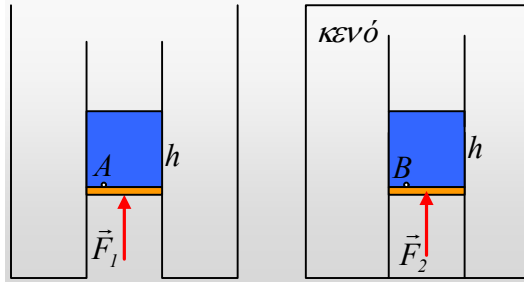


Ο ρόλος της ατμόσφαιρας.

- 1) Μια ποσότητα υγρού, βρίσκεται σε ένα κατακόρυφο σωλήνα, που κλείνεται με αβαρές έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το έμβολο ισορροπεί με την επίδραση μιας εξωτερικής δύναμης F . Στο σχήμα φαίνονται δυο διαφορετικές εκδοχές. Στην πρώτη, το δοχείο είναι ανοικτό, συνεπώς η δράση της ατμόσφαιρας είναι δεδομένη. Το δεύτερο δοχείο είναι κλειστό από το οποίο έχει αφαιρεθεί ο αέρας.



- i) Για τις πιέσεις στα σημεία A και B, πολύ κοντά στα έμβολα, ισχύει:

$$\alpha) p_A < p_B, \quad \beta) p_A = p_B, \quad \gamma) p_A > p_B.$$

- ii) Για τις ασκούμενες δυνάμεις F_1 και F_2 ισχύει:

$$\alpha) F_1 < F_2, \quad \beta) F_1 = F_2, \quad \gamma) F_1 > F_2.$$

- iii) Αυξάνοντας τα μέτρα των ασκούμενων δυνάμεων, ανεβάζουμε τα έμβολα κατά y . Για τα έργα των δυνάμεων ισχύει:

$$\alpha) W_{F1} < W_{F2}, \quad \beta) W_{F1} = W_{F2}, \quad \gamma) W_{F1} > W_{F2}.$$

Η τάση ατμών του υγρού, θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:

- i) Για τις πιέσεις έχουμε:

$$p_A = p_{at} + \rho gh \quad \text{και} \quad p_B = \rho gh$$

όπου h το ύψος κάθε στήλης. Προφανώς $p_A > p_B$. Σωστό το γ).

- ii) Στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις οι οποίες ασκούνται στα δυο έμβολα, όπου F_v η δύναμη από το υγρό και F_{at} η δύναμη από την ατμόσφαιρα. Από την ισορροπία των εμβόλων έχουμε:

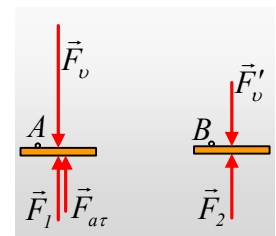
$$\Sigma F_1 = 0 \rightarrow F_v = F_{at} + F_1 \rightarrow$$

$$(\rho_{at} + \rho gh)A = \rho_{at} \cdot A + F_1 \rightarrow$$

$$F_1 = \rho gh \cdot A \quad (1)$$

$$\Sigma F_2 = 0 \rightarrow F_v' = F_2 \rightarrow F_2 = \rho gh \cdot A \quad (2)$$

Από (1) και (2) $F_1 = F_2$. Σωστή η β) πρόταση.



Σημείωση: Προφανώς η δύναμη που απαιτείται για να συγκρατεί το αβαρές έμβολο, πάνω από το οποίο υπάρχει νερό, είναι ίση με το βάρος του νερού!

iii) Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την ανύψωση κάθε εμβόλου κατά y :

$$K_{I\tau} - K_{I\alpha} = W_{F_1} + W_{F_{at}} + W_{F_v} \rightarrow$$

$$0 - 0 = W_{F_1} + p_{at}Ay - (p_{at} + \rho gh)Ay \rightarrow$$

$$W_{F_1} = \rho ghAy$$

Αλλά και:

$$K_{I\tau} - K_{I\alpha} = W_{F_2} + W_{F_v} \rightarrow$$

$$0 - 0 = W_{F_2} - \rho ghAy \rightarrow$$

$$W_{F_2} = \rho ghAy$$

Σωστό το β).

Συμπέρασμα:

Η ενέργεια που απαιτείται για να ανεβάσουμε κατά y μια στήλη νερού, είναι ίση με την αύξηση της δυναμικής του ενέργειας:

$$\Delta U = mg \cdot y = \rho g Ah \cdot y$$

Και βέβαια η αύξηση αυτή δεν εξαρτάται από το αν υπάρχει ή όχι ατμοσφαιρική πίεση!

