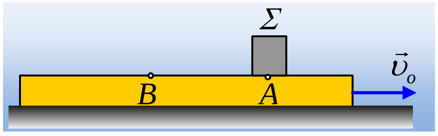
Μια άλλη παραλλαγή σε κάτι γνωστό!



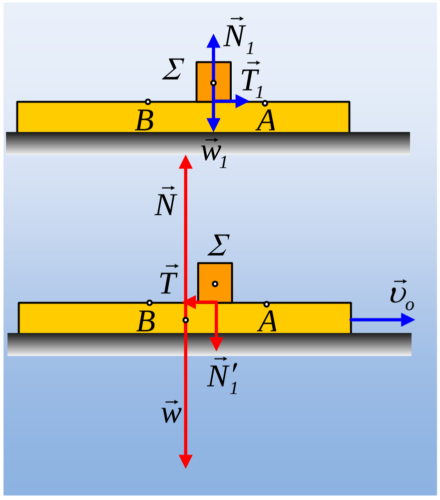
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνει μια σανίδα μάζας Μ=8kg με ταχύτητα υ_0=5m/s. Σε μια στιγμή αφήνουμε πάνω της, στο σημείο Α, ένα σώμα Σ μάζας m=2kg, χωρίς αρχική ταχύτητα. Παρατηρούμε ότι το Σ γλιστράει και τελικά σταματά την ολίσθησή του πάνω στη σανίδα, στο σημείο Β, όπου (ΑΒ)=2m.

i) Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας που οφείλεται στην ολίσθηση του σώματος Σ.

ii) Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ και της σανίδας.

iii) Η σανίδα και το σώμα Σ αλληλεπιδρούν εξαιτίας των τριβών που εμφανίζονται. Να υπολογιστούν τα έργα που παράγουν οι τριβές σε κάθε σώμα χωριστά.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ (πάνω) και στη σανίδα (κάτω σχήμα).

Το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο αφού το διανυσματικό άθροισμα των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδενικό. Πράγματι οι εξωτερικές δυνάμεις είναι τα βάρη και η αντίδραση Ν του οριζοντίου επιπέδου. Αλλά το Σ ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N_1 = w_1$.

Αλλά και από την αντίστοιχη ισορροπία της σανίδας έχουμε $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = w + N_1' = w + w_1$ αφού N_1 και N_1έχουν ίσα μέτρα (δράση - αντίδραση). Αλλά τότε η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή:

$$\vec{p}_A = \vec{p}_B \rightarrow$$

$$M\upsilon_0 = (m+M)V_\kappa \rightarrow V_\kappa = \frac{M\upsilon_0}{m+M} = \frac{8\cdot 5}{2+8} m/s = 4m/s$$

Αλλά τότε η απώλεια της μηχανικής ενέργειας (στην πράξη απώλεια της κινητικής ενέργειας) είναι:

$$\Delta K = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}M\upsilon_0^2 - \frac{1}{2}(M+m)V_\kappa^2 \rightarrow$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}8\cdot 5^2 J - \frac{1}{2}(8+2)4^2 J = 100J - 80J = 20J$$

ii) Η παραπάνω απώλεια της κινητικής ενέργειας οφείλεται στην ολίσθηση κατά 2m του σώματος Σ πάνω στη σανίδα και εμφανίζεται ως θερμική ενέργεια. Αλλά τότε:

$$\Delta K = Q = Ts \rightarrow$$

$$T = \frac{Q}{s} = \frac{20J}{2m} = 10N$$

Αλλά όμως Τ=μ·N_1 ⟶ $\mu = \frac{T}{N_1} = \frac{T}{mg} = \frac{10N}{20N} = 0{,}5$

iii) Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα Σ στη διάρκεια της ολίσθησης:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{w1} + W_{N1} + W_{T1} \rightarrow$$

$$W_{T1} = \frac{1}{2} m V_\kappa^2 - 0 = \frac{1}{2} 2 \cdot 4^2\, J = 16\, J$$

Εφαρμόζουμε τώρα το Θ.Μ.Κ.Ε. για τη σανίδα στη διάρκεια της ολίσθησης:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w + W_{N'1} + W_N + W_T \rightarrow$$

$$W_T = \frac{1}{2} M V_\kappa^2 - \frac{1}{2} M \upsilon_0^2 = \frac{1}{2} 8 \cdot 4^2\, J - \frac{1}{2} 8 \cdot 5^2\, J = -36\, J$$

Σχόλια:

1) Η τριβή που ασκείται στη σανίδα αφαιρεί ενέργεια 36J από αυτήν. Η αντίδρασή της T_1 παράγοντας έργο 16J, σημαίνει ότι μεταφέρει τα 16J στο σώμα Σ. Τα υπόλοιπα (36J-16J=20J) είναι η ενέργεια που αφαιρείται από τη σανίδα, αλλά δεν πηγαίνει στο σώμα Σ και εμφανίζεται ως θερμική ενέργεια.

2) Πώς αλλιώς θα μπορούσαν να υπολογιστούν τα παραπάνω έργα; Μελετώντας την κίνηση κάθε σώματος χωριστά. Το σώμα Σ αποκτά επιτάχυνση $a_1 = \frac{T_1}{m} = \frac{10N}{2kg} = 5m/s^2$. Αλλά τότε εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για την οποία ισχύουν:

$$V_\kappa = \alpha_1 \cdot t \quad \text{και} \quad \Delta x_1 = ½\, \alpha_1 \cdot t^2.$$

Από την πρώτη βρίσκουμε $t = \frac{V_\kappa}{a_1} = \frac{4}{5} s = 0{,}8s$ οπότε $\Delta x_1 = ½ \cdot 5 \cdot 0{,}8^2 m = 1{,}6m$.

Όμοια για τη σανίδα $a = \frac{-T}{M} = \frac{-10N}{8kg} = -1{,}25m/s^2$ οπότε:

$$\Delta x = \upsilon_0 \cdot t + ½\, \alpha_2 t^2 = 5 \cdot 0{,}8m + ½\, (-1{,}25) \cdot 0{,}8^2 m = 3{,}6m$$

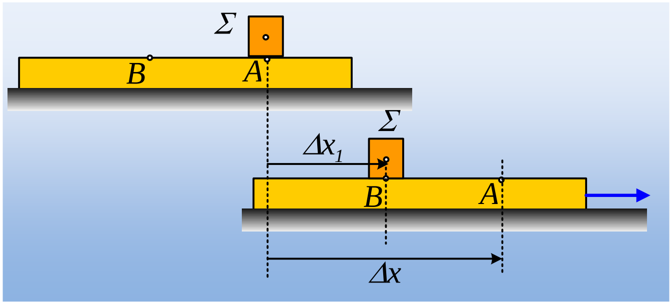
Αλλά τότε το έργο της τριβής, που ασκείται στο σώμα Σ είναι:

$W_{T1} = T_1 \cdot \Delta x_1 = 10N \cdot 1{,}6m = 16J$

Ενώ το έργο της τριβής που ασκείται στη σανίδα:

$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180° = -T \cdot \Delta x \rightarrow$

$W_T = 10N \cdot 3{,}6m = -36J.$



Και τότε σε ποιο έργο «κρύβεται» η θερμική ενέργεια; Ας δούμε το διπλανό σχήμα.

Η διαφορά των δύο μετατοπίσεων δίνει:

$\Delta x - \Delta x_1$=3,6m-1,6m=2m που δεν είναι τίποτα άλλο από την απόσταση (ΑΒ) που γλίστρησε το Σ.

Κατά τη διάρκεια αυτής της ολίσθησης, του τριψίματος των δύο επιφανειών, εμφανίζεται θερμική ε-νέργεια.

dmargaris@gmail.com