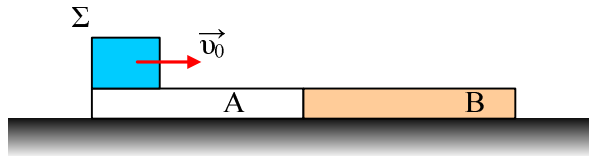


Κοινή ταχύτητα και πλαστική κρούση.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί σανίδα μάζας $M=3\text{kg}$ και μήκους 4m . Από το ένα άκρο της εκτοξεύουμε πάνω της σώμα Σ , αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m=1\text{kg}$ με ταχύτητα $v_0=4\text{m/s}$.



Αν το μισό τμήμα της σανίδας Α, δεν παρουσιάζει τριβή με τη σφαίρα, ενώ το άλλο μισό Β παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$ ζητούνται:

- i) Ποια η ταχύτητα της σανίδας, όταν σταματήσει πάνω της (προφανώς κινείται πλέον μαζί της) το σώμα Σ ;
- ii) Πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα Σ στο τμήμα Β μέχρι να σταματήσει και βρείτε επίσης την απόσταση που διανύει η σανίδα μέχρι να σταματήσει να κινείται πάνω της το σώμα Σ ,
- iii) Υπολογίστε τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στα σώματα. Τι ενεργειακές μετατροπές μετράνε τα έργα αυτά;
- iv) Ένα σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$ και συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $M=3\text{kg}$. Ποια η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος και ποια η απώλεια της Μηχανικής ενέργειας που οφείλεται στην κρούση;

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση

Μόλις το σώμα Σ περάσει στο μέρος Β θα ασκηθούν πάνω του οι δυνάμεις που φαίνονται στο σχήμα, όπου:

$$T=\mu N=\mu mg=0,4 \cdot 1 \cdot 10\text{N}=4\text{N}$$

Οπότε για το σώμα Σ :

$$\Sigma F_x=m \cdot a_1 \text{ ή}$$

$$a_1=T/m=4\text{m/s}^2.$$

Δηλαδή το σώμα επιβραδύνεται με επιβράδυνση 4m/s^2 , ενώ η σανίδα αποκτά επιτάχυνση, λόγω της τριβής T' (δράση-αντίδραση):

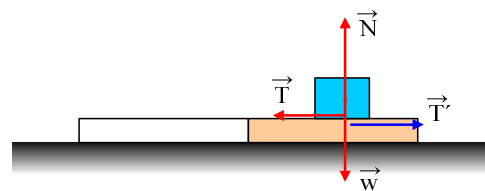
$$T'=M a_2 \text{ ή}$$

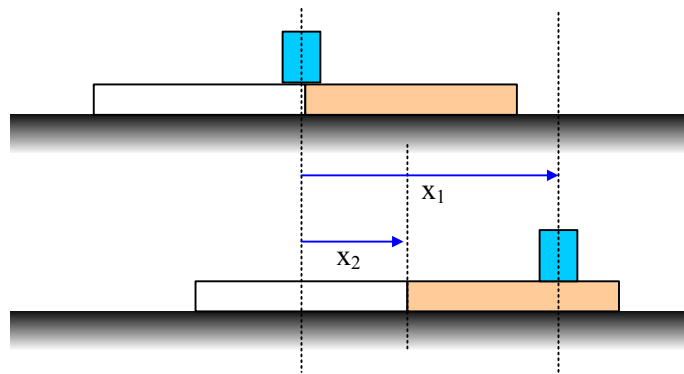
$$a_2=T'/M=4/3\text{m/s}^2.$$

- i) Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο και ισχύει η ΑΔΟ, μεταξύ της αρχικής κατάστασης και της τελικής όπου το σώμα Σ παύει να ολισθαίνει πάνω στο Β μέρος της σανίδας, άρα αποκτά την ίδια ταχύτητα με την σανίδα:

$$m \cdot v_0 = (m+M)v_k \text{ ή}$$

$$v_k = m \cdot v_0 / (m+M) = 1 \cdot 4 / 4\text{m/s}=1\text{m/s}.$$





ii) Μέχρι τη στιγμή αυτή το σώμα Σ επιβραδύνεται:

$$v = v_0 - a_1 \cdot t \text{ ή}$$

$$t = (v_0 - v_k) / a_1 = (4 - 1) / 4 \text{ s} = 3/4 \text{ s}$$

και η μετατόπισή του είναι:

$$x_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2 = 4 \cdot 3/4 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 9/16 \text{ m} = 3 \text{ m} - 9/8 \text{ m} = 15/8 \text{ m}.$$