2) Για να μεταφέρουμε μια ποσότητα νερού, από μια δεξαμενή στο έδαφος σε ένα δοχείο ύψος h , χρησιμοποιούμε μια αντλία νερού, η οποία συμβάλλει ώστε στην έξοδο της (σημείο O) να συντηρείται κατά την λειτουργία της μια σταθερή πίεση $p = 3p_{at}$. Αν η μεταφορά γίνεται με σταθερή παροχή Π , τότε η ισχύς της αντλίας είναι:

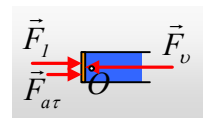
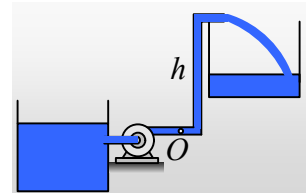
$$\text{i) } P = 3p_{at} \cdot \Pi, \quad \text{ii) } P = 2p_{at} \cdot \Pi, \quad \text{iii) } P = p_{at} \cdot \Pi.$$

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Απάντηση.

Ας φανταστούμε το εξής μοντέλο. Στο κάτω άκρο του σωλήνα, έχουμε ένα αβαρές έμβολο το οποίο σπρώχνουμε με την επίδραση μιας κάθετης δύναμης F_1 , με αποτέλεσμα να κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα, οπότε και η παροχή του σωλήνα, να παραμένει σταθερή. Από την ισορροπία του εμβόλου έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_1 + F_{at} - F_v = 0 \rightarrow$$



$$F_1 = F_v - F_{at} = p \cdot A - p_{at} A = 3p_{at} \cdot A - p_{at} \cdot A = 2p_{at} \cdot A.$$

Αλλά τότε η ισχύς της δύναμης F_1 , δηλαδή ο ρυθμός με τον οποίο παρέχουμε ενέργεια στο έμβολο και μέσω αυτού, στο νερό είναι:

$$P = \frac{dW_{F_1}}{dt} = \frac{F_1 dx}{dt} = \frac{2p_{at} \cdot A \cdot dx}{dt} = 2p_{at} \cdot A \cdot v_A$$

Όπου v_A η ταχύτητα του νερού. Όμως το γινόμενο $A \cdot v_A$ είναι ίσο με την παροχή στο σημείο O και προφανώς με την παροχή του σωλήνα και η εξίσωση γίνεται:

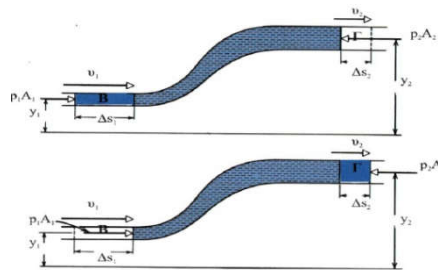
$$P = 2p_{at} \cdot \Pi$$

Το υποκείμενο της «άσκησης» της παραπάνω δύναμης F_1 είναι η αντλία, συνεπώς και η ισχύς της γεννήτρι-ας είναι ίση με $P = 2p_{at} \cdot \Pi$.

Σωστή η β) πρόταση.

Σχόλιο.

Κατά την απόδειξη της εξίσωσης Bernoulli, βρίσκουμε το έργο που παράγει πάνω σε μια ορισμένη ποσότητα ρευστού, το περιβάλλον ρευστό:



$$W = F_1 \Delta s_1 - F_2 \Delta s_2 = p_1 A_1 \Delta s_1 - p_2 A_2 \Delta s_2 = (p_1 - p_2) \Delta V$$

Το έργο της F_2 ($W_2 = -p_2 A_2 \Delta s_2$) είναι αρνητικό, πράγμα που σημαίνει ότι μετράει το έργο που μεταφέρεται από το ρευστό (με μπλε χρώμα) στο περιβάλλον ρευστό ή αν η φλέβα καταλήγει στον αέρα, την ενέργεια που μεταφέρεται από το ρευστό στην ατμόσφαιρα.

Συνεπώς επιστρέφουμε στο αρχικό ερώτημα και ας μελετήσουμε το τμήμα του νερού δεξιά της αντλίας. Έργο παράγει πάνω του και η αντλία και η ατμόσφαιρα. Όμως ατμοσφαιρική πίεση επικρατεί και στο σημείο O και στο πάνω άκρο του σωλήνα, συνεπώς το συνολικό της έργο είναι μηδενικό:

$$W_{atm} = +p_{at} A \cdot x - p_{at} A \cdot x = 0$$

Έτσι μένει η αντλία να παράγει έργο πάνω στην ποσότητα του νερού. Πόσο;

$$W = p' \Delta V = (p_o - p_{atm}) \Delta V$$

Όπου $p' = p_o - p_{atm}$ η «διαφορική πίεση» στο σημείο O, η **υπερπίεση** στο O, ή με άλλα λόγια η επιπλέον της ατμοσφαιρικής πίεση, την οποία στην πραγματικότητα προκαλεί η αντλία.

dmargaris@gmail.com