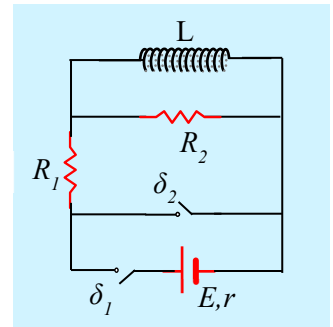


Η αυτεπαγωγή όταν κλείνουν δύο διακόπτες

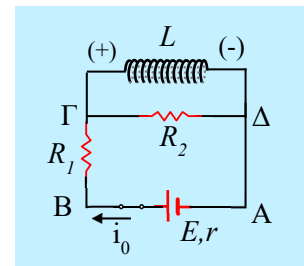
Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος, η πηγή έχει ΗΕΔ $E=12V$ και εσωτερική αντίσταση $r=2\Omega$, οι δυο αντιστάτες έχουν αντίσταση $R_1=R_2=2\Omega$ και το ιδανικό πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής $L=0,4H$, ενώ οι δυο διακόπτες είναι ανοιχτοί.



- i) Σε μια στιγμή $t_0=0$ κλείνουμε τον διακόπτη δ_1 . Για την στιγμή αμέσως μετά (για $t=t_0^+$) να βρεθούν η ισχύς της πηγής, η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος di/dt , που το διαρρέει.
- ii) Σε μια στιγμή t_1 ο αντιστάτης R_1 διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i_1=2,5A$. Για τη στιγμή αυτή να βρεθεί η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας αυτής.
- iii) Μόλις σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή, σε μια στιγμή t_2 , κλείνουμε τον διακόπτη δ_2 , ανοίγοντας ταυτόχρονα το διακόπτη δ_1 . Να βρεθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_2 , αμέσως τη στιγμή t_2 , καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

Απάντηση:

- i) Μόλις κλείσουμε το διακόπτη δ_1 έχουμε το κύκλωμα του διπλανού σχήματος, όπου τη στιγμή αμέσως μετά το κλείσιμο, το πηνίο, λόγω αυτεπαγωγής δεν διαρρέεται από ρεύμα ($i_L=0$), ενώ αναπτύσσεται πάνω του μια ΗΕΔ από επαγωγή με την πολικότητα που έχει σημειωθεί στο σχήμα, ενώ η πηγή διαρρέεται από ρεύμα με αρχική ένταση i_0 .



Εφαρμόζουμε το 2^ο κανόνα του Kirchhoff στην κλειστή διαδρομή ΑΒΓΔΑ:

$$E - i_0 r - i_0 R_1 - i_0 R_2 = 0 \rightarrow i_0 = \frac{E}{R_1 + R_2 + r} = \frac{12}{2 + 2 + 2} A = 2 A$$

Συνεπώς θα έχουμε, για την ισχύ της πηγής:

$$P_E = E \cdot i_0 = 12V \cdot 2A = 24W$$

Ενώ η ΗΕΔ λόγω αυτεπαγωγής στο ιδανικό πηνίο, είναι ίση με την τάση στα άκρα του, ίση με την τάση στα άκρα της αντίστασης R_2 :

$$|E_{avt}| = V_{R_2} = i_0 R_2 = 2 \cdot 2V = 4V$$

Λαμβάνοντας υπόψη την πολικότητα της παραπάνω ΗΕΔ, αντίθετη από την ΗΕΔ της πηγής, θα έχουμε:

$$E_{avt} = -4V$$

Αλλά από το νόμο της αυτεπαγωγής έχουμε:

$$E_{av\tau} = -L \frac{di}{dt} \rightarrow \left(\frac{di}{dt} \right)_0 = -\frac{E_{av\tau,0}}{L} = -\frac{-4V}{0,4H} = +10 A/s$$

ii) Παίρνουμε ξανά το 2^ο κανόνα του Kirchhoff στον βρόχο ABΓΔΑ και έχουμε:

$$E - i_l r - i_l R_l - V_{\Gamma A} = 0 \rightarrow$$

$$V_{\Gamma A} = E - i_l (r + R_l) = 12V - 2,5 \cdot (2 + 2)V = 2V$$

Αλλά αυτή είναι η τάση και στα άκρα της αντίστασης R_2 συνεπώς αυτή διαρρέεται από ρεύμα έντασης i_2 , όπου:

$$i_2 = \frac{V_{\Gamma A}}{R_2} = \frac{2V}{2\Omega} = 1A$$

Αλλά από τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Γ βρίσκουμε:

$$i_l = i_2 + i_3 \rightarrow i_3 = i_l - i_2 = 2,5A - 1A = 1,5A$$

Οπότε στο πηνίο έχουμε ενέργεια μαγνητικού πεδίου:

$$U_l = \frac{1}{2} L i_3^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 1,5^2 J = 0,45J$$

Ενώ η ισχύς που το ηλεκτρικό ρεύμα παρέχει στο πηνίο, ίση με το ρυθμό με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό του πεδίο, είναι ίση:

$$\frac{dU_l}{dt} = P_{\eta\lambda} = V_{\Gamma A} \cdot i_3 = 2V \cdot 1,5A = 3J/s$$

iii) Μόλις σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή, έχει μηδενιστεί η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο, συνεπώς η τάση στα άκρα του έχει μηδενιστεί, αλλά τότε έχει μηδενιστεί και η τάση στα άκρα της αντίστασης R_2 . Αλλά τότε ξανά από το 2^ο κανόνα του Kirchhoff βρίσκουμε:

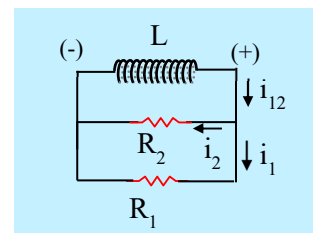
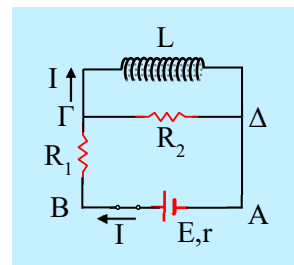
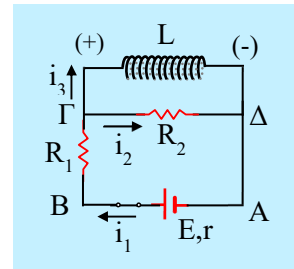
$$E - Ir - IR_l - V_{\Gamma A} = 0 \xrightarrow{V_{\Gamma A}=0}$$

$$I = \frac{E}{R_l + r} = \frac{12}{4} A = 3A$$

Η παραπάνω ένταση διαρρέει το πηνίο και όχι την αντίσταση R_2 , η οποία δεν διαρρέεται από ρεύμα αφού επικρατεί μηδενική τάση στα άκρα της.

Κλείνοντας τον διακόπτη δ_2 και ανοίγοντας τον δ_1 έχουμε το διπλανό ισοδύναμο κύκλωμα, όπου οι αντιστάσεις R_1 και R_2 συνδέονται παράλληλα. Αλλά το πηνίο λόγω αυτεπαγωγής θα συνεχίσει να διαρρέεται από ρεύμα, με φορά όπως στο σχήμα, αρχικής έντασης ίσης με I . Δηλαδή $i_{12} = I = 3A$. Όμως αφού οι αντιστάσεις R_1 και R_2 συνδέονται παράλληλα στα άκρα τους επικρατεί ίδια τάση και αφού είναι ίσες, θα διαρρέονται από ίσες εντάσεις ρεύματος

$$i_l = i_2 = \frac{1}{2} i_{12} = 1,5A$$



Εξάλλου από τον 2^ο κανόνα του Kirchhoff στον κλάδο με την αντίσταση R_2 βρίσκουμε:

$$E_{avt} - i_2 R_2 = 0 \rightarrow -L \frac{di_{l2}}{dt} - i_2 R_2 = 0 \rightarrow$$
$$\frac{di_{l2}}{dt} = -i_2 \frac{R_2}{L} = -1,5 \cdot \frac{2}{0,4} A/s = -7,5 A/s$$

dmargaris@gmail.com