Στον ίδιο χρόνο η σανίδα μετατοπίζεται κατά:

$$x_2 = \frac{1}{2} a_2 \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 4/3 \cdot 9/16 \text{ m} = 3/8 \text{ m}.$$

Άρα το σώμα Σ μετακινείται κατά $\Delta x = x_1 - x_2 = 15/8 \text{ m} - 3/8 \text{ m} = 12/8 \text{ m} = 1,5 \text{ m}$ πάνω στο τμήμα Β, μέχρι να κινηθεί μαζί με την σανίδα.

iii) Για το έργο έχουμε:

$$W_T = - T \cdot x_1 = - 4 \cdot 15/8 \text{ J} = - 7,5 \text{ J}$$

Ενώ για την σανίδα:

$$W_T = + T' \cdot x_2 = 4 \cdot 3/8 \text{ J} = + 1,5 \text{ J}$$

Πραγματικά:

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα Σ έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} m v_k^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (1 - 16) \text{ J} = -7,5 \text{ J}$$

όσο είναι και το έργο της τριβής που ασκείται πάνω του. Πράγμα που σημαίνει ότι μέσω της τριβής αφαιρείται ενέργεια 7,5J από το σώμα Σ.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την σανίδα έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} M v_k^2 - 0 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 \text{ J} = 1,5 \text{ J},$$

όσο είναι και το έργο της τριβής T' . Άρα μέσω της τριβής αφαιρούνται 7,5J από το σώμα Σ, και μεταφέρονται στην σανίδα μόνο τα 1,5J.

Και τι έγινε το υπόλοιπο της ενέργειας που αφαιρέθηκε από το σώμα Σ;

Αυτή μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια (αύξηση της άτακτης κίνησης των μορίων των δύο επιφανειών που τρίβονται). Αυτή την ενέργεια το βιβλίο μας την αποκαλεί θερμότητα. Δηλαδή $Q = 6 \text{ J}$.

Πραγματικά πάνω στο Β μέρος της σανίδας το σώμα ολισθαίνει κατά Δx οπότε η «θερμότητα» είναι:

$$Q = |W_T| = T \cdot \Delta x = 4 \cdot 1,5 \text{ J} = 6 \text{ J}.$$

Μπορείτε να δείτε και το αρχείο [Δυό μύθοι για την ΤΡΙΒΗ.....](#)

iv) Από την ΑΔΟ για την πλαστική κρούση έχουμε:

$$m \cdot v = (m+M) \cdot v_k \text{ ή } v_k = 1 \text{ m/s}$$

$$\Delta K = K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} (m+M) \cdot v_k^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 16 \text{ J} - \frac{1}{2} 4 \cdot 1 \text{ J} = 6 \text{ J}.$$

Σχόλια:

Η παραπάνω κίνηση του σώματος Σ πάνω σε μια σανίδα και η απόκτηση τελικά κοινής ταχύτητας, είναι ακριβώς ίδιο φαινόμενο με μια πλαστική κρούση. Προσέξτε λίγο τα έργα των τριβών:

- 1) Οι δυνάμεις είναι αντίθετες, αλλά οι δυνάμεις ασκούνται σε σώματα που έχουν διαφορετικές μετατοπίσεις, οπότε και τα έργα δεν είναι αντίθετα. Αυτό σημαίνει ότι η ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα Σ δεν μεταφέρεται στη σανίδα.
- 2) Από τη στιγμή που έχουμε ολίσθηση, κάποια ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική. Αυτή εξαρτάται από το πόσο γλίστρησε το ένα σώμα πάνω στο άλλο.
- 3) Τα ίδια ακριβώς έχουμε και στη πλαστική κρούση με μόνο μια διαφορά. Η δύναμη αλληλεπίδρασης δεν έχει σταθερό μέτρο, όπως στο παραπάνω παράδειγμα.

dmargaris@sch.gr