της δεσμό είναι ίση με λ/4, οπότε λ=4m. Εξάλλου το χρονικό διάστημα για να μεταβεί το Ο από την ακραία θετική θέση του στην ακραία αρνητική t=0,5s, είναι ίσο με μισή περίοδο, οπότε Τ=1s. Με βάση αυτά η εξίσωση παίρνει τη μορφή:

$$y = 0{,}4 \cdot συν\left(\frac{2\pi x}{4}\right) \cdot ημ\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ ή}$$

$$y = 0{,}4 \cdot συν\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cdot ημ\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$ με t≥0, -3m ≤ x ≤ 7m και μονάδες στο S.I.

iii) Δεσμοί του στάσιμου, έχουμε στις θέσεις που το πλάτος μηδενίζεται, συνεπώς:

$$0{,}4 \cdot συν\left(\frac{\pi x}{2}\right) = 0 \text{ ή } συν\left(\frac{\pi x}{2}\right) = 0 \rightarrow$$

$$\frac{\pi x}{2} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \rightarrow x = (2k+1)$$

Ενώ ταυτόχρονα θα πρέπει και -3m ≤ x ≤ 7m οπότε:

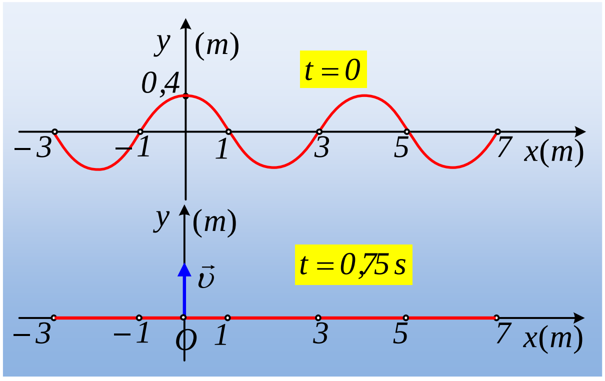
-3 ≤ 2k+1 ≤ 7 → -2 ≤ k ≤ 3

Έτσι οι ακέραιες τιμές του k είναι: -2, -1, 0, 1, 2, και 3 και οι αντίστοιχες θέσεις των δεσμών είναι: -3m, -1m, 1m, 3m, 5m, και 7m.

iv) α) Θέτοντας στην παραπάνω εξίσωση του στάσιμου t=0 παίρνουμε:

$$y = 0{,}4 \cdot συν\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cdot ημ\left(2\pi \cdot 0 + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}4 \cdot συν\left(\frac{\pi x}{2}\right)$$

Με γραφική παράσταση την πρώτη μορφή του παρακάτω σχήματος.



β) Με αντικατάσταση t_2=0,75s παίρνουμε:

$$y = 0{,}4\cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi x}{2}\right)\cdot \eta\mu\left(2\pi\cdot 0{,}75+\frac{\pi}{2}\right) = 0{,}4\cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi x}{2}\right)\cdot \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Με γραφική παράσταση τη δεύτερη μορφή του σχήματος, όπου το σημείο Ο έχει ταχύτητα προς τα πάνω (0,75s= ¾ Τ).

v) α) Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Β είναι:

$$y_B = 0{,}4\cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}\frac{4}{3}\right)\cdot \eta\mu\left(2\pi t+\frac{\pi}{2}\right) = 0{,}4\cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{3}\right)\cdot \eta\mu\left(2\pi t+\frac{\pi}{2}\right) = 0{,}4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot \eta\mu\left(2\pi t+\frac{\pi}{2}\right)\rightarrow$$

$$y_B = 0{,}2\cdot \eta\mu\left(2\pi t+\frac{3\pi}{2}\right)$$

Αλλά τότε η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Β είναι:

$$\upsilon_B = 0{,}2\cdot 2\pi\cdot \sigma\upsilon\nu\left(2\pi t+\frac{3\pi}{2}\right) = -0{,}4\pi\cdot \eta\mu(2\pi t) \text{ με } t\geq 0. \ (1)$$

β) Για το σημείο Γ έχουμε αντίστοιχα:

$$y_\Gamma = 0{,}4\cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}2\right)\cdot \eta\mu\left(2\pi t+\frac{\pi}{2}\right) = -0{,}4\cdot \eta\mu\left(2\pi t+\frac{\pi}{2}\right) = 0{,}4\cdot \eta\mu\left(2\pi t+\frac{3\pi}{2}\right)$$

Αλλά τότε η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Γ είναι:

$$\upsilon_\Gamma = 0{,}4\cdot 2\pi\cdot \sigma\upsilon\nu\left(2\pi t+\frac{3\pi}{2}\right) = -0{,}8\pi\cdot \eta\mu(2\pi t) \text{ με } t\geq 0. \ (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει ότι:

$$\upsilon_\Gamma=2\cdot\upsilon_B=0{,}4\pi \text{ m/s}$$

dmargaris@gmail.com