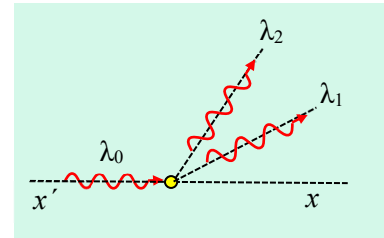


Ερώτηση στο φαινόμενο Compton

Στη διεύθυνση x' διαδίδεται ένα φωτόνιο με μήκος κύματος λ_0 , το οποίο σκεδάζεται πάνω σε ένα ακίνητο και ελεύθερο ηλεκτρόνιο, με αποτέλεσμα να παίρνουμε είτε το φωτόνιο (1) με μήκος κύματος λ_1 , είτε το φωτόνιο (2) με μήκος κύματος λ_2 , όπως φαίνεται στο σχήμα, ενώ το ηλεκτρόνιο αποκτά κινητική ενέργεια K_1 ή K_2 αντίστοιχα.



i) Για τα μήκη κύματος αυτά ισχύει:

$$\alpha) \lambda_1 < \lambda_2, \quad \beta) \lambda_1 = \lambda_2, \quad \gamma) \lambda_1 > \lambda_2.$$

ii) Για την κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου μετά την αλληλεπίδραση ισχύει:

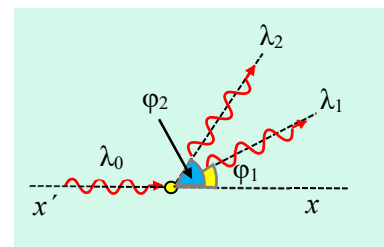
$$\alpha) K_1 < K_2, \quad \beta) K_1 = K_2, \quad \gamma) K_1 > K_2.$$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση:

Για την αύξηση του μήκους κύματος της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας ισχύει η εξίσωση:

$$\lambda_i - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi) \quad (1)$$



Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι γωνίες φ_1 και φ_2 που σχηματίζουν οι διευθύνσεις των δύο σκεδαζόμενων φωτονίων, όπου $\varphi_2 > \varphi_1$.

i) Όταν μεγαλώνει η γωνία φ , μικραίνει το $\cos\varphi$, οπότε αυξάνεται η ποσότητα $(1 - \cos\varphi)$ συνεπώς αυξάνεται η αύξηση!!! του μήκους κύματος, δηλαδή $\lambda_2 - \lambda_0 > \lambda_1 - \lambda_0 \rightarrow \lambda_2 > \lambda_1$. Ή τυπικά:

$$\begin{aligned} \varphi_2 > \varphi_1 &\Leftrightarrow \cos\varphi_2 < \cos\varphi_1 \Leftrightarrow -\cos\varphi_2 > -\cos\varphi_1 \Leftrightarrow 1 - \cos\varphi_2 > 1 - \cos\varphi_1 \\ \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi_2) &> \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi_1) \Leftrightarrow \lambda_2 - \lambda_0 > \lambda_1 - \lambda_0 \Leftrightarrow \\ &\lambda_2 > \lambda_1 \end{aligned}$$

Σωστό το α).

ii) Αφού το φωτόνιο (2) έχει μεγαλύτερο μήκος κύματος, έχει μικρότερη ενέργεια $E_2 = hf_2 = \frac{hc}{\lambda_2}$. Τότε όμως

το αντίστοιχο ηλεκτρόνιο έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια, αφού η ενέργεια διατηρείται. Με εξισώσεις:

Από διατήρηση της ενέργειας παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \frac{hc}{\lambda_0} + K_{\text{αρχ}} &= \frac{hc}{\lambda_2} + K_2 \Leftrightarrow \frac{hc}{\lambda_2} + K_2 = \frac{hc}{\lambda_0} \quad \text{και} \quad \frac{hc}{\lambda_1} + K_1 = \frac{hc}{\lambda_0} \rightarrow \\ \frac{hc}{\lambda_2} + K_2 &= \frac{hc}{\lambda_1} + K_1 \Leftrightarrow K_2 - K_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2} \rightarrow \end{aligned}$$

$$K_2 - K_1 = hc \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2} > 0$$

Σωστό το α).

dmargaris@gmail.com