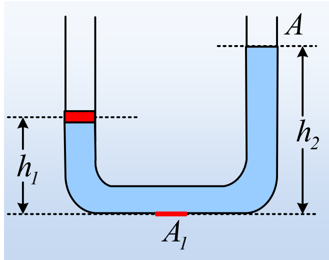
# *Υγρό σε ισορροπία.*




Ο σωλήνας του σχήματος, με ισοπαχή σκέλη εμβαδού Α=4cm$^2$, περιέχει νερό, ενώ στο αριστερό σκέλος του ισορροπεί ένα έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το ύψος του νερού στα δυο σκέλη, είναι $h_1$=20cm και $h_2$=40cm. Δίνεται η πυκνότητα του νερού ρ=1g/cm$^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s$^2$, ενώ η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_α=10^5$N/m$^2$.

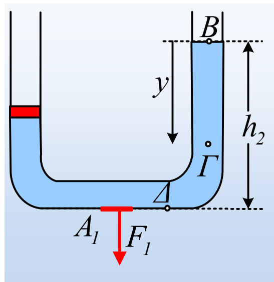
i) Να υπολογίσετε την πίεση σε κάποιο σημείο, στη βάση του σωλήνα, καθώς και την δύναμη που ασκεί το νερό σε ένα τμήμα της βάσης (με κόκκινο χρώμα στο σχήμα) εμβαδού $A_1$=5cm$^2$.

ii) Να υπολογιστεί η πίεση στην κάτω επιφάνεια του εμβόλου.

iii) Να υπολογιστεί το βάρος του εμβόλου.

iv) Ασκούμε μια μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη F, στο έμβολο και το φέρνουμε να ισορροπεί 10cm χαμηλότερα από την προηγούμενη θέση ισορροπίας του. Να υπολογιστεί η τελική τιμή της ασκούμενης δύναμης F.

***Απάντηση:***




i) Η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια, στο δεξιό σκέλος του σωλήνα, σημείο Β, είναι ίση με την ατμοσφαιρική. Εξάλλου στο σημείο Γ, το οποίο βρίσκεται σε βάθος y, η πίεση είναι αυξημένη κατά:

$$p_Γ - p_B = ρgy \rightarrow p_Γ = p_B + ρgy$$

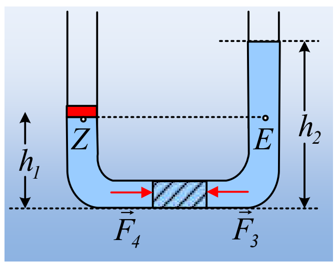
Κατά συνέπεια η πίεση σε ένα σημείο Δ στη βάση του σωλήνα, θα είναι:

$$p_Δ = p_B + ρgh_2 \rightarrow$$

$$p_Δ = 10^5 N/m^2 + 1\frac{10^{-3} kg}{10^{-6} m^3} \cdot 10m/s^2 \cdot 0{,}4m = 104.000N/m^2$$

Αλλά τότε στην επιφάνεια εμβαδού $A_1$ ασκείται από το νερό, κάθετη δύναμη όπως στο σχήμα, μέτρου:

$$p_Δ = \frac{F_1}{A_1} \rightarrow F_1 = p_Δ \cdot A_1 = 104.000\frac{N}{m^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} m^2 = 52N$$




ii) Αν πάρουμε μια ποσότητα νερού στη βάση του σωλήνα, όπως στο σχήμα, αυτή ισορροπεί, πράγμα που σημαίνει ότι δέχεται στις δύο πλευρές της αντίθετες δυνάμεις. Αλλά αν η πίεση στην αριστερά πλευρά είναι $p_4$ και στη δεξιά $p_3$ αφού $F_3=F_4$, θα ισχύει $p_3=p_4$. Το ίδιο όμως θα ισχύει και αν πάρουμε την ποσότητα του νερού κάτω από το οριζόντιο επίπεδο που περνά από τα σημεία Ε και Ζ, συνεπώς και $p_E=p_Z$. Αυτό είναι ένα γενικότερο συμπέρασμα:

***Για δύο σημεία Χ και Υ ενός ηρεμούντος υγρού, που βρίσκονται στο ίδιο ύψος, θα ισχύει:***

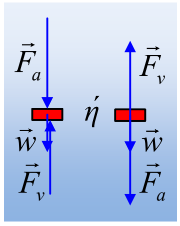
***$p_X = p_Y$.***

Με βάση αυτό:

$$p_Z = p_E = p_B + \rho g(h_2 - h_1) \rightarrow$$

$$p_Z = 10^5 N/m^2 + 1\frac{10^{-3} kg}{10^{-6} m^3} \cdot 10m/s^2 \cdot (0{,}4m - 0{,}2m) = 102.000 N/m^2$$

iii) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο, όπου $F_\alpha$ η δύναμη από την ατμόσφαιρα και $F_v$ η δύναμη από το νερό. Το έμβολο ισορροπεί, οπότε:

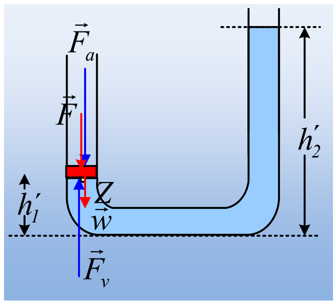



$$\Sigma F = 0 \rightarrow \ F_v = F_\alpha + w \rightarrow$$

$$w = F_v - F_a = p_Z A - p_a A = (p_Z - p_a)A \ \rightarrow$$

$$w = (102.000 - 100.000) \cdot 4 \cdot 10^{-4} N = 0{,}8N$$

iv) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο, στην τελική θέση ισορροπίας του, όπου $h_1'$=10cm, ενώ αντίστοιχα θα έχει ανέβει η επιφάνεια στο δεξιό σκέλος σε ύψος $h_2'$=50cm. Από την ισορροπία του εμβόλου παίρνουμε:




$$\Sigma F = 0 \rightarrow \ F_v = F_\alpha + w + F \rightarrow$$

$$F = F_v - F_a - w = p_Z A - p_a A - w = (p_Z - p_a)A - w \rightarrow$$

$$F = (p_a + \rho g(h_2' - h_1') - p_a)A - w = \rho g(h_2' - h_1')A - w \rightarrow$$

$$F = 1\frac{10^{-3} kg}{10^{-6} m^3} \cdot 10m/s^2 \cdot (0{,}5m - 0{,}1m) \cdot 4 \cdot 10^{-4} - 0{,}8N = 1{,}6N - 0{,}8N = 0{,}8N$$

***dmargaris@gmail.com***