

Τρέχοντα κύματα. Ερωτήσεις με δικαιολόγηση.

1) Η φάση ενός σημείου κατά τη διάδοση κύματος

Κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου διαδίδεται ένα κύμα προς τα δεξιά του θετικού ημιάξονα, με μήκος κύματος $\lambda=2\text{m}$. Ένα υλικό σημείο Σ κάποια χρονική στιγμή έχει εκτελέσει 2,5 ταλαντώσεις. Ποια η φάση ενός άλλου υλικού σημείου M , που βρίσκεται αριστερά του Σ και σε απόσταση 0,5m από αυτό;

- α. 5,5π rad β. 6π rad γ. 6,5π rad

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση.

Το υλικό σημείο Σ έχει εκτελέσει 2,5 ταλαντώσεις δηλαδή έχει περάσει χρόνος $2,5T$ από την στιγμή που έφτασε σε αυτό η διαταραχή. Άρα εκείνη την στιγμή η φάση του είναι $\varphi_{\Sigma} = \omega \cdot t = \frac{2\pi}{T} 2,5T = 5\pi \text{ rad}$.

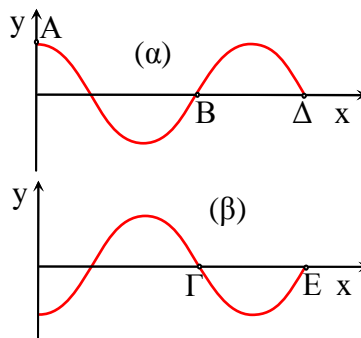
Επειδή το υλικό σημείο M βρίσκεται αριστερά του Σ και το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά του θετικού ημιάξονα, επομένως από το M προς το Σ , την ίδια χρονική στιγμή το M έχει μεγαλύτερη φάση από το Σ . Άρα θα είναι :

$$\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_{\Sigma} = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \rightarrow \varphi_M = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} + \varphi_{\Sigma} \rightarrow \varphi_M = 5,5\pi \text{ rad}$$

Σωστή η α.

2) Στιγμιότυπο κύματος και φάσεις.

Δίνεται το στιγμιότυπο (α) του παρακάτω σχήματος κάποια χρονική στιγμή t_0 , για ένα κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά, χωρίς αρχική φάση, ξεκινώντας από την πηγή που θεωρούμε ότι βρίσκεται στη θέση $x=0$.



- i) Ποια η φάση του σημείου Δ ;
- ii) Για πόσο χρόνο ταλαντώνεται το σημείο B ;
- iii) Πόσες ταλαντώσεις έχει εκτελέσει η πηγή του κύματος;
- iv) Αναφερόμενοι στο (β) σχήμα που το κύμα διαδίδεται επίσης προς τα δεξιά ξεκινώντας επίσης από τη θέση $x=0$:
 - α) Ποιες οι φάσεις των σημείων Γ και E ;
 - β) Ποια η αρχική φάση της πηγής;

Απάντηση:

- i) Το σημείο Δ είναι έτοιμο να ξεκινήσει την ταλάντωσή του, ξεκινώντας την κίνησή του από τη θέση ισορροπίας, κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση. Συνεπώς η φάση του είναι μηδενική.
- ii) Αφού το κύμα έχει διαδοθεί κατά $\lambda/2$ πέραν του Β, σημαίνει ότι το σημείο αυτό έχει εκτελέσει μισή ταλάντωση σε χρόνο $T/2$.
- iii) Έχει διαδοθεί κύμα σε απόσταση $\lambda + \lambda/4$, συνεπώς η πηγή του κύματος έχει εκτελέσει 1,25 ταλαντώσεις.
- α) Το σημείο Ε είναι έτοιμο να ξεκινήσει την ταλάντωσή του, ξεκινώντας την κίνησή του από τη θέση ισορροπίας, κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση. Συνεπώς η φάση του είναι ίση με π . Άρα η φάση του Γ, το οποίο έχει κάνει ήδη μισή ταλάντωση, θα έχει φάση ίση με 2π .
- β) Αφού το διαδιδόμενο κύμα στο σημείο που φτάνει έχει φάση π κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση, συμπαιρένουμε ότι και όταν ξεκίνησε η πηγή την ταλάντωσή της κινήθηκε προς την αρνητική κατεύθυνση, έχοντας αρχική φάση π .

3) Εξισώσεις κυμάτων και άλλες.

Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις αντιστοιχεί σε τρέχον κύμα, ποια σε στάσιμο κύμα και ποια σε απλή αρμονική ταλάντωση. Αυτή που περισσεύει, σε τι αντιστοιχεί;

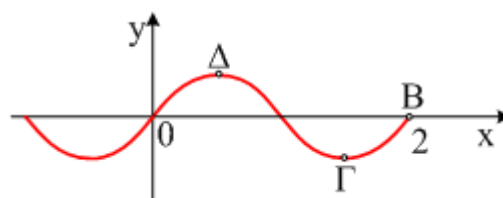
- i) $y = 4 \sin(\pi x) \eta\mu(0,1\pi t)$
- ii) $y = 3 \sin(\pi) \eta\mu 2\pi(4t - 0,2x)$
- iii) $y = 5 \sin(\pi t) \eta\mu(101\pi t)$
- iv) $y = 0,1 \sin(\pi) \eta\mu(8\pi t)$

Απάντηση:

- i) Στάσιμο κύμα
- ii) Τρέχον κύμα.
- iii) Ταλάντωση που το πλάτος παρουσιάζει διακροτήματα.
- iv) Απλή αρμονική Ταλάντωση.

4) Φάσεις σημείων σε ένα κύμα.

Δίνεται το στιγμιότυπο ενός αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τα δεξιά.



Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

- i) Η εξίσωση του κύματος είναι της μορφής $y = A \eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$
- ii) Η φάση του σημείου Β είναι ίση με μηδέν.
- iii) Η φάση του σημείου Γ είναι ίση με $1,5\pi$
- iv) Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Δ και Γ είναι ίση με π .

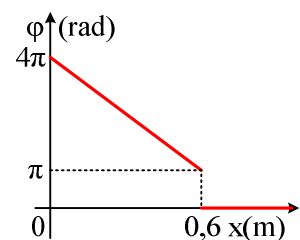
Απάντηση:

Το σημείο Β θα κινηθεί προς την αρνητική κατεύθυνση άρα έχει φάση ίση με π . Κατά συνέπεια οι απαντήσεις είναι:

- i) Η εξίσωση του κύματος είναι της μορφής $y = A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$ **Λ**
- ii) Η φάση του σημείου Β είναι ίση με μηδέν. **Λ**
- iii) Η φάση του σημείου Γ είναι ίση με $1,5\pi$. **Σ**
- iv) Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Δ και Γ είναι ίση με π . **Σ**

5) Διάγραμμα φάσης.

Στο διάγραμμα δίνεται η φάση ενός ημιτονοειδούς κύματος πλάτους $0,1\text{m}$ σε συνάρτηση με την απόσταση από την πηγή τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,5\text{s}$. Η πηγή βρίσκεται στη θέση $x=0$.



Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- i) Τη στιγμή t_1 η πηγή έχει εκτελέσει 2 ταλαντώσεις.
- ii) Το σημείο Σ στη θέση $x_1 = 0,6\text{m}$ τη στιγμή t_1 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.
- iii) Η ταχύτητα του κύματος είναι ίση με $v = 0,4\text{m/s}$.
- iv) Η πηγή τη στιγμή t_1 περνά από τη θέση ισορροπίας και κινείται προς την θετική κατεύθυνση.
- v) Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε σημείου του μέσου έχει μέτρο $0,614\text{m/s}$.

Απάντηση:

Τη στιγμή t_1 το κύμα έχει φτάσει στη θέση $x_1 = 0,6\text{m}$, οπότε η ταχύτητα του κύματος είναι:

$$v = \frac{x}{t} = \frac{0,6}{1,5} = 0,4\text{m/s}$$

Στο σημείο που έχει φτάσει το κύμα (σημείο Σ) έχει φάση π δηλαδή αρχίζει την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση, συνεπώς η διαφορά φάσης μεταξύ της πηγής και του Σ είναι $4\pi - \pi = 3\pi$, πράγμα που σημαίνει ότι η πηγή, στη θέση $x=0$ έχει εκτελέσει 1,5 ταλαντώσεις τη στιγμή t_1 .

Μέσα σε χρόνο $1,5\text{s}$ η πηγή εκτέλεσε 1,5 ταλαντώσεις, άρα η περίοδος είναι $T = \frac{t}{N} = \frac{1,5}{1,5} = 1\text{s}$ και η πηγή

βρίσκεται στη θέση ισορροπίας με φορά κίνησης προς τα πάνω. Σημειώνεται ότι η αρχική φάση της πηγής είναι επίσης $\phi_0 = \pi$.

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι $v_{\max} = \omega \cdot A = 2\pi \cdot 0,1\text{m/s} = 0,628\text{m/s}$.

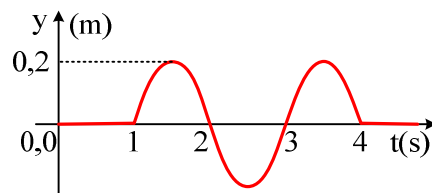
Έτσι οι απαντήσεις είναι:

- i) Τη στιγμή t_1 η πηγή έχει εκτελέσει 2 ταλαντώσεις. **Λ**.
- ii) Το σημείο Σ στη θέση $x_1 = 0,6\text{m}$ τη στιγμή t_1 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας. **Σ**.
- iii) Η ταχύτητα του κύματος είναι ίση με $v = 0,4\text{m/s}$. **Σ**.
- iv) Η πηγή τη στιγμή t_1 περνά από τη θέση ισορροπίας και κινείται προς την θετική κατεύθυνση. **Σ**

v) Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε σημείου του μέσου έχει μέτρο $0,614\text{m/s}$. **Λ.**

6) Ταλάντωση σημείου

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο σημείου Σ, ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, κατά μήκος του οποίου διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Το σημείο Σ απέχει 2m από την πηγή του κύματος.



i) Το μήκος κύματος είναι:

- α) $0,2\text{m}$ β) 1m γ) 2m δ) 4m

ii) Τη χρονική στιγμή $t_1=3,5\text{s}$ η πηγή του κύματος έχει απομάκρυνση και ταχύτητα:

- α) $y = -0,2$ και $v=0$ β) $y = 0$ και $v = -0,2\pi \text{ m/s}$ γ) $y = 0$ και $v=0$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

- i) Το κύμα φτάνει στο σημείο Σ τη στιγμή $t=1\text{s}$, συνεπώς η ταχύτητα του κύματος είναι ίση $v=x/t=2\text{m/s}$, ενώ η περίοδος ταλάντωσης με βάση το σχήμα είναι $T=2\text{s}$, οπότε $\lambda=v \cdot T=4\text{m}$. Σωστή η δ) πρόταση.
- ii) Παρατηρούμε ότι το σημείο Σ εκτέλεσε $1,5$ ταλάντωση και σταμάτησε να ταλαντώνεται. Άρα το ίδιο έκανε και η πηγή του κύματος, η οποία κατά συνέπεια ταλάντώθηκε για χρονικό διάστημα $\Delta t=1,5 \cdot T=3\text{s}$. Τη χρονική στιγμή λοιπόν $t_1=3,5\text{s}$ παραμένει ακίνητη στη θέση ισορροπίας της. Σωστή είναι η γ) πρόταση.

7) Δύο κύματα σε ένα ελαστικό μέσο.

Στα άκρα Κ και Λ ενός ελαστικού μέσου υπάρχουν δύο πηγές κύματος, οι οποίες αρχίζουν ταυτόχρονα να παράγουν εγκάρσια κύματα, τα οποία διαδίδονται κατά μήκος του μέσου. Η πρώτη πηγή ταλαντώνεται με περίοδο $T=1\text{s}$ και παράγει κύματα με μήκος κύματος λ_1 , ενώ η δεύτερη έχει περίοδο ταλάντωσης $T_2=0,6\text{s}$.

i) Τα δύο κύματα θα συναντηθούν:

- α) Στο μέσον Μ της ΚΛ
β) Σε ένα σημείο μεταξύ Κ και Μ.
γ) Σε σημείο μεταξύ Μ και Λ.

ii) Αν κάποια στιγμή πάνω στη χορδή έχει διαδοθεί το πρώτο κύμα σε απόσταση ίση με τρία μήκη κύματος ($d_1=3\lambda_1$), τότε το δεύτερο κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση d_2 , όπου:

- α) $d_2=3\lambda_2$ β) $d_2=4\lambda_2$ γ) $d_2=5\lambda_2$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Η ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων είναι ίδια, αφού εξαρτάται από τις ιδιότητες του ελαστικού μέ-

σου και όχι από τη συχνότητα ή το μήκος κύματος. Συνεπώς τη στιγμή της συνάντησης τα δύο κύματα θα έχουν διανύσει ίσες αποστάσεις $d_1=d_2=v \cdot t$. Συνεπώς σωστή πρόταση είναι η α).

- ii) Τη στιγμή που το πρώτο κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση $d_1=3\lambda$, η πηγή έχει εκτελέσει 3 ταλαντώσεις, συνεπώς η απόσταση d_1 μπορεί να γραφεί $d_1=v \cdot 3T_1$.

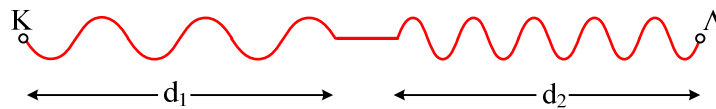
Αλλά τότε το δεύτερο κύμα θα έχει διαδοθεί σε ίση απόσταση:

$$d_2=d_1=v \cdot 3T_1=3 \frac{\lambda_2}{T_2} T_1=3\lambda_2 \frac{1s}{0,6s}=5\lambda_2$$

Σωστή πρόταση η γ).

Σχόλιο:

Η εικόνα του μέσου την παραπάνω στιγμή είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης