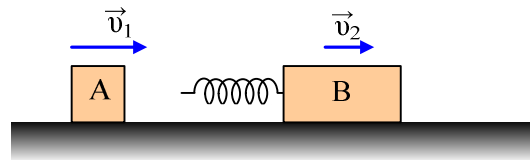


Μονωμένο σύστημα και ορμή.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινούνται δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ και με ταχύτητες $v_1=5\text{m/s}$ και $v_2=1\text{m/s}$, όπως στο σχήμα. Στο πίσω μέρος του σώματος Β έχει στερεωθεί ένα ιδανικό ελατήριο με μήκος 30cm σταθεράς $k=300\text{N/m}$.



- i) Να υπολογιστεί η ορμή του συστήματος.
- ii) Το Α σώμα πέφτει στο ελατήριο και αρχίζει να το συσπειρώνει. Στη διάρκεια της συσπείρωσης:
 - α) Η ταχύτητα του σώματος Α:
 - 1) μειώνεται
 - 2) παραμένει σταθερή
 - 3) αυξάνεται.
 - β) Η ταχύτητα του σώματος Β:
 - 1) μειώνεται
 - 2) παραμένει σταθερή
 - 3) αυξάνεται.
- iii) Σε μια στιγμή t_1 το ελατήριο έχει το ελάχιστο μήκος του $\ell=10\text{cm}$. Τη στιγμή αυτή:
 - α) Το σώμα Α έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το Β.
 - β) Το σώμα Α έχει μικρότερη ταχύτητα από το Β.
 - γ) Τα δύο σώματα έχουν ίσες ταχύτητες.
- iv) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων την παραπάνω χρονική στιγμή.
- v) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος τη στιγμή t_1 .
- vi) Μετά από λίγο το σώμα Α εγκαταλείπει το ελατήριο. Μετράμε την ταχύτητα του σώματος Β και βρίσκουμε ότι $v_B=3\text{m/s}$. Ποια είναι τελικά η ταχύτητα του σώματος Α;

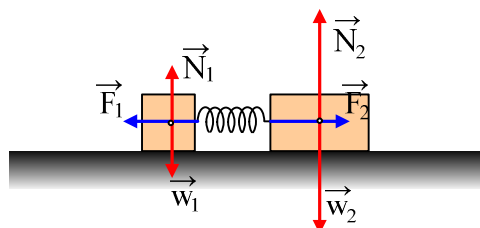
Απάντηση:

- i) Θεωρώντας την **προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική**, η συνολική ορμή είναι:

$$p_{ολ}=p_1+p_2=m_1 \cdot v_1+m_2 v_2$$

και με αντικατάσταση $p_{ολ}=(1 \cdot 5+3 \cdot 1)\text{kg} \cdot \text{m/s} = 8\text{kg} \cdot \text{m/s}$.

- ii) Μόλις αρχίζει να συσπειρώνεται το ελατήριο ασκεί στα δυο σώματα δυνάμεις F_1 και F_2 , όπως στο παρακάτω σχήμα. Από το νόμο του Hooke προκύπτει ότι αυτές οι δύο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα $F_1=F_2=k \cdot \Delta \ell$, όπου $\Delta \ell$ η συσπείρωση του ελατηρίου.



Συνεπώς το Α σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται και η ταχύτητά του μειώνεται, ενώ το Β επιταχύνεται και

η ταχύτητά του αυξάνεται.

- iii) Για όσο χρονικό διάστημα το σώμα Α έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το Β, θα το πλησιάζει και η απόστασή τους θα μειώνεται. Όταν το Β έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το Α, θα απομακρύνεται από το Α και η απόσταση μεταξύ τους θα αυξάνεται. Κατά συνέπεια όταν η απόσταση μεταξύ τους γίνει ελάχιστη, τα δύο σώματα θα έχουν ίσες ταχύτητες. Σωστή λοιπόν είναι η γ) πρόταση.
- iv) Το σύστημα των δύο σωμάτων (συν το ελατήριο, που όμως θεωρούμε ότι δεν έχει μάζα) είναι μονωμένο, αφού στον κατακόρυφο άξονα τα σώματα ισορροπούν και $N_1 = w_1$ και $N_2 = w_2$, δηλαδή η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδενική. Στο σύστημα λοιπόν αυτό η ορμή παραμένει σταθερή:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda 1}$$

όπου $p_{\tau\epsilon\lambda 1}$ η ορμή του συστήματος τη στιγμή t_1 , που τα δυο σώματα έχουν την ίδια ταχύτητα v_κ , οπότε η παραπάνω σχέση δίνει:

$$p_{\alpha\rho\chi} = m_1 v_\kappa + m_2 v_\kappa \quad \text{ή}$$

$$v_\kappa = \frac{p_{\alpha\rho\chi}}{m_1 + m_2} = \frac{8}{1+3} m/s = 2 m/s$$

- v) Τη στιγμή t_1 το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά $\Delta\ell = 0,3m - 0,1m = 0,2m$ και το μέτρο της δύναμης που ασκεί στα σώματα έχει μέτρο $F = k \cdot \Delta\ell$ ή

$$F = 300 \cdot 0,2N = 60N$$

Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε, για το Α σώμα:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = -F_1 = -60kg \cdot m/s^2$$

Ενώ για το σώμα Β:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = F_2 = +60kg \cdot m/s^2$$

- vi) Με εφαρμογή ξανά της Α.Δ.Ο. ανάμεσα στην αρχική θέση και στην τελική που το ελατήριο απέκτησε ξανά το αρχικό του μήκος και τα δυο σώματα δεν αλληλεπιδρούν πλέον έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} \quad \text{ή}$$

$$p_{\alpha\rho\chi} = m_1 \cdot v_{1\tau} + m_2 \cdot v_{2\tau} \quad \text{ή}$$

$$v_{1\tau} = \frac{p_{\alpha\rho\chi} - m_2 v_{2\tau}}{m_1} = \frac{8 - 3 \cdot 3}{1} m/s = -1 m/s$$

Το αποτέλεσμα αυτό μας λέει ότι το Α σώμα τελικά θα κινηθεί προς τα αριστερά.

dmargaris@gmail.com