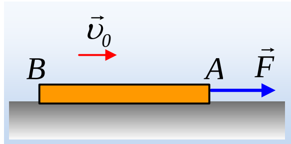
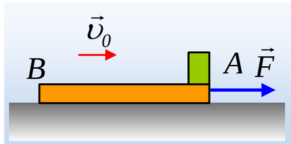
Μια σανίδα σύρεται.

Σε οριζόντιο επίπεδο κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_0$=3m/s μια μακριά σανίδα μάζας M=10kg, με τη επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης F=40N, όπως στο σχήμα



i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα και να υπολογίστε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σανίδας και επιπέδου.

Σε μια στιγμή t_0=0, αφήνουμε στο άκρο Α της σανίδας, χωρίς αρχική ταχύτητα, ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m=4kg, μικρών διαστάσεων. Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα της σανίδας, παρότι συνεχίζει να ασκείται πάνω της η δύναμη F, μειώνεται και τη στιγμή t_1=1s, παίρνει την τιμή υ΄=1m/s.



ii) Μπορείτε να ερμηνεύσετε τη μείωση της ταχύτητας της σανίδας από 0-1s;

iii) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της σανίδας στο χρονικό διάστημα 0-t_1, καθώς και τη μετατόπισή της, στο ίδιο χρονικό διάστημα.

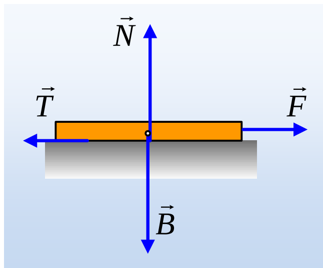
iv) Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σανίδας και σώματος $Σ_1$.

v) Να περιγράψετε την κίνηση του σώματος $Σ_1$. Πόσο απέχει το σώμα $Σ_1$ από το άκρο Α της σανίδας τη στιγμή t_1;

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:

i) Αφού η σανίδα κινείται με σταθερή ταχύτητα, ενώ πάνω της ασκείται η δύναμη F, το επίπεδο δεν θα είναι λείο, οπότε δέχεται τριβή ολίσθησης κατά την κίνησή της. Έτσι στο διπλανό σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω της. Η σανίδα δεν κινείται στην κατακόρυφη διεύθυνση, συνεπώς ισορροπεί, οπότε:



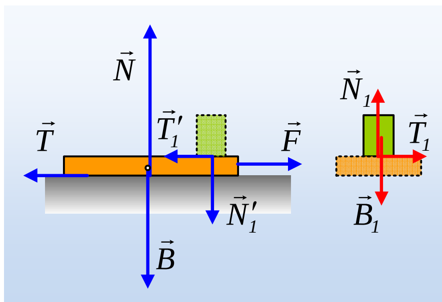
$$ΣF_y=0 \text{ ή } N=B=Mg=20·10N=100N$$

Αλλά και οριζόντια η σανίδα κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε ξανά έχουμε ισορροπία και:

$$ΣF_x=0 \text{ ή } F\text{-}T=0 \text{ ή } μN=F \rightarrow$$

$$μ=\frac{F}{N}=\frac{40N}{100N}=0{,}4$$

ii) Μόλις πάνω στη σανίδα αφεθεί (χωρίς αρχική ταχύτητα) το σώμα $Σ_1$, η σανίδα κινείται ως προς το σώμα $Σ_1$, με αποτέλεσμα να δεχτεί δύναμη τριβής $T_1΄$, όπως στο διπλανό σχήμα. Εξάλλου και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου θα αυξηθεί, με αποτέλεσμα να αυξηθεί και η τριβή που δέχεται από το επίπεδο. Έτσι δεν ισορροπεί πια στην οριζόντια διεύθυνση, αλλά



επιβραδύνεται μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα $υ_1$=1m/s.

iii) Με την τοποθέτηση του $Σ_1$ πάνω στη σανίδα, αυτό ισορροπεί, οπότε:

$$Σ_{F1y}=0 \to N_1=B_1=mg=4\cdot 10N=40N$$

Αλλά και πάλι η σανίδα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε:

$$ΣF_y=0 \to N-B-N_1'=0 \to N=B+N_1'=100N+40N=140N$$

Όπου $N_1'=N_1$ ως δράση αντίδραση. Έτσι για την νέα τιμή της τριβής έχουμε:

$$T=\mu N=0{,}4\cdot 140N=56N$$

Εξάλλου η τριβή T_1' είναι τριβή ολίσθησης, συνεπώς σταθερού μέτρου, οπότε εφαρμόζοντας το 2° νόμο του Νεύτωνα για την οριζόντια κίνηση της σανίδας έχουμε:

$$ΣF_x = Ma \to F-T-T_1' = Ma \quad (1)$$

Με βάση τη σχέση (1) η σανίδα αποκτά σταθερή επιτάχυνση, με τιμή:

$$a=\frac{Δυ}{Δt}=\frac{υ'-υ_0}{t_1-t_0}=\frac{1-3}{1-0}m/s^2=-2m/s^2.$$

Αλλά τότε η μετατόπιση της σανίδας στο παραπάνω χρονικό διάστημα είναι ίση:

$$Δx=υ_0 t+\frac{1}{2}at^2=\left(3\cdot 1+\frac{1}{2}(-2)\cdot 1^2\right)m=2m$$

iv) Επιστρέφοντας στη σχέση (1) βρίσκουμε:

$$T_1'=F-T-Ma=40N-56N-10(-2)N=4N$$

Αλλά με βάση το παραπάνω σχήμα και τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα $Σ_1$, η αντίδραση της T_1', η τριβή T_1 η οποία ασκείται στο $Σ_1$, έχει επίσης μέτρο T_1=4N, οπότε:

$$T_1=\mu_1 N_1 \to \mu_1=\frac{T_1}{N_1}=\frac{4N}{40N}=0{,}1$$

v) Το σώμα $Σ_1$ με την επίδραση της τριβής T_1 αποκτά επιτάχυνση:

$$ΣF_1=m\cdot α_1 \to a_1=\frac{ΣF_{1x}}{m}=\frac{T_1}{m}=\frac{4N}{4kg}=1m/s^2$$

εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$υ_1=α_1\cdot t \quad και \quad Δx_1=\frac{1}{2}a_1 t^2$$

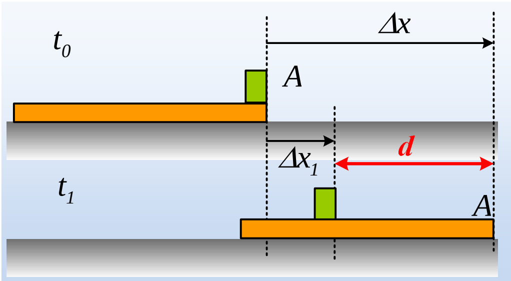
Οπότε τη στιγμή t_1 έχουμε:

$$υ_1=α_1\cdot t_1 \quad =1\cdot 1m/s=1m/s$$

Έχει δηλαδή αποκτήσει την ίδια ταχύτητα με τη σανίδα, ενώ έχει μετατοπισθεί κατά:

$$Δx_1=\frac{1}{2}a_1 t_1^2=\frac{1}{2}1\cdot 1^2 m=0{,}5m$$

Ας δούμε τι έγινε με τις παραπάνω μετατοπίσεις. Στο παρακάτω σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις θέσεις της σανίδας και του σώματος $Σ_1$ τις χρονικές στιγμές t_0 και t_1, όπου $Δx$=2m και $Δx_1$=0,5m.



Έτσι με βάση το σχήμα, το σώμα $Σ_1$ γλίστρησε κατά:

$$d=Δx-Δx_1=2m-0,5m=1,5m$$

συνεπώς το $Σ_1$ απέχει κατά 1,5m από το άκρο Α της σανίδας, τη στιγμή αυτή.

dmargaris@gmail.com