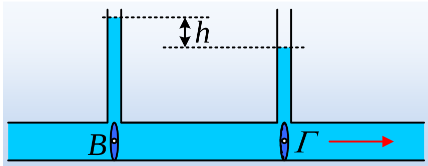
Μια ροή πραγματικού ρευστού.

Σε έναν οριζόντιο σωλήνα σταθερής διατομής, ρέει νερό με σταθερή παροχή. Τα δύο μανόμετρα (οι δυο κατακόρυφοι λεπτοί σωλήνες) βρίσκονται σε οριζόντια απόσταση d=20m και στο εσωτερικό τους το νερό ανέρχεται σε ύψη που διαφέρουν κατά h=0,6cm.



i) Να βρεθεί η μείωση της πίεσης μεταξύ των σημείων Β και Γ, στα κάτω άκρα των σωλήνων.

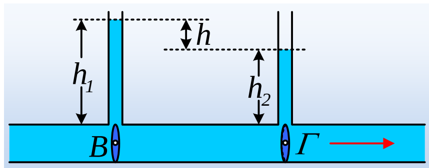
ii) Η μέση ταχύτητα ροής του νερού, είναι μεγαλύτερη στο Β ή στο Γ;

iii) Να αποδειχθεί ότι κατά τη ροή του νερού εμφανίζεται τριβή και υπολογισθεί η θερμική ενέργεια που εμφανίζεται κατά την μετακίνηση Δx=1m, μιας ποσότητας νερού $1m^3$.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού ρ=1.000kg/m^3 και g=10m/s^2, ενώ το νερό να θεωρηθεί ασυμπίεστο πραγματικό ρευστό.

Απάντηση:

i) Η πίεση στο σημείο Β, ίση με την πίεση στο κάτω άκρο της στήλης του νερού που ισορροπεί στον πρώτο κατακόρυφο σωλήνα, είναι ίση με $p_B = p_{ατμ} + \rho g h_1$, όπου h_1 το ύψος της στήλης και η αντίστοιχη πίεση στο Γ, $p_Γ = p_{ατμ} + \rho g h_2$, οπότε η πίεση μειώνεται κατά μήκος του σωλήνα και:

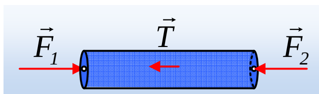


$$\Delta p_{ΒΓ} = p_B - p_Γ = \rho g h_1 - \rho g h_2 = \rho g(h_1 - h_2) = \rho g h \rightarrow$$

$$\Delta p_{ΒΓ} = p_B - p_Γ = 1.000 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot 10^{-2}\, N/m^2 = 60 N/m^2$$

ii) Από την εξίσωση της συνέχειας (διατήρηση της μάζας) $A_B \cdot υ_B = A_Γ \cdot υ_Γ$, αλλά ο σωλήνας έχει σταθερή διατομή, συνεπώς και η ταχύτητα ροής παραμένει σταθερή. Βέβαια η ροή δεν είναι ροή ιδανικού ρευστού, για να συμπεράνουμε ότι σε όλα τα σημεία της διατομής του σωλήνα στο Β είναι η ίδια ταχύτητα ροής $υ_B$, οπότε σωστότερα είναι να μιλήσουμε για την ίδια μέση ταχύτητα ροής μέσω των διατομών του σωλήνα στα σημεία Β και Γ.

iii) Αφού η παροχή παραμένει σταθερή θα έχουμε και σταθερή (μέση) ταχύτητα ροής κατά μήκος του σωλήνα. Αλλά τότε και η ποσότητα του νερού μεταξύ των δύο διατομών σε απόσταση ℓ, κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε $ΣF_x$=0 ή $F_1 - T - F_2 = 0$ ή



$$p_1 A - p_2 A = T \rightarrow T = \Delta p_{12} A$$

Έστω ℓ το μήκος του σωλήνα που περιέχει το $1m^3$ νερού, τότε $\ell = \frac{V}{A}$ όπου V=$1m^3$ και Α η διατομή του σωλήνα. Αν η μείωση της πίεσης κατά μήκος του σωλήνα είναι 60N/m^2 σε μήκος 20m, τότε ανά μέτρο μήκους, θα έχουμε μείωση πίεσης $\Delta p_o = \frac{\Delta p_{B\Gamma}}{20} = 3N/m^2$, οπότε στα άκρα αυτής της ποσότητας νερού επικρατεί πτώση πίεσης:

$\Delta p = \Delta p_0 \cdot \ell$, όπου $\Delta p_0 = 3N/m^2$ η πτώση πίεσης στο 1m.

Για μετατόπιση κατά Δx=1m αυτής της ποσότητας νερού, το έργο της συνολικής δύναμης που δέχεται αυτή η ποσότητα, από το υπόλοιπο νερό του σωλήνα είναι:

$$W_\nu = \Sigma F \cdot \Delta x = (F_1 - F_2) \cdot \Delta x = (p_1 A - p_2 A) \cdot \Delta x = (\Delta p) \cdot A \cdot \Delta x \to$$

$$W_\nu = \Delta p_0 \cdot \ell \cdot A \cdot \Delta x = \Delta p_0 \cdot V \cdot \Delta x \to$$

$$W_\nu = \Delta p_0 \cdot V \cdot \Delta x = 3 \cdot 1 \cdot 1J = 3J$$

Εφαρμόζοντας τώρα το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την παραπάνω ποσότητα του νερού παίρνουμε:

$$K_2 - K_1 = W_\nu + W_T \to$$

$$W_T = -W_\nu = -3J$$

Αλλά τότε η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, εξαιτίας της τριβής με τα τοιχώματα του σωλήνα και εξαιτίας της εσωτερικής τριβής, μεταξύ των διαφόρων στρωμάτων του νερού, κατά την ροή $1m^3$ σε απόσταση 1m, είναι ίσο με 3J.

dmargaris@gmail.com