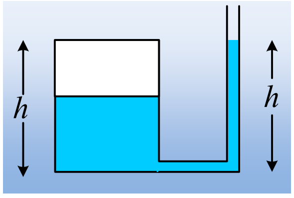
Προσθέτοντας νερό στο σωλήνα.



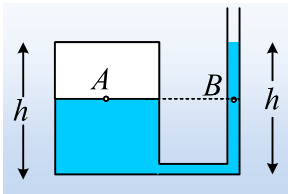
Στο διπλανό σχήμα, ένα κυλινδρικό δοχείο ύψους h=96cm περιέχει νερό ως τη μέση του, ενώ στη βάση του είναι συνδεδεμένος ένας σωλήνας, με κατακόρυφο τμήμα το οποίο περιέχει νερό μέχρι ύψος h. Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{ατ}=10^5 N/m^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

i) Να υπολογιστεί η πίεση του εγκλωβισμένου στο δοχείο αέρα, πάνω από το νερό.

ii) Αν ο σωλήνας έχει διατομή $A=3cm^2$, ενώ ο κύλινδρος εμβαδόν βάσης $A_1=120cm^3$ και προσθέσουμε νερό στο σωλήνα, με αποτέλεσμα να ανέβη κατά $y_1=h/16$ η επιφάνεια του νερού στο δοχείο, να υπολογίστε τη μάζα του νερού που προσθέσαμε

Η θερμοκρασία στη διάρκεια του πειράματος παραμένει σταθερή. Υπενθυμίζεται ο νόμος του Boyle για μια ισόθερμη μεταβολή pV=σταθ.

Απάντηση:



i) Έστω τα σημεία Α και Β του σχήματος, στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, όπου το Α βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού, όπου η πίεση είναι ίση με την πίεση του εγκλωβισμένου αέρα. Για τις πιέσεις των σημείων αυτών ισχύει:

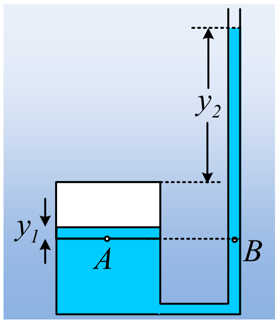
$$p_A - p_B = \rho g y = 0$$

Όπου y η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ τους. Συνεπώς $p_A=p_B$.

Αλλά τότε:

$$p_{αέρα} = p_A = p_B = p_{ατ} + \rho g(h - ½\, h) = p_{ατ} + ½\, \rho g h.$$

$$p_{αέρα} = 10^5 N/m^2 + ½\ 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}96 N/m^2 = 1{,}048 \cdot 10^5\ N/m^2.$$



ii) Προσθέτοντας νερό στο σωλήνα, αυξάνεται η πίεση στο σημείο Β, αλλά τότε αυτή θα γίνει μεγαλύτερη από την πίεση στο Α και θα μετακινηθεί νερό από το σωλήνα προς το δοχείο, με αποτέλεσμα να μειώνεται ο όγκος του εγκλωβισμένου αέρα, αφού θα ανέβει η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο. Έτσι, έστω ότι στην τελική κατάσταση ισορροπίας, η επιφάνεια του νερού μέσα στο δοχείο έχει ανέβει κατά y_1, ενώ στο σωλήνα κατά y_2, όπως στο σχήμα. Αλλά τότε:

$$p_A = p_B \rightarrow\ p'_{αερ} + \rho g y_1 = p_{ατ} + \rho g\left(\frac{h}{2} + y_2\right)$$

Όμως μεταξύ της αρχικής και τελικής κατάστασης, για τον εγκλωβισμένο αέρα, ισχύει ο νόμος Boyle:

$$p_{αερ} \cdot V_{αρχ} = p'_{αερ} \cdot V_{τελ} \rightarrow$$

$$\left(p_{a\tau}+\rho g\frac{h}{2}\right)A_1\cdot\frac{h}{2}=\left(p_{a\tau}+\rho g\left(\frac{h}{2}+y_2\right)-\rho g y_1\right)A_1\cdot\left(\frac{h}{2}-y_1\right)$$

$$\left(p_{a\tau}+\rho g\frac{h}{2}\right)\frac{h}{2}=\left(p_{a\tau}+\rho g\frac{h}{2}+\rho g y_2-\rho g\frac{h}{16}\right)\cdot\left(\frac{h}{2}-\frac{h}{16}\right)$$

$$y_2=\frac{15}{112}h+\frac{p_{a\tau}}{7\rho g}\rightarrow$$

$$y_2=\frac{15}{16\cdot 7}0{,}96m+\frac{10^5}{7\cdot 10^3\cdot 10}m=\frac{0{,}9}{7}m+\frac{10}{7}m\approx 156cm$$

Συνεπώς προσθέσαμε νερό όγκου:

$$V_\pi=V_\delta+V_\sigma=A_1\cdot y_1+A\cdot y_2=120cm^2\cdot 6cm+3cm^2\cdot 156cm=1.188cm^3.$$

dmargaris@gmail.